MATEMATİK

ORTAOKUL

1

YAZANLAR

Osman KIRBAŞ Hüseyin BAŞARAN

DEVLET KİTAPLARI

TÜRK TARİH KURUMU BASIMEVİ, ANKARA, 1979

« Her hakkı saklıdır ve Milli Eğitim Bakanlığına aittir. Kitabın metni, sorun ve şekilleri kısmen de olsa hiç bir surette alınıp yayınlanamaz. »

Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulunun 27. 4. 1979 tarih ve 95 sayılı kararı ile ders kitabı olarak kabulu uygun görülmüş, Yayımlar ve basılı Eğitim Malzemeleri Genel Müdürlüğünün 18. 5. 1979 tarih ve 4395 sayılı emri ile birinci defa 700.000 adet basılmıştır.

İÇİNDEKİLER

BİRİNCİ BÖLÜM
GÜNÜMÜZÜN MATEMATİK ANLAYIŞI

		Sayfa No
1–1.	Matematik Nedir?	1
1–2.	Matematiği Niçin öğreniyoruz?	7
1–3.	Matematiği Nasıl öğrenmeliyiz.	7
1.	BİRİNCİ BÖLÜM ÜZERİNDE ALIŞTIRMALAR	9
	DEĞERLENDİRME SORULARI : I	11

İKİNCİ BÖLÜM
KÜMELER

2–1.	Küme ve Eleman Kavramı	13
2–2.	Bir Kümenin Gösterilmesi, Boş Küme	15
	Kümeyi Şema ile Göstermek	15
	Kümeyi Liste Biçiminde Göstermek	16
	Kümeyi Elemanlarının Ortak Özellikleri ile Göstermek	16
	Bir Kümenin Elemanı Olma ya da Olmama	19
	Boş Küme	20
2–3.	Kümelerin Karşılaştırılması	22
	Eşit Kümeler	22
	Eşit Olmayan Kümeler	23
	Denk Kümeler	23
2–4.	Alt Küme (Küme Parçası)	26
2–5.	Kümelerde Yapılan İşlemler	29
	Kümelerin Birleşme İşlemi	29
	Kümelerin Kesişme İşlemi	35
	İki Kümenin Farkı	40
2.	BÖLÜM ÜZERİNDE ALIŞTIRMALAR	43
	DEĞERLENDİRME SORULARI : II	48

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

DOĞAL SAYILAR

		Sayfa No
3–1.	Denk Kümeler ve Doğal Sayılar	50
3–2.	Doğal Sayılarda Sıralama, Sayı Doğrusu, Arada Olma	53–54
3–3.	Sayma ve Sayma Sayıları	57
3–4.	On Tabanına Göre Sayma Düzeni	59
	Rakamların Basamak ve Sayı Değerleri	62
	Sayıların Çözümlenmesi	64
	Sayıların Üslü Biçimde Yazılması	64
3–5.	Doğal Sayılar Kümesinde İşlemler, özelikleri ve Teknikleri	66
	Doğal Sayılar Kümesinde Toplama İşlemi	66
	Doğal Sayılar Kümesinde Toplama İşleminin Kapalılık Özeliği	69
	Toplama İşleminin Değişme Özeliği	71
	Toplama İşleminin Birleşme Özeliği	73
	Doğal Sayılar Kümesinde Toplama İşleminin Etkisiz (Birim) Elemanı	76
	Toplama İşleminin Tekniği	76
	Doğal Sayılar Kümesinde Çarpma İşlemi	78
	Doğal Sayılar Kümesinde Çarpma İşleminin Kapalılık Özeliği	81
	Çarpma İşleminin Değişme Özeliği	83
	Çarpma İşleminin Birleşme Özeliği	85
	Çarpmanın Toplama Üzerine Dağılma Özeliği	87
	Doğal Sayılar Kümesinde Çarpma İşleminin Etkisiz (birim) Elemanı	90
	Doğal Sayılar Kümesinde Çarpma İşleminin Yutan Elemanı	90
	Çarpma İşleminin Tekniği	91
	Ters İşlemler	93
	Çıkarma İşlemi	93
	Çıkarma İşleminin Tekniği	96
	Bölme İşlemi	97

		Sayfa No
	Bölme İşleminde 1 ve 0 Sayısı	100
	Bölme İşleminin Tekniği	101
3–6.	Beş ve İki Tabanlı Sayma Düzenleri, Beşlik Sayma Düzeni	103
	Beş Tabanında Verilen Bir Sayıyı On Tabanlı Sayıya Çevirmek	106
	On Tabanında Verilen Bir Sayıyı Beş Tabanlı Sayıya Çevirmek	107
	İkilik Sayma Düzeni	109
	İki Tabanında Verilen Bir Sayıyı On Tabanlı Sayıya Çevirmek	112
	On Tabanında Verilen Bir Sayıyı İki Tabanlı Sayıya Çevirmek	113
	Geçmişteki Sayma Düzenleri	114
	Eski Mısır Sayma Düzeni	114
	Babil Sayma Düzeni	116
	Roma Sayma Düzeni	117
	Roma Sayma Düzenindeki Kurallar	117
3.	BÖLÜM ÜZERİNDE ALIŞTIRMA ve PROBLEMLER	119
	DEĞERLENDİRME SORULARI : III	126

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

ÖLÇÜSEL OLMAYAN GEOMETRİ

4–1.	Noktalar, uzay, Düzlem ve Doğrular	129
	Noktalar	129
	Uzay	131
	Düzlemler	131
	Doğrular	132
	Doğrunun Belirtilmesi	133
	Düzlemin Belirtilmesi	135
4–2.	Doğruda Ayırma, Yarı Doğru, Işın, Doğru Parçası	137
	Yarı Doğru	137
	Işın	137
	Doğru Parçası	138

Sayfa No

4–3. Doğru ve Düzlemlerin Birbirine Göre Durumları 140
Bir Doğru ile Bir Düzlemin Birbirine Göre Durumları ... 140
İki Doğrunun Birbirine Göre Durumları 142
İki Düzlemin Birbirine Göre Durumları 143
4–4. Düzlemde ve Uzayda Ayırmalar 144
Düzlemde Ayırma 144
Uzayda Ayırma 145
4–5. Açılar ve Üçgenler 147
Açılar 147
Açının İç ve Dış Bölgeleri 150
Üçgenler 153
Üçgenin İç ve Dış Bölgeleri 157
4. BÖLÜM ÜZERİNDE ALIŞTIRMALAR 160
DEĞERLENDİRME SORULARI : IV 162

BEŞİNCİ BÖLÜM

ASAL SAYILAR ve ÇARPANLARA AYIRMA

5–1. Asal Sayılar 165
5–2. Bölünebilme 168
2 ile Bölünebilme 168
5 ile Bölünebilme 170
3 ile Bölünebilme 172
9 ile Bölünebilme 174
5–3. Çarpanlar ve Çarpanlara Ayırma 176
5–4. Ortak Bölenlerin En Büyüğü (O. B. E. B.) 178
5–5. Bölmede Kalanlar (Bölme Algoritması) 182
5–6. Ortak Katların En Küçüğü (O. K. E. K.) 185
5. BÖLÜM ÜZERİNDE ALIŞTIRMA ve PROBLEMLER 190
DEĞERLENDİRME SORULARI : V 192

ALTINCI BÖLÜM

RASYONEL SAYILAR

Sayfa No

6–1. Kesirler 194
Kesir Çeşitleri 197
Birim Kesir 197
Basit Kesir 199
Tamsayılı Kesir 199
Bileşik Kesir 199
Bileşik Kesri Tamsayılı Kesre Çevirmek 200
Tamsayılı Kesri Bileşik Kesre Çevirmek 201
Kesirlerde Sıralama 203
6–2. Denk Kesirler ve Rasyonel Sayılar 207
Denk Kesirler 207
Kesirleri Genişletme 212
Kesirleri Sadeleştirme 213
Kesirlerden Rasyonel Sayılara Giriş 216
Rasyonel Sayı 217
Rasyonel Sayılarda Sıralama 221
6–3. Rasyonel Sayılarda Dört İşlem ve Özelikleri 229
Rasyonel Sayıların Toplanması 229
Rasyonel Sayılar Kümesinde Toplama İşleminin Özelikleri 239
Kapalılık Özeliği 239
Değişme Özeliği 239
Birleşme Özeliği 240
Etkisiz Eleman 242
Rasyonel Sayıların Çarpması 242
Bir Doğal Sayı ile Bir Rasyonel Sayının Çarpımı 242
İki Rasyonel Sayının Çarpımı 245
Rasyonel Sayılar Kümesinde Çarpma İşleminin Özelikleri 250
Kapalılık Özeliği 250
Değişme Özeliği 250
Birleşme Özeliği 251

		Sayfa
	Etkisiz Eleman	252
	Yutan Eleman	253
	Çarpmanın Toplama Üzerine Dağılma Özeliği	254
	Ters Rasyonel Sayılar	258
	Rasyonel Sayıların Çıkarması	259
	Rasyonel Sayıların Bölmesi	267
	Rasyonel Sayıların Bölmesinde 0 ve 1 Sayıları	270
	Rasyonel Sayılarla İlgili Ek Bilgi	275
6–4.	Ondalık Sayılar ve Dört İşlemi	277
	Ondalık Sayılar	277
	Ondalık Sayıların Toplaması	285
	Ondalık Sayılar Kümesinde Toplama İşleminin Özelikleri	286
	Kapalılık Özeliği	286
	Değişme Özeliği	286
	Birleşme Özeliği	286
	Etkisiz Eleman	287
	Ondalık Sayıların Çıkarması	287
	Ondalık Sayıların Çarpması	289
	Ondalık Sayılar Kümesinde Çarpma İşleminin Özelikleri	290
	Kapalılık Özeliği	290
	Değişme Özeliği	290
	Birleşme Özeliği	291
	Etkisiz Eleman	291
	Yutan Eleman	292
	Çarpmanın Toplama Üzerine Dağılma Özeliği	292
	Ondalık Sayıları 10, 100, 1000 ile Çarpma	293
	Ondalık Sayıların Bölmesi	294
	Bazı Rasyonel Sayıların Ondalık Sayı Biçiminde Yazılması	296
	Ondalık Sayılarda Sıralama	300
	Ondalık Açılımlar ve Yuvarlak Yapma	304
6.	BÖLÜM ÜZERİNDE ALIŞTIRMA ve PROBLEMLER	307
	DEĞERLENDİRME SORULARI : VI	312

YEDİNCİ BÖLÜM

ÖLÇME

		Sayfa No
7–1.	Sayma ve Ölçme	315
	Doğru Parçasının ölçülmesi	317
7–2.	Uzunlukların Ölçülmesi ve Birimleri	320
	Metrenin Askatları	320
	Metrenin Katları	321
7–3.	Ölçmenin Duyarlığı	323
7–4.	Açıların ölçülmesi	326
	Ölçülerine Göre Açı Çeşitleri	329
	Dik Doğrular	330
7.	BÖLÜM ÜZERİNDE ALIŞTIRMALAR	332
	DEĞERLENDİRME SORULARI : VII	334

SEKİZİNCİ BÖLÜM

ALAN, HACİM, KÜTLE ve ZAMAN ÖLÇÜLERİ

8–1.	Dikdörtgen, Çevresi ve Alanı	337
	Dikdörtgen	337
	Dikdörtgenin Çevresi	338
	Dikdörtgenin Alanı	339
	Alan Ölçüsü Birimleri	343
	Metre Karenin Askatları	343
	Metre Karenin Katları	345
	Arazi Ölçüsü Birimleri	347
8–2.	Dikdörtgenler Prizması, Alan ve Hacmi	349
	Dikdörtgenler Prizması	349
	Dikdörtgen Prizmasının Alanı	350
	Dikdörtgenler Prizmasının Hacmi	352
	Hacim Ölçüsü Birimleri	355
	Metre Küpün Askatları	355
	Metre Küpün Katları	356
	Sıvı Ölçüsü Birimleri	358

		Sayfa No
	Litrenin Askatları	358
	Litrenin Katları	359
8–3.	Kütle, Ölçülmesi ve Birimleri	361
	Kütle ve Ağırlık	361
	Ağırlık Ölçüsü Birimleri	362
	Gramın Katları	362
	Gramın Askatları	363
	Kilogramın Katları	365
8–4.	Zaman, Ölçülmesi ve Birimleri	366
	Zaman ve Ölçülmesi	366
	Zaman Ölçüsü Birimleri	366
8.	BÖLÜM ÜZERİNDE ALIŞTIRMA ve PROBLEMLER	371
	DEĞERLENDİRME SORULARI : VIII	375
	DEĞERLENDİRME SORULARI YANIT ANAHTARI	377
	SÖZLÜK	379

İŞARETLER VE ANLAMLARI

$\{...\}$: **Küme** işaretidir. Bir kümeyi göstermeye yarar.

$\{\ \}, \varnothing$: **Boş küme** işaretidir.

$\in$: Bir nesnenin, kümenin **elemanı olduğunu** gösterir.

$\notin$: Bir nesnenin, kümenin **elemanı olmadığını** gösterir.

$\supset$: **Kapsama** işareti; $A \supset B$:
A kümesinin B kümesini kapsadığını gösterir.

$\subset$: **Alt küme** işareti; $A \subset B$: A kümesinin, B kümesinin bir alt kümesi olduğunu gösterir.

$\not\supset$: **Kapsamama** işareti;
$A \not\supset B$: A kümesi B kümesini kapsamadığını gösterir.

$\not\subset$: **Alt küme değildir** işareti;
$A \not\subset B$: A kümesinin, B kümesinin bir alt kümesi olmadığını gösterir.

$\cup$: Kümeler arasında **birleşim** işlemi işareti.
$A \cup B$: A birleşim B. : A ve B kümelerinin birleşim kümesini gösterir.

$\cap$: Kümeler arasında **kesişim** işlemi işareti.
$A \cap B$: A kesişim B. A ve B kümelerinin kesişim kümesini gösterir.

$\setminus$: İki kümenin farkı işareti. $A \setminus B$: A'dan B'nin farkı.

$\leftrightarrow$: Kümelerin elemanları arasında **eşleme** yapma işareti.

$s\ (A)$: A kümesinin **eleman sayısını** gösterir.

$=$: **Eşit** işareti.

$\neq$: **Eşit değildir** işareti.

$>$: **Büyük olma** işareti.
$a > b$: a büyük b. a'nın b'den büyük olduğunu gösterir.

$<$: **Küçük olma** işareti.
$a < b$: a küçük b. a'nın b'den küçük olduğunu gösterir.

$\approx$: **Yaklaşık olarak eşit olma işareti.**

$\cong$: **Eşlik işareti.**

// : **Paralellik işareti.**

$\perp$: **Diklik işareti.**

]AB : **AB yarı doğrusu.**

[AB : **AB ışını**

[AB] : **AB doğru parçası.**

]AB] : **A ucunda açık, B ucunda kapalı doğru parçası.**

[AB[: **A ucunda kapalı, B ucunda açık doğru parçası.**

]AB[: **İki ucu açık AB doğru parçası.**

|AB| : **AB doğru parçasının uzunluğu.**

$\widehat{ABC}$: **ABC açısı.**

$(\widehat{ABC})$: **ABC açısal bölgesi.**

s (ABC) : **ABC açısının ölçüsü.**

$\widehat{\triangle ABC}$: **ABC üçgeni.**

$(\widehat{\triangle ABC})$: **ABC üçgensel bölgesi.**

ÖLÇÜ BİRİMLERİNİN KISA YAZILIŞLARI

m	: Metre	*l*	: Litre
dm	: Desimetre	dl	: Desilitre
cm	: Santimetre	cl	: Santilitre
mm	: Milimetre	ml	: Mililitre
dam	: Dekametre	dal	: Dekalitre
hm	: Hektometre	hl	: Hektolitre
km	: Kilometre	kl	: Kilolitre
m^2	: Metre kare	g	: Gram
dm^2	: Desimetre kare	dg	: Desigram
cm^2	: Santimetre kare	cg	: Santigram
mm^2	: Milimetre kare	mg	: Miligram
dam^2	: Dekametre kare	dag	: Dekagram
hm^2	: Hektometre kare	hg	: Hektogram
km^2	: Kilometre kare	kg	: Kilogram
m^3	: Metre küp	q	: Kental
dm^3	: Desimetre küp	t	: Ton
cm^3	: Santimetre küp	gü	: Gün
mm^3	: Milimetre küp	sa	: Saat
dam^3	: Dekametre küp	d	: Dakika
hm^3	: Hektometre küp	sn	: Saniye
km^3	: Kilometre küp	M. Ö.	: Milattan önce
		M. S.	: Milattan sonra

1. BÖLÜM — GÜNÜMÜZÜN MATEMATİK ANLAYIŞI

Konunun anahatları

1–1. Matematik Nedir?
1–2. Matematiği Niçin Öğreniyoruz?
1–3. Matematiği Nasıl Öğrenmeliyiz?

1–1. Matematik Nedir?

İlkokul birinci sınıftan beri matematik derslerinde, sayıları okumasını, yazmasını, sayılarla dört işlem yapmasını ve problem çözmesini; şekilleri ve özeliklerini, kimi şekillerin çevre, alan ve hacimlerini hesaplamasını öğrendiniz. Bakkal, manav, çarşı ve pazarda alışveriş yaparken, matematik derslerinde öğrendiğiniz işlemlerden yararlandınız. Bunların hepsi matematiğin konusudur.

Ancak, matematik bunlardan ibaret değildir. Matematik, kişilerde doğru ve mantıklı düşünme yeteneğini geliştirir. Ayrıca, düzenli ve dikkatli olma, inceleme, araştırma ve eleştirme gibi alışkanlıklar kazandırır.

Matemátikten, Fizik, astronomi, tıp, istatistik, sosyal bilgiler v.b. bilim alanlarıyla ticaret ve sanayide de büyük ölçüde yararlanılır.

Şimdi, mantıklı bir düşünme yolu ile bazı problemlerin nasıl çözüldüğünü görelim.

Örnekler :

1. Örnek : Ünlü Alman matematikçisi KARL FRIEDRICH GAUSS* (1777 – 1885) 10 yaşında iken, Öğretmeni öğrencileri oyalamak için, "1'den 100'e kadar sayıları yazarak toplayın" der. Başka bir deyişle,

$$1 + 2 + 3 + \ldots + 100 = ?$$

toplamasını yapmalarını söyler.

Öğretmen soruyu okuyup bitirince Gauss küçük yazı tahtasını masanın üzerine bırakarak, "oldu öğretmenim" der ve yerine oturur.

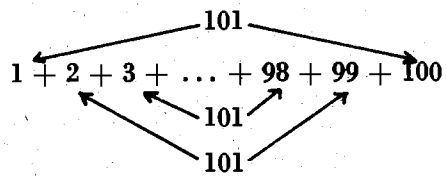
* Büyük Matematikçiler. I Eriç Temple Bell Tercüme edenler : Ö. İnönü – İ. İşmen – C. Akova – Z. Demirgüç.

Öğretmen, bir saat sonra öğrencilerin buldukları sonuçları küçük yazı tahtalarından kontrol ederken hayretler içinde kalır. Bütün öğrencilerin yanıtları yanlış olduğu halde, Gauss'un yanıtı doğrudur. Gauss, hiç işlem yapmadan yazı tahtasına sorunun yanıtı olan 5050 sayısını yazmıştır.

Gauss'un bu toplamı o zaman nasıl yaptığı kesinlikle belli değil. Yalnız Gauss'un düşünce yönetiminin şöyle olduğu anlaşılıyor.

$$\begin{array}{l} 1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + 100 \\ \underline{100 + 99 + 98 + 98 + \ldots + 1} \\ 101 + 101 + 101 + 101 + \ldots + 101 = 100 \times 101 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad = 10\ 100 \text{ ve} \end{array}$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + 100 = 10\ 100 : 2 = 5050$$



Yukarıda, baştan birinci terim* ile sondan birinci terim (1 + 100), baştan ikinci terim ile sondan ikinci terim (2 + 99), baştan üçüncü terim ile sondan üçüncü terim (3 + 98), ... toplamlarının hepsinin 101 ettiğine dikkat ediniz.

a) Bu sayı dizisinde kaç terim vardır?

b) Baştan ve sondan eşit uzaklıktaki terimleri,

(1 + 100), (2 + 99), (3 + 98), ... biçiminde birleştirirsek toplamanın terim sayısı kaça düşer?

c) Toplam, $\frac{100 \times (100 + 1)}{2}$ midir?

n herhangi bir doğal sayı olduğuna göre, Gauss;

$$1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + n = \frac{n \times (n + 1)}{2}$$

gibi genel bir toplama kuralı bulmuştur.

* Terim : Toplama işleminde toplanan sayılardan her biri.

2. Örnek : $1 + 2 + 3 + \ldots + 15$ = Toplamını bulalım.

$$\begin{array}{l} 1 + 2 + 3 + \ldots + 15 \\ 15 + 14 + 13 + \ldots + 1 \\ 16 + 16 + 16 + \ldots + 16 = 15 \times 16 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad = 240 \end{array}$$

$1 + 2 + 3 + \ldots + 15 = 240 : 2 = 120$'dir.

Ya da;

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + \ldots + 15 &= \frac{15 \times (15 + 1)}{2} \\ &= \frac{15 \times 16}{2} \\ &= \frac{240}{2} \\ &= 120\text{'dir.} \end{aligned}$$

Alıştırmalar

Aşağıdaki sayıların toplamını toplama işlemini yapmadan bulunuz.

1) $1 + 2 + 3 + \ldots + 12 = ?$ 2) $1 + 2 + 3 + \ldots + 38 = ?$

3) $1 + 2 + 3 + \ldots + 85 = ?$ 4) $1 + 2 + 3 + \ldots + 1000 = ?$

3. Örnek : Aşağıda, 1'den başlayan bazı ardışık tek sayılar (Arka arkaya gelen tek sayılar) toplanmıştır.

İnceleyiniz ve soruları yanıtlayınız.

a) $1 + 3 = 4$

b) $1 + 3 + 5 = 9$

c) $1 + 3 + 5 + 7 = 16$

d) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$

e) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36$

f) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 49$

.....

.....

a'da kaç tane sayının toplamı 4'dür?

$4 = 2 \times 2 = 2^2$ midir?

b'de kaç tane sayının toplamı 9'dur?

$9 = 3 \times 3 = 3^2$ midir?

c'de kaç tane sayının toplamı 16'dır?

$16 = 4 \times 4 = 4^2$ midir?

d'de kaç tane sayının toplamı 25'dir?

$25 = 5 \times 5 = 5^2$ midir?

e'de kaç tane sayının toplamı 36'dır?

$36 = 6 \times 6 = 6^2$ midir?

f'de kaç tane sayının toplamı 49'dur?

$49 = 7 \times 7 = 7^2$ midir?

Siz de, yukarıdaki örneğin altına iki satır daha yazarak toplamlarını bulunuz.

Görülüyor ki,

1'den başlayan tek sayıların toplamı, terim sayısının karesine eşittir.

Alıştırmalar

Aşağıdaki toplamları bulunuz.

1) $1 + 3 + 5 + \ldots + 19 = ?$
2) $1 + 3 + 5 + \ldots + 21 = ?$
3) $1 + 3 + 5 + \ldots + 23 = ?$
4) $1 + 3 + 5 + \ldots + 81 = ?$

Uyarı: Ardışık tek sayıların toplamasında, terim sayısı, son sayının bir fazlasının yarısıdır. Örneğin 1. alıştırmadaki terim sayısı, $(19 + 1) : 2 = 20 : 2 = 10$'dur.

4. Örnek : Aşağıda, 2'den başlayan bazı ardışık çift sayılar (Arka arkaya gelen çift sayılar) toplanmıştır.

İnceleyiniz ve soruları yanıtlayınız.

a) $2 + 4 = 6$
b) $2 + 4 + 6 = 12$
c) $2 + 4 + 6 + 8 = 20$
d) $2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$
e) $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 = 42$

.....

.....

a'da kaç tane sayının toplamı 6'dır?

$6 = 2 \times 3 = 2 \times (2 + 1)$ midir?

b'de kaç tane sayının toplamı 12'dir?

$12 = 3 \times 4 = 3 \times (3 + 1)$ midir?

c'de kaç tane sayının toplamı 20'dir?

$20 = 4 \times 5 = 4 \times (4 + 1)$ midir?

d'de kaç tane sayının toplamı 30'dur?

$30 = 5 \times 6 = 5 \times (5 + 1)$ midir?

e'de kaç tane sayının toplamı 42'dir.

Siz de, yukarıdaki örneğin altına iki satır yazarak toplamlarını bulunuz.

Görülüyor ki,

2'den başlayan ardışık çift sayıların toplamı, toplanan terim sayısı ile terim sayısının bir fazlasının çarpımına eşittir.

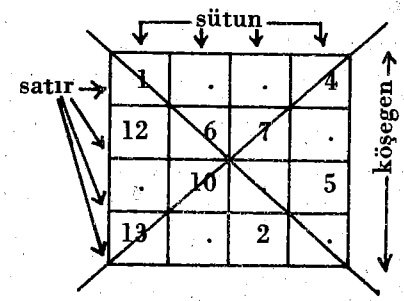
Alıştırmalar

Aşağıdaki toplamları bulunuz.

1) $2 + 4 + 6 + \ldots + 20 = ?$
2) $2 + 4 + 6 + \ldots + 48 = ?$
3) $2 + 4 + 6 + \ldots + 98 = ?$
4) $2 + 4 + 6 + \ldots + 122 = ?$

Uyarı: Ardışık çift sayıların toplanmasında, terim sayısı, son sayının yarısıdır. Örneğin 1. alıştırmadaki terim sayısı, $20 : 2 = 10$'dur.

5. Örnek : Yandaki şekilde boş olan kareleri öyle sayılarla doldurunuz ki, satır sütun ve köşegenler toplamı aynı olsun.



Köşegenlerden birisi üzerindeki sayılar bellidir. Bunların toplamı,

$4 + 7 + 10 + 13 = 34$ eder.

Birinci sütunda üç sayı belli, bir sayı belli değildir. Bu üç sayıyı toplanır ve 34'den çıkarılırsa birinci sütundaki boş yere yazılacak sayı,

$1 + 12 + 13 = 26$ ve $34 - 26 = 8$ olarak bulunur.

Diğer boş yerdeki sayıları da siz bulunuz.

Aşağıdaki şekillerde boş olan kareleri öyle sayılarla doldurunuz ki, satır, sütun ve köşegenleri toplamı aynı olsun.

a)

2		6
	5	
4		8

b)

22	35			34
39		40	33	
	44	32		38
	31	24	37	25
30	23		29	

6. Örnek : Elinizde 5 tane bilye var. Bunlardan 4 tanesi aynı ağırlıkta, bir tanesi diğerlerinden daha hafiftir. Bir terazi ile gram kullanmadan en çok iki tartıda hafif olan bilyeyi nasıl bulursunuz?

Aşağıdaki şekilleri inceleyiniz.

a) Birinci tartı.

b) Birinci tartı

c) İkinci tartı

d) İkinci tartı

Bilyelerden 2 tanesi alınarak terazide tartılır. Tartı a) daki gibi çıkarsa hafif bilye soldaki kefededir ve tartı bitmiştir. Eğer birinci tartı b) deki gibi çıkarsa hafif bilye geriye kalan 3 bilye arasındadır. 3 bilyeden 2 tanesi ikinci kez tartılır. Tartı c) deki gibi çıkarsa hafif bilye soldaki kefededir. Eğer tartı d) deki gibi çıkarsa hafif bilye yerdedir.

Alıştırmalar

1. Üç tane liradan bir tanesi öbürlerinden daha hafiftir. Hafif olan lirayı bir tartıda nasıl bulursunuz?

2. Aynı biçim ve büyüklükteki 7 tane silgiden bir tanesi öbürlerinden daha hafiftir. Hafif olan silgiyi en çok iki tartıda nasıl bulursunuz?

3. 9 bilyeden bir tanesi öbürlerinden daha ağırdır. Ağır bilyeyi iki tartıda nasıl bulursunuz?

1–2. Matematiği Niçin Öğreniyoruz?

Bilim, teknoloji ve sanayi 19. yüzyıldan beri gelişmeye başlamış, özellikle ikinci dünya savaşından sonra dev adımlarla ilerleyerek, bugün en üst düzeye ulaşmıştır. Bilim, teknoloji ve sanayi, bu gelişmesini matematiğe borçludur.

Uzay çağı matematiğin açtığı bir çağdır. Bilgisayarlar ve elektronik aletlerin bulunuş ve yapılışında matematik bilenlerin katkısı çok önemlidir. Onun için dünyamızda ve kalkınma çabası içinde olan yurdumuzda iyi matematikçiler yetiştirilmelidir.

Bugün matematik insanlar için bir meslek olmuştur. Tüm okullardaki matematik öğretmenleri, istatistikçiler, bilgisayarları programlayan ve kullananlar, matematiği bir meslek olarak seçmişlerdir.

Bazı kimseler dinlenmek ve boş zamanlarını değerlendirmek için matematik problemi çözerler. Bu onlara zevk verir. Tıpkı resim yapmak, müzik dinlemek, balık tutmak ve spor yapmak ya da seyretmek gibi.

Buraya kadar yaptığımız açıklamalardan anlaşıldığına göre, bütün buluşlar ve gelişmeler matematik sayesinde olmuştur. Çünkü, matematik insanlara sistemli ve mantıklı düşünmeyi öğretir.

1–3. Matematiği Nasıl Öğrenmeliyiz?

Matematiği iyi öğrenebilmem için şunları gözönünde tutmalıyım :

1. Gerektiğinde konularla ilgili hazırlık çalışmalarını yapmalıyım,

2. Dersi iyi dinlemeli, etkinliklere katılmalıyım; bu katılmada, anlamadığım ya da görüş birliğinde olmadığım noktaları sormalı ve görüşlerimi söylemeliyim,

3. Derste yapılan etkinliklerin nedenleri üzerinde durmalıyım ve böylece eleştirici bir tutum içinde bulunmalıyım, ezbercilikten kaçınmalıyım.

4. Anlamadığım konu, yapamadığım alıştırma ve çözemediğim problemleri ders içinde öğretmene, yakınlarıma ya da arkadaşlarıma sormalıyım,

5. İşlenen konu ile ilgili olarak ders kitabında ya da başka kaynaklarda bulunan alıştırma ve problemler üzerinde çalışarak öğrendiklerimi geliştirip pekiştirmeliyim.

6. Alıştırma ve problemler üzerinde çalışırken zorunlu olmadıkça başkalarının ve çözümlü kitapların yardımına başvurmamalıyım.

7. Konular üzerinde çalışırken yeri geldikçe ders kitabından başka kaynaklara da başvurarak araştırma ve inceleme yapmalıyım, derste yapılan etkinliklerin sonuçlarından yararlanmalıyım.

8. Zaman zaman geçmiş konularla ilgili kavramları gözden geçirmeliyim ve problemleri çözmeliyim. Böylece, unuttuklarımı yeniden kazanma ve bildiklerimi geliştirme olanağını elde etmeliyim.

9. Bir konu üzerinde çalışırken anlayamadığım noktalar geçmiş konularla ilgili ise, önce bu geçmiş konulardaki eksiklerimi tamamlamalıyım sonra yeni konuya devam etmeliyim.

10. Alıştırmaları yapmadan ve problemleri çözmeye başlamadan önce kitapta bulunan ve sınıfta üzerinde durulan örnekleri de inceleyerek konuyu iyice öğrenmeliyim.

11. Problemleri çözerken :

a) Problemi iyice okuyarak anlamalıyım,

b) Verilenlerle istenenleri doğru olarak saptamalıyım,

c) Problemi matematiksel olarak ifade edip kullanacağım işlemleri doğru olarak saptamalıyım,

ç) Sonucu tahmin etmeliyim,

d) Problemin çözümünü yapmalıyım,

e) Çözümü kontrol etmeliyim,

f) Bulduğum sonuçla yaptığım tahmini karşılaştırmalıyım,

g) Sağlama yapmalıyım,

h) Sonucun yanlış çıkması halinde yukarıdaki işlemleri baştan başlayarak kontrol etmeli ve yanlışımın nedenini bulmalıyım.

1. BÖLÜM ÜZERİNDE ALIŞTIRMALAR

1) Aşağıdaki toplamaları toplama işlemini yapmadan bulunuz.

a) $1 + 2 + 3 + \ldots + 93 = ?$

b) $1 + 2 + 3 + \ldots + 254 = ?$

c) $1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + 38 = ?$

d) $2 + 4 + 6 + \ldots + 120 = ?$

e) $15 + 16 + 17 + \ldots + 85 = ?$

f) $11 + 13 + 15 + \ldots + 63 = ?$

g) $24 + 26 + 28 + \ldots + 90 = ?$

2. Aşağıdaki sayılar arasındaki ilişkiyi bulunuz ve siz de, altlarına iki satır yazınız. Bu eşitliklerin doğru olup olmadıklarını kontrol ediniz.

a)
$9 + 1 = 10$
$99 + 1 = 100$
$999 + 1 = 1000$
$9999 + 1 = 10000$
.....
.....

b)
$(9 \times 1) + 1 = 10$
$(9 \times 2) + 2 = 20$
$(9 \times 3) + 3 = 30$
$(9 \times 4) + 4 = 40$
.....
.....

c)
$(0 \times 9) + 8 = 8$
$(9 \times 9) + 7 = 88$
$(98 \times 9) + 6 = 888$
$(987 \times 9) + 5 = 8888$
.....
.....

d)
$1 \times 1 = 1$
$3 \times 1 = 1+2$
$3 \times 2 = 1+2+3$
$5 \times 2 = 1+2+3+4$
$5 \times 3 = 1+2+3+4+5$
..... $= 1+2+3+4+5+6$
..... $= 1+2+3+4+5+6+7$

3. Aşağıdaki boş kareleri öyle sayılarla doldurunuz ki, satır, sütun ve köşegenler toplamı aynı olsun.

a)

8	.	.	11
.	13	14	16
15	.	18	.
.	10	.	23

b)

26	.	32	45	38
43	31	.	.	25
30	.	36	.	42
.	35	28	41	.
.	27	.	33	46

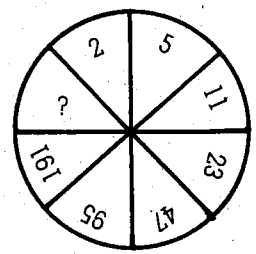
4. 8 altın liradan bir tanesi öbürlerinden daha hafiftir. Hafif olanı iki tartıda nasıl bulursunuz? (Tartılarda gram kullanılmayacak.)

5. Elinizde 8 ve 5 litrelik iki tane kap var. Bu kapları kullanarak 2 ve 3 litre suyu nasıl elde edersiniz?

6. Bir arkadaşınız bir bütün ekmeği şöyle tartıyor : Terazinin bir kefesine bir ekmek, diğer kefesine dörtte bir ekmekle 300 gram koyuyor. Böylece terazi dengeleniyor. Bir bütün ekmek kaç gramdır?

7. Bir kayıkla; kurt, kuzu ve bir bağ otu ırmağın öbür yakasına geçirmek istiyoruz. Kayığımız küçük olduğundan, bunlardan ancak bir tanesini karşıya geçirebiliyoruz.

Kuzuyu kurda, otu kuzuya yedirmeden bunları ırmağın öbür yakasına nasıl geçirirsiniz?



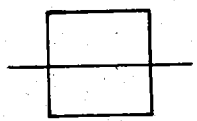
8. Yandaki şekilde ? işaretinin yerinde hangi sayı olmalıdır?

9. Aşağıdaki dizide bir sayı yanlıştır. Bu sayıyı bulunuz.

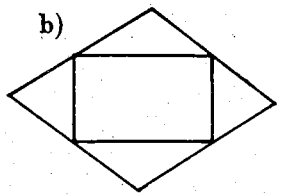
5 6 12 13 24 27

10. Aşağıdaki şekilleri kaleminizi hiç kaldırmadan ve aynı çizgi üzerinden iki kez geçmeden çiziniz.

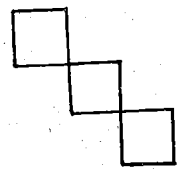
a)



b)



c)



DEĞERLENDİRME SORULARI : 1

Aşağıdaki sorulara verilen yanıtlardan bir tanesi doğru, öbürleri yanlıştır. Doğru yanıtı bularak, yanıt kartında, her sorunun karşısındaki dört paralel çizgiden birisinin içini karalayınız.

Yanıt kartı

	a	b	c	d		a	b	c	d
1.	=	=	=	=	6.	=	=	=	=
2.	=	=	=	=	7.	=	=	=	=
3.	=	=	=	=	8.	=	=	=	=
4.	=	=	=	=	9.	=	=	=	=
5.	=	=	=	=	10.	=	=	=	=

Sorular

1. $1 + 2 + 3 + \ldots + 11 = ?$ Toplamasının sonucu kaçtır?

a) 60 b) 66 c)48 d) 72

2. $2 + 4 + 6 + \ldots + 120 = ?$ Toplamasının sonucu kaçtır?

a) 3660 b) 4660 c) 2660 d) 3760

3. $1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + 35 = ?$ Toplamasının sonucu kaçtır?

a) 348 b) 524 c) 324 d) 336

4. $2 + 4 + 6 + \ldots + 36 = ?$ Toplamasının sonucu kaçtır?

a) 346 b) 342 c) 332 d) 368

5. $7 + 9 + 11 + \ldots + 25 = ?$ Toplamasının sonucu kaçtır?

a) 152 b) 98 c) 160 d) 162

6. $8 + 10 + 12 + \ldots + 24 = ?$ Toplamasının sonucu kaçtır?

a) 156 b) 136 c) 148 d) 144

7. 12 altın liradan bir tanesi öbürlerinden daha hafiftir. Hafif olan parayı gramsız bir terazi ile en çok kaç tartıda bulursunuz?

a) 1 b) 2 c) 5 d) 3

8. Yalçın ile Uğur'un paraları toplamı 60 liradır. Yalçın'ın parası Uğur'un parasının 3 katı olduğuna göre, Uğur'un parası kaç liradır?

a) 12 L b) 20 L c) 15 L d) 18 L

9. Bir köylü 15000 liraya aldığı ineği 3 ay sonra 16500 liraya satıyor. 2 ay sonra aynı ineği 18000 liraya tekrar alıyor. Köylü bu alışverişten kaç lira zarar etmiştir?

a) 3000 L b) 1500 L c) 500 L d) 15000 L

10. Altı kibrit çöpü ile en çok kaç tane üçgen yapabilirsiniz?

a) 3 b) 4 c) 6 d) 5

2. BÖLÜM — KÜMELER

Konunun anahatları

2–1. Küme ve Eleman kavramı
2–2. Bir kümenin gösterilmesi, Boş küme
2–3. Kümelerin karşılaştırılması
2–4. Alt küme (Küme parçası)
2–5. Kümelerle yapılan işlemler

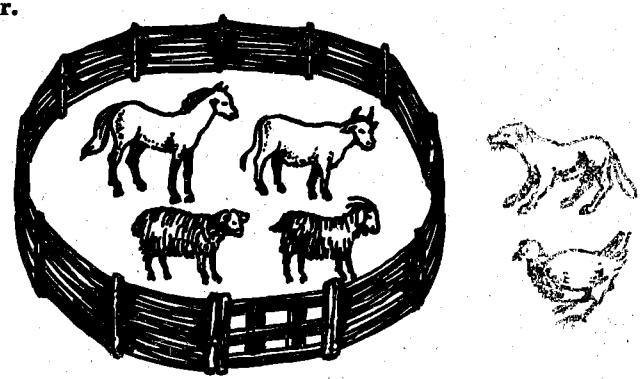
2–1. Küme ve Eleman Kavramı

1. Günlük yaşantımızda birçok topluluktan söz ederiz.

Sözgelimi :

Funda, anne ve babası ile sinemaya gitti.
Annem yemek masasına çatal, kaşık, bıçak ve tuzluk koydu.
Askerler törene katıldı.
Serdar okula gitmeden önce, matematik ve Türkçe kitabını, matematik ve Türkçe defterini, kalem ve silgisini çantasına koydu.

Yukarıdaki ifadeler, bize birer topluluk anlatır. Funda, anne ve babasının oluşturduğu topluluk., **Funda'nın ailesi kümesi**; yemek masasının üzerindeki çatal, bıçak ve tuzluğun oluşturduğu topluluk, **yemek masası üzerindeki eşyaların kümesi**; törene katılan askerler topluluğu **askerler kümesi**; Serdar'ın çantasına koyduğu kitaplar, defterler, silgi ve kalemin oluşturduğu topluluk da **Serdar'ın çantasındaki eşyalar kümesidir.**



2. Yukarıdaki resimde neler görüyorsunuz? At, inek, koyun ve keçi çit içinde, köpek ile tavuk çit dışındadır. Çit içindeki at, inek, koyun ve keçinin oluşturduğu topluluk bir **küme**'dir. At bu kümenin bir **elemanıdır**. İnek koyun ve keçi de bu kümenin birer **elemanıdır**. Köpek ile tavuk bu kümenin birer elemanı değildir. Köpek ile tavuk da başka bir küme oluşturur.

3. Sınıfınızdaki öğrenciler de bir küme oluşturur. Her öğrenci bu kümenin bir elemanıdır. Başka sınıfın öğrencileri bu kümenin birer elemanı olamazlar. O sınıfın öğrencileri de başka bir küme oluşturur.

4. Dikkat ederseniz küme, bir nesneler topluluğudur. Kümenin her elemanı belirli ve anlamlı olmalı, herkes tarafından aynı anlamda yorumlanmalı ve bilinmelidir. Küme kavramı günlük yaşantımızın içerisindedir. Örneğin sınıfınızdaki kız öğrencilerin kümesini, adları A harfi ile başlayan öğrencilerin kümesini, okulunuzdaki matematik öğretmenlerinin kümesini, okuduğunuz ders kitaplarının kümesini, bildiğiniz şekil ve işaretlerin kümesini düşünebilirsiniz. Bir kümeyi oluşturan nesnelerin her biri o kümenin bir elemanıdır.

Bir kümenin oluşması, o kümenin elemanlarının tümünün kesin olarak bilinmesi ile olur.

Örnekler :

1. Örnek : Dört harfle yazılan günler bir küme oluşturur mu?

Evet. **Salı** ve **Cuma** günleri dört harfle yazılan günlerdir. Salı ve cuma günleri bu kümenin elemanları olur. Öbür günler bu kümenin birer elemanı olmaz.

2. Örnek : "Bazı sayıların oluşturduğu küme" ifadesi bir küme olur mu?

Hayır. Çünkü, hangi sayıların bu kümenin elemanı olacağı belli değildir.

3. Örnek : 5 ile 10 arasındaki doğal sayılar bir küme oluşturur mu?

Evet. Çünkü, bu sayılar : 6, 7, 8, 9 olmak üzere kesin olarak bellidir.

4. Örnek : "2–A sınıfındaki çalışkan öğrencilerin kümesi" ifadesi bir küme olur mu?

Olmaz. Çünkü, kimlerin çalışkan öğrenci olduğu herkes tarafından bilinmemektedir.

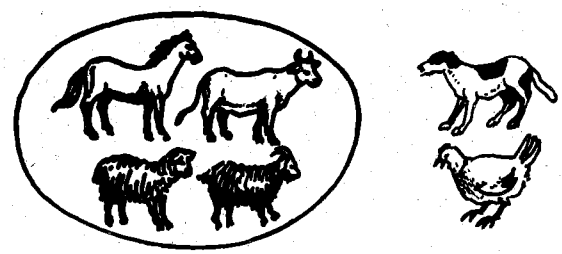
Alıştırmalar

1. B harfi ile başlayan iller bir küme oluşturur mu?
2. "Bazı günlerin oluşturduğu küme" ifadesi bir küme olur mu?
3. 3 ile 15 arasındaki doğal sayılar bir küme oluşturur mu?
4. Nüfusu en çok olan beş ilimiz bir küme oluşturur mu?

2–2. Bir kümenin Gösterilmesi, Boş Küme

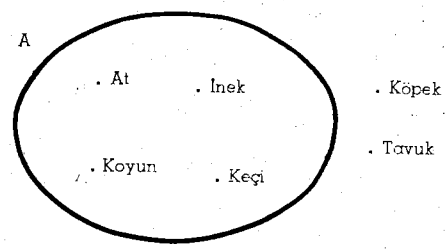
Kümeyi Şema ile Göstermek

1. Kümeyi oluşturan nesneler kapalı bir çizgi içine alınır. Kümenin adı büyük bir harfle yanına yazılır. Kümeye ait olmayan elemanlar kapalı çizgi dışında kalır. Aşağıdaki şekli inceleyiniz.



Yukarıdaki resimde A kümesini görüyorsunuz. At, inek, koyun ve keçi bu kümenin birer elemanıdır. Köpek ile tavuk bu kümenin elemanı değildir.

2. Bazı nesnelerin resimlerini yapmak güçtür. Onun için, nesneleri kapalı çizgi içinde birer nokta ile gösterir, yanına sadece adlarını yazarız. Yukarıdaki A kümesini söylediğimiz biçimde gösterelim.



Kümelerin yukarıdaki biçimde gösterilişine **Venn şeması** ile gösterme denir.

Kümeyi Liste Biçiminde Göstermek

Bir kümeyi şekil ya da şema ile göstermek bazen pratik olmaz. Kümenin elemanları, { } biçiminde bir ayraç içine aralarına virgül konularak yazılır.

Örnekler

1. Örnek : Yukarıdaki A kümesini liste biçiminde gösterelim.

A = {At, İnek, Koyun, Keçi} dir.

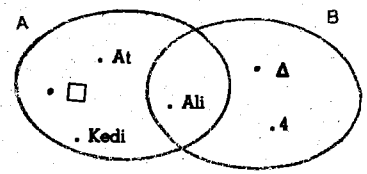
2. Örnek : "Sonbaharı oluşturan ayların kümesi" veriliyor. Bu kümeyi elemanlarını yazarak belirtelim.

Bu kümeyi B ile gösterirsek,

B = {Eylül, Ekim, Kasım} biçiminde yazılır.

Uyarı : Kümeyi liste biçiminde göstermeye, kümeyi elemanları ile yazma da denir.

3. Örnek : Yandaki şema ile verilen A ve B kümelerini elemanlarını yazarak belirtelim.



A = {At, □, Ali, Kedi} ve

B = {Ali, Δ, 4} dir.

4. Örnek : "ANKARA" sözcüğündeki ünsüz harflerin oluşturduğu H kümesini liste yöntemi ile yazalım.

H = {N, K, R} dir.

Bir küme liste yöntemi ile yazılırken, elemanların her biri bir kez yazılır. Örneğin, yukarıdaki H kümesi H = {N, N, K, R} biçiminde yazılamaz ve düşünülemez.

Kümeyi Elemanlarının Ortak Özelikleri ile Göstermek

Bir kümenin elemanlarının ortak bir özeliği varsa, küme ortak özelik yöntemi ile gösterilir.

Örnekler

1. Örnek : A = {a, b, c, ç, d} kümesini elemanlarının ortak özelikleri ile gösterelim.

Dikkat edilirse, A kümesinin elemanları alfabemizin sıra ile söylenen ilk beş harfidir.

A = Alfabemizin ilk beş harfinin kümesi.

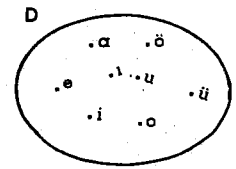
2. Örnek : B = {4, 5, 6, 7, 8, 9} kümesini elemanlarının ortak özelikleri ile gösterelim.

B = 3 ile 10 arasındaki doğal sayılar kümesi.

3. Örnek : C = {Denizli, Diyarbakır} kümesini elemanlarının ortak özelikleri ile gösterelim.

C = D ile başlayan illerin kümesi.

4. Örnek : Yandaki şema ile verilen D kümesini, elemanlarının ortak özelikleri ile belirtelim.



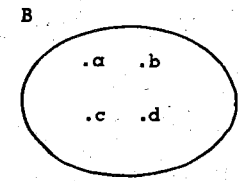
D = Alfabemizin ünlü harflerinin kümesi.

Örnek alıştırmalar

1. Örnek : A = "AHMET" sözcüğündeki ünsüz harflerin kümesi.

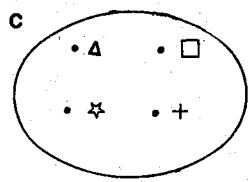
A kümesini, elemanlarını yazarak belirtelim. A = {H, M, T} dir.

2. Örnek : B = {a, b, c, d} kümesini şema ile gösterelim.



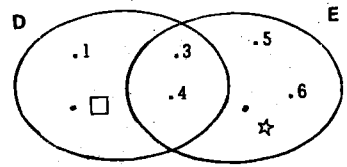
B kümesini şema ile yandaki biçimde gösterebiliriz.

3. Örnek : Yandaki şema ile verilen C kümesini elemanlarını yazarak belirtelim.



C = {Δ, □, +, ☆} dir.

4. Örnek : Yandaki şema ile verilen D ve E kümelerini, elemanlarını yazarak belirtelim.



D = {1, 3, □, Δ}

E = {3, 5, 6, 4, ☆} dır.

5. Örnek : A = Yurdumuzu çeviren denizlerin kümesi. A kümesini elemanlarını yazarak ve şema ile gösterelim.

A kümesini elemanları ile :

A = {Karadeniz, Marmara Denizi, Ege Denizi, Akdeniz} biçiminde,

Şema ile de yandaki biçimde gösterebiliriz.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki kümeleri şema ile gösteriniz.

a) A = {1, 2, 3, 4, 5} b) B = {Δ, □, ☆, ≠}

c) C = {Mine, Alp, Yalçın, Selma} d) D = Ailenizdeki kişilerin kümesi.

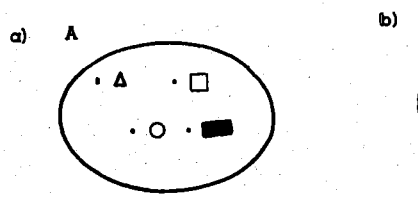
e) E = Sınıfınızdaki gözlüklü öğrencilerin kümesi.

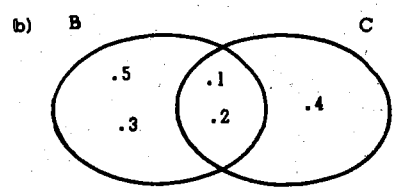
2. Aşağıdaki kümeleri, elemanlarının ortak özelikleri ile belirtiniz.

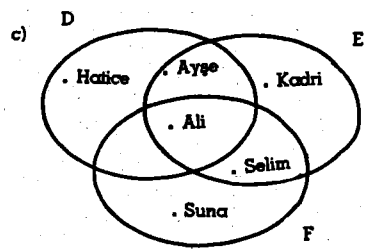
a) A = {1, 3, 5, 7} b) B = {2, 4, 6, 8, 10}

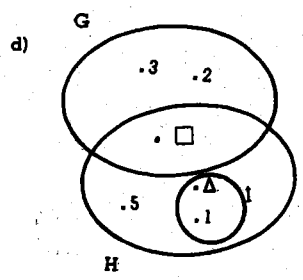
c) C = {a, b, c, ç, d} d) D = {Çanakkale, Çankırı, Çorum}

3. Aşağıdaki şemalarla verilen kümeleri liste biçiminde (elemanları ile yazarak) belirtiniz.

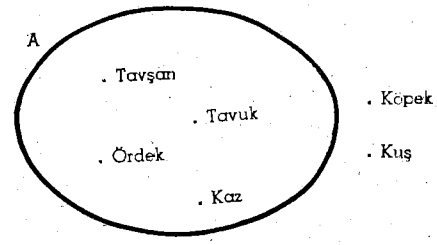








Bir Kümenin Elemanı Olma ya da Olmama :



1. Bir kümeyi oluşturan nesnelerin her birine kümenin **elemanı** demiştik. Yukarıda A kümesinde tavşan, bu kümenin bir elemanıdır. diye söyleriz. "∈" işaretine, **eleman olma** (ait olma) işareti denir.

2. Kümeye ait olmayan nesneler, kümenin elemanı değildir. Köpek, A kümesinin bir elemanı değildir. Bunu, köpek ∉ A biçiminde yazar, "Köpek, A kümesinin elemanı değildir." diye söyleriz. "∉" işaretine, **eleman olmama** (ait olmama) işareti denir.

Örnekler

1. Örnek : A = {Δ, □, ▭} kümesi ile Δ, □, ☆ işaretleri arasında nasıl bir ilişki vardır?

Δ ve □ A kümesinin birer elemanıdır. Bunları Δ ∈ A ve □ ∈ A biçiminde gösteririz. ☆ bu kümenin bir elemanı değildir. Bunu da, ☆ ∉ A biçiminde gösteririz.

2. Örnek : B = {Cuma, Pazar, Salı} kümesi ile pazar, salı ve perşembe sözcükleri arasındaki ilişkiyi belirtelim.

Pazar ∈ B ve Salı ∈ B'dir.

Perşembe ∉ B'dir.

Alıştırmalar

1. A = {a, b, c, d, e} kümesi veriliyor. Aşağıdakilerin hangileri doğru, hangileri yanlıştır?

a) a ∈ A b) c ∉ A c) k ∈ A

b) d ∉ A e) m ∉ A f) e ∈ A

2. N = {Mart, Ocak, Kasım, Şunat} kümesi veriliyor. Aşağıdaki boş yerlere ($\in, \notin$) işaretlerinden uygun olanını yazınız.

a) Ocak...N b) Nisan ... N c) Kasım ... N

d) Haziran ... N e) Aralık ... N f) Şubat ... N

Boş Küme

A = L harfi ile başlayan illerin kümesi. Verilsin.

A kümesini, elemanlarını yazarak belirtmeye çalışalım.

L harfi ile başlayan il olmadığından, küme ayracı içine yazacak eleman bulamayız. Bu küme, A = { } biçiminde yazılmış olur. A kümesi gibi hiç elamanı olmayan bir kümeye **boş küme** denir. Boş küme, { } ya da Ø işareti ile gösterilir.

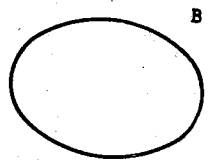
Örnekler

1. Örnek : A = Sınıfınızdaki üç metre boyundaki öğrencilerin kümesi.

A kümesini, elemanlarını yazarak belirtelim.

Sınıfınızda 3 metre boyunda öğrenci olmadığından, A kümesinin elemanı yoktur. A kümesi boş kümedir. Bunu, A = { } ya da A = Ø biçiminde belirtiriz.

2. Örnek : B = Üç ayaklı hayvanların kümesi.



B kümesini şema ile gösterelim, elemanları ile yazalım. Üç ayaklı hayvan olmadığından, şema içine yazacak eleman bulamayız.

B kümesi boş kümedir. Bunu, şema ile yandaki biçimde gösteririz.

B = { } biçiminde yazarız.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki ifadelerin hangileri bir küme belirtir, hangileri belirtmez?

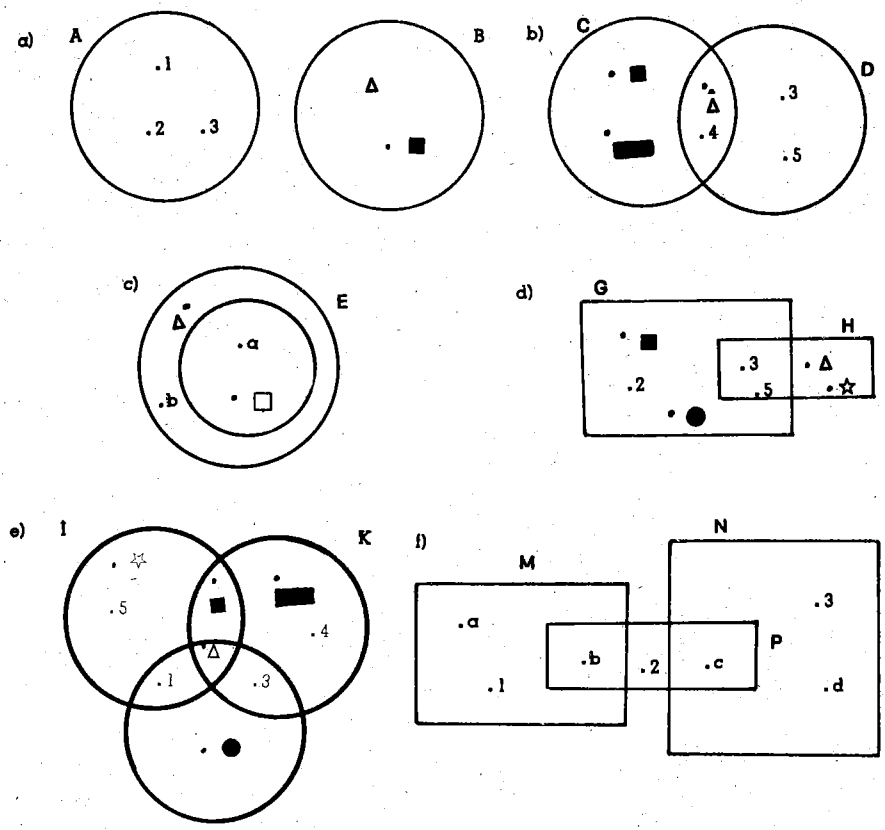
a) 8 ile 17 arasındaki doğal sayılar.
b) Çantanızdaki eşyalar.
c) Bazı sayılar.
d) Türkiye'nin ırmakları.

e) K, t ünsüz harfleri.
f) Sınıfınızdaki çalışkan öğrenciler.
g) Türkiyenin en kalabalık beş ili.

2. Aşağıdaki kümeleri şema ile gösteriniz.

a) A = {1, 2, 3} , B = {□, Δ, ☆, ○}
b) E = {a, b, c, d} , F = {a, b, Δ}
c) G = {Δ, □, ☆} , H = {□, Δ,}
d) I = {1, 2, 3, 4} , K = {2, 3, Δ, □}
e) L = {□, ☆} , M = {1, 3, 5}, N = {6, 7}
f) P = {4, 5, 6} , R = {5, 6, 7}, S = {6, 3, 2}

3. Aşağıdaki şemaları verilen kümeleri liste biçiminde yazınız.



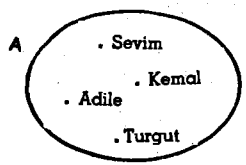
4. Aşağıdaki kümeleri elemanları ile yazınız.

a) A = Abecemizin ilk dört harfinin kümesi.
b) B = Haftanın P harfi ile başlayan günlerinin kümesi.
c) C = "BAYRAM" sözcüğündeki harflerin kümesi.
d) D = 4 ile 16 arasındaki tek doğal sayılar kümesi.
e) E = Sınıfınızdaki gözlüklü öğrencilerin kümesi.

5. N = {a, b, c, k} dır. b, c, m harflerinden hangileri N kümesinin birer elemanıdır?

6. T = {Δ, □, 1, 3, 5} dir. □, 3, ☆, ○ işaretlerinden hangileri T kümesinin birer elemanı değildir?

7. Kemal, Aytekin, Sema, Kadir, Turgut sözcüklerinden hangileri A kümesinin birer elemanıdır?

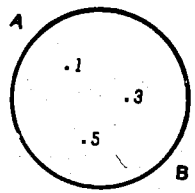


2-3. Kümelerin Karşılaştırılması

Eşit Kümeler

A = {1, 3, 5} ve B = {3, 5, 1} kümelerini karşılaştıralım.

A kümesinin elemanları olan 1, 3, 5 rakamlarından her biri B kümesinin de birer elemanıdır. Aynı şekilde, B kümesinin elemanları olan 3, 5, 1 rakamlarından her biri de A kümesinin birer elemanıdır.



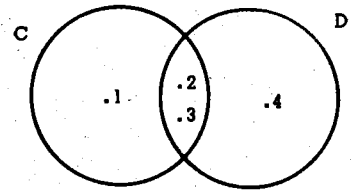
A ve B kümelerini şema ile gösterirsek, iki şema yukarıdaki şekilde görüldüğü gibi üst üste çakışır. A ve B kümelerine **eşit kümeler** denir. ve A = B biçiminde yazılır. Kümeler liste biçiminde yazılırken, elemanlarının yazılış sırası önemli değildir. Örneğin, C = {a, b, c} kümesini;

{a, c, b} , {b, a, c) , {b, c, a} , {c, a, b} , {c, b, a}

biçimlerinde de yazabiliriz. Bir kümenin elemanlarının yerlerini değiştirerek yazmakla başka bir küme yazılmış olmaz, yine aynı küme yazılmış olur.

Eşit Olmayan Kümeler

C = { 1, 2, 3 } ve D = { 2, 3, 4 } kümelerini karşılaştıralım. 2 ve 3 rakamları her iki kümenin de birer elemanıdır. Başka bir deyişle, C ve D kümelerinin ortak elemanları 2 ve 3 rakamlarıdır. C kümesinin elemanı olan 1 rakamı, D kümesinde, D kümesinin elemanı olan 4 rakamı da C kümesinde yoktur.

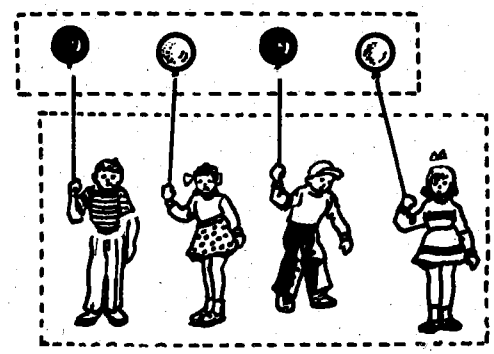


Öyleyse, C ve D kümeleri aynı elemanlardan oluşmamıştır. C ve D gibi aynı elemanlardan oluşmayan kümelere **eşit olmayan kümeler** ya da **farklı kümeler** denir.

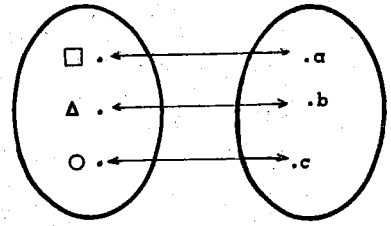
Bunu, C ≠ D biçiminde yazar, "C kümesi D kümesine eşit değildir" diye söyleriz. "≠" işaretine, **eşit değil** işareti denir.

Denk Kümeler

1. Aşağıdaki resimde, çocukları ve ellerindeki balonları görüyorsunuz. Her çocuğun elinde, ipe bağlanmış bir balon var. Burada çocuklar bir küme, balonlar da başka bir küme oluşturur. Resimde, çocuklar kümesinin bir elemanı, balonlar kümesinin bir elemanına karşı getirilmiştir. Buna, iki kümenin elemanları arasında **eşleme** yapma denir.



2. Yandaki kümelerin elemanları arasında eşleme yapılmıştır, inceleyiniz. (Eşlemeler oklarla gösterilmiştir.)



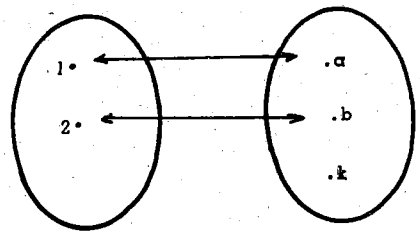
$A = \{ \square, \Delta, \bigcirc \}$

$B = \{ a, b, c \}$

Burada, A kümesinin her elemanına, B kümesinin birbirinden farklı sadece birer elemanı eşlenmiştir. Aynı biçimde, B kümesinin her elemanına da A kümesinin birbirinden farklı sadece birer elemanı eşlenmiştir. A ve B kümelerinde eşlenmeyen eleman yoktur.

A ve B kümeleri arasında yapılan bu eşlemeye, **bire–bir eşleme** denir. A kümesinde ne kadar eleman varsa, B kümesinde de o kadar eleman vardır. Böyle kümelere, **denk kümeler** denir.

3. Aşağıdaki kümeler arasında eşleme yapılmıştır. İnceleyiniz.

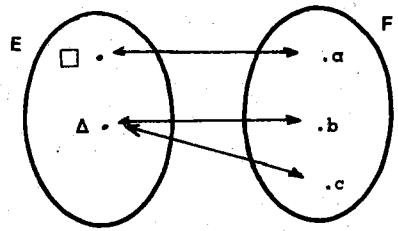


$C = \{ 1, 2 \}$

$D = \{ a, b, k \}$

Yukarıda yapılan eşleme, bire–bir eşleme midir? D kümesinin elemanı olan k'ya C kümesinde eşlenecek eleman yoktur. Bu eşleme, bire–bir eşleme değildir. Onun için C ve D kümeleri denk kümeler değildir. Böyle kümelere, **denk olmayan kümeler** denir.

4. Aşağıdaki kümeler arasında eşleme yapılmıştır. Bu kümelerin denk olup olmadıklarını araştıralım.



$E = \{ \square, \Delta \}$

$F = \{ a, b, c \}$

Yukarıda yapılan eşlemede, açıkça kalan eleman yoktur. Yalnız, E kümesinin Δ elemanı F kümesinin b, c elemanlarına; başka bir deyişle,

E kümesinin Δ elemanı F kümesinin iki elemanına eşlenmiştir. Burada, bire–bir eşleme yoktur. Onun için, E ve F kümeleri denk kümeler değildir.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki kümelerden hangileri birbirine eşittir?

   $A = \{ \square, \Delta, \bigcirc \}$, $B = \{ a, b, k \}$ $C = \{ 2, 4, 6, 8 \}$

   $D = \{ a, k, b \}$, $E = \{ 3, 5, 7 \}$ $F = \{ \Delta, \bigcirc, \square \}$

   G = 1 ile 10 arasındaki çift sayıların kümesi.

   H = 2 ile 8 arasındaki tek sayıların kümesi.

2. Aşağıdaki kümelerden denk olanları hangileridir?

   $A = \{ \Delta, \square, \star \}$ $B = \{ 1, 2 \}$ $C = \{ a, b, c, d \}$

   D = {Belgin, Belma} E = {Ankara} F = {At, Ali, Kedi}

   G = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} H = {Masa, Sandalye, Rado, Vazo}

   $İ = \{ m \}$ J = bir basamaklı sayıların kümesi.

3. Futbol oynayan iki takımı düşünelim.

   a) Her takımın oyuncuları birer küme oluşturur mu?

   b) İki takımın oyuncuları bire–bir eşlenebilir mi?

   c) Her iki takımın oyuncularının oluşturduğu kümeler denk midir?

4. Bir sinemadaki koltuklar kümesi ile sinemaya giren insanlar kümesini düşünelim.

   a) Koltuklar kümesi ile insanlar kümesinin elemanları arasında bir eşleme yapılabilir mi?

   b) Bütün koltuklar dolsa, koltuklar kümesi ile insanlar kümesi nasıl kümeler olur?

   c) Koltuklardan bazıları boş olsa, koltuklar kümesi ile insanlar kümesi nasıl kümeler olur?

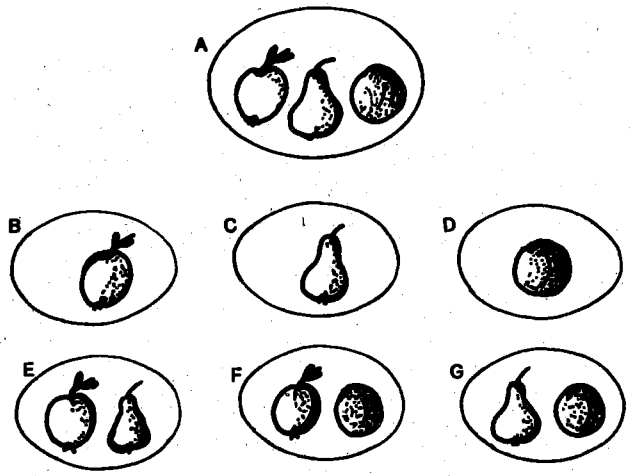
   d) Sinema kapalı olduğunda, koltuklar kümesi nasıl bir küme olur?

5. İki küme eşit ise, bu iki küme denk midir?

6. İki küme denk ise, bu iki küme eşit midir?

2–4. Alt Küme (Küme Parçası)

1. Bir tabak içine elma, armut ve portakal koyalım. Bu meyveler bir küme oluşturur. Meyveleri bu tabaktan alarak her birini başka bir tabağa koyalım. Bunların her biri birer küme oluşturur. Elma, ile armudu bir tabağa veya elma ile portakalı başka bir tabağa veyahut armut ile portakalı başka bir tabağa koysak, bunlar da başka birer küme oluştururlar. Bu kümeler venn şemaları ile aşağıda gösterilmiştir. inceleyiniz.

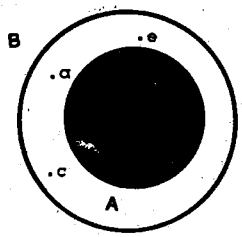


Dikkat ederseniz B, C, D, E, F, G kümelerinin her elemanı A kümesinin de bir elemanıdır. Bu kümelerin her biri A kümesinin birer parçasıdır. Onun için, B, C, D, E, F, G kümelerinin her birine A kümesinin **alt kümeleri** ya da **küme parçaları** denir.

2. Yandaki venn şeması ile verilen A ve B kümelerini liste biçiminde yazalım.

$A = \{ b, d \}$ ve

$B = \{ a, b, c, d, e \}$ dir.



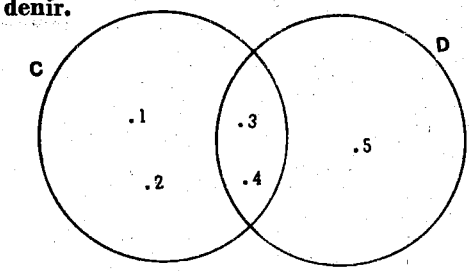
A kümesinin elemanı olan b ve d harfleri B kümesinin de birer elemanıdır. A kümesi B kümesinin bir alt kümesidir. (Küme parçasıdır.). Bunu, $A \subset B$ biçiminde yazar, "A, B'nin alt kümesidir" ya da $B \supset A$ biçiminde yazar, "B, A'yı kapsar" diye söyleriz. "$\subset$" işaretine alt küme işareti, ve "$\supset$" işaretine kapsama işareti denir.

Bir A kümesinin elemanları B kümesinin de elemanları ise, A kümesi, B kümesinin alt kümesidir denir.

3. Yandaki venn şeması ile verilen C ve D kümelerini liste biçiminde yazalım.

$C = \{ 1, 2, 3, 4 \}$ ve

$D = \{ 3, 4, 5 \}$ dir.



C kümesinin elemanı olan 1 ve 2 rakamları D kümesinin birer elemanı değildir. Başka bir deyişle, C kümesinin 1 ve 2 elemanı D kümesinin içinde değildir.

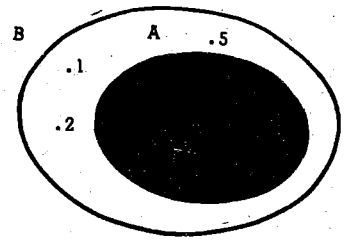
Aynı şekilde, D kümesinin 5 elemanı da C kümesinin bir elemanı değildir. C ve D kümeleri arasında kapsama yoktur. Bunu, $C \not\supset D$ biçiminde yazar, "C, D'nin alt kümesi değildir" ya da $D \not\supset C$ biçiminde yazar, "D, C'yi kapsamaz" diye söyleriz. Aynı şekilde, $D \not\subset C$ ya da $C \not\subset D$'dir.

Bir A kümesinde, B kümesinde olmayan en az bir eleman varsa, A kümesi, B kümesinin alt kümesi değildir.

Örnekler

1. Örnek : $A = \{ 3, 4 \}$ ve $B = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$ kümeleri arasında nasıl bir ilişki vardır?

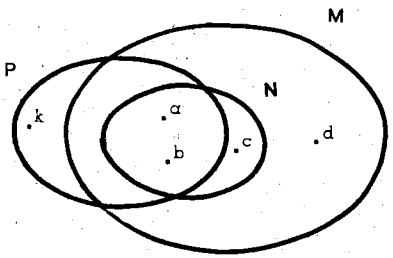
A ve B kümelerini yanda görüldüğü gibi şema ile gösterelim. Şemada görüldüğü gibi, A kümesi B kümesinin içindedir. Başka bir deyişle, A kümesi B kümesinin bir alt kümesidir (Küme parçasıdır.) Bunu $A \subset B$ ya da $B \supset A$ biçiminde yazarız.



2. Örnek : $M = \{ a, b, c, d \}$, $N = \{ a, b, c \}$ ve $P = \{ a, b, k \}$ kümeleri arasında nasıl bir ilişki vardır?

M, N ve P kümelerini aşağıda görüldüğü gibi şema ile gösterelim. Şemada görüldüğü gibi, N kümesi M kümesinin içindedir. Öyleyse, $N \subset M$

dir. P kümesi, M kümesinin içinde değildir. P kümesinin K elemanı, M kümesinin bir elemanı değildir.



Yukarıdaki tanıma göre, $P \notin M$' dir. Aynı şekilde $M \notin P$'dir.

4. $A = \{a, b, c\}$ kümesinin alt kümelerini yazalım.

A kümesinin elemanları birer birer ve ikişer ikişer alınarak,

$\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$
$\{a, b\}$, $\{a, c\}$, $\{b, c\}$ alt kümeleri

elde edilir.

Her küme, kendisinin bir alt kümesidir. A kümesinin her elemanı yine A kümesinin bir elemanıdır. Öyleyse, $A \subset A$ yazılabilir. Boş küme de A kümesinin bir alt kümesidir. Çünkü boş kümede, A kümesinde olmayan elemanlardan hiç biri yoktur. Öyleyse, $\emptyset \subset A$'dır.

A kümesinin yukarıda yazdığımız alt kümelerine bu iki kümeyi katarsak, A kümesinin alt kümeleri,

$\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$
$\{a, b\}$, $\{a, c\}$, $\{b, c\}$
$\{a, b, c\}$
$\{\ \}$ olur.

A kümesinin alt kümeleri 8 tanedir. $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$'tür. A kümesi 3 elemanlıdır. 2 elemanlı bir kümenin alt kümelerinin sayısı 4 tanedir. $4 = 2 \times 2 = 2^2$'dir.

Siz de,

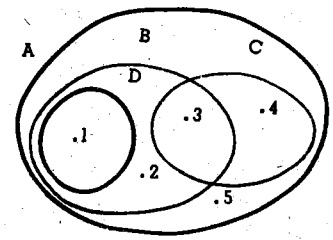
1. Dört elemanlı bir kümenin,
2. Beş elemanlı bir kümenin, alt kümelerinin sayısını bulunuz.

Alıştırmalar

1. $A = \{a, b\}$, $B = \{a, b, c, d\}$ ve $C = \{a, b, c, d, e, f\}$ kümeleri veriliyor. Bu kümeleri venn şeması ile gösteriniz ve aşağıdaki ifadelerden hangilerinin doğru olduğunu bulunuz.

a) $A \subset B$ b) $A \notin C$ c) $C \supset A$
d) $B \not\subset C$ e) $A \neq B$ f) $C = A$
g) $B \supset A$ h) $C \notin A$ i) $A \not\supset B$

2. Yandaki şema ile verilen A, B, C, D kümelerini liste biçiminde yazınız. Birbirini kapsayan kümeleri, $\subset$ işareti ile belirtiniz.



3. $A = \{0, 1\}$ kümesinin alt kümelerini yazınız.

4. Altı elemanlı bir kümenin kaç tane alt kümesi olduğunu hesaplayınız.

5. $A \subset B$ ve $B \subset A$ ise, bu iki küme hakkında ne söyleyebilirsiniz?

6. $C \subset B$ ve $B \subset A$ olacak biçimde A, B, C kümelerini yazınız. Ayrıca bu kümeleri Venn şeması ile de gösteriniz.

2–5. Kümelerde Yapılan İşlemler

Kümelerin Birleşme İşlemi

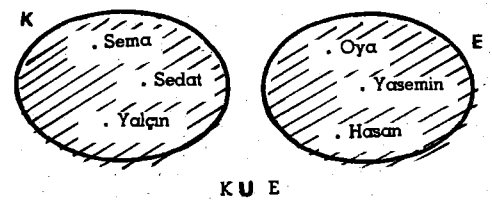
1. Sınıfınızda kitaplık koluna seçilen öğrencilerin kümesi K = {Sema, Sedat, Yalçın} ve kültür edebiyat koluna seçilen öğrencilerin kümesi E = {Oya, Yasemin, Hasan} olsun.

Bu iki kola seçilen öğrenciler, sınıf kitaplıklarına seçilecek kitapları saptamak üzere toplanıyorlar. Toplantıya katılan öğrencilerin kümesi.

T = {Sema, Sedat, Yalçın, Oya, Yasemin, Hasan} olur.

T Kümesine, K ve E kümelerinin **birleşimi** denir. Bunu, $K \cup E = T$ biçiminde yazar "K birleşim E eşittir C" diye söyleriz. "$\cup$" işaretine **birleşim** işareti denir. T kümesini elde etmek için yapılan işleme **birleşme işlemi** denir.

K ve E kümelerini Venn şeması ile gösterelim.



$K \cup E$

2. Sınıfınızda spor koluna seçilen öğrencilerin Kümesi S = { Kadir, Ayşe, Nedim } ve gezi koluna seçilen öğrencilerin kümesi G = { Ferit, Ayşe, Nedim } olsun.

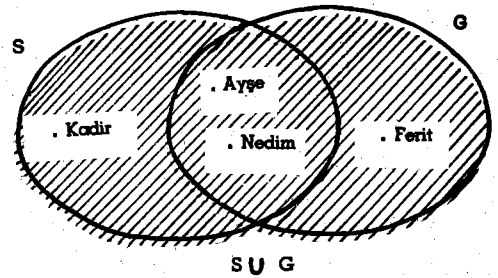
Bu iki kola seçilen öğrenciler de, gezilerde yapacakları maçları saptamak üzere toplanıyorlar. Toplantıya katılan öğrencilerin kümesi,

A = { Kadir, Ayşe, Nedim, Ferit } olur.

A kümesi, S ve G kümesinin birleşim kümesidir.

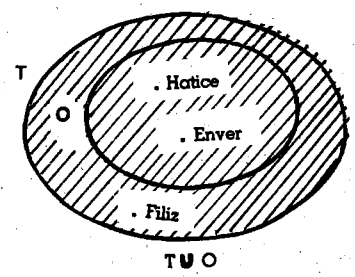
S ∪ G = { Kadir, Ayşe, Nedim, Ferit } dir.

S ve G kümelerini Venn şeması ile gösterelim.



3. Sınıfınızda temizlik koluna seçilen öğrencilerin kümesi T = {Hatice, Enver, Filiz} ve okul eşyalarını koruma koluna seçilen öğrencilerin kümesi, O = {Hatice, Enver} olsun.

Bu iki kola seçilen öğrenciler de, temizlenecek ve korunacak okul eşyalarını saptamak üzere toplanıyorlar. Toplantıya katılan öğrencilerin kümesi,



B = {Hatice, Enver, Filiz} olur.

B kümesi T ve O kümesinin birleşim kümesidir.

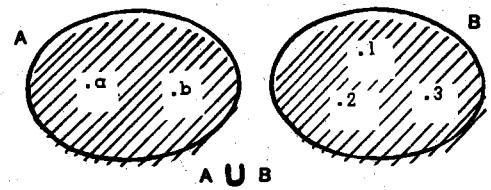
T ∪ O = {Hatice, Enver, Filiz} dir.

T ve O kümeleri Venn şeması ile yukarıda gösterilmiştir. İnceleyiniz

İki kümenin elemanlarından oluşan kümeye, o iki kümenin birleşim kümesi denir.

Örnekler

1. Örnek : A = { a, b } ve B = { 1, 2, 3 } kümeleri veriliyor. Bu iki kümenin birleşim kümesini liste biçiminde yazalım. Ayrıca Venn şeması ile de gösterelim.

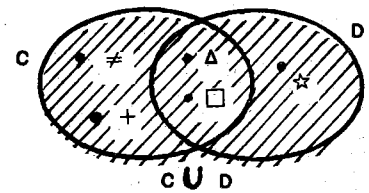


Birleşim kümesi, A ve B kümelerinin tüm elemanlarından oluşacağından,

A ∪ B = { a, b, 1, 2, 3 } olur.

A ∪ B kümesi şema ile yandaki gibi gösterilir.

2. Örnek : Yandaki şemada C ve D kümesinin birleşim kümesi taranmıştır. Bu iki kümeyi ve birleşim kümesini elemanları ile yazalım.



C = { ≠, +, Δ, □ }

D = { Δ, □, ☆ }

C ∪ D = { ≠, +, Δ, □, ☆ }

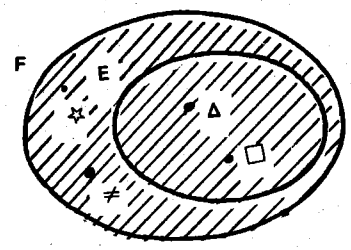
olur.

3. Örnek : E = { Δ, □ }, F = { Δ, □, ☆, ≠ } kümelerini Venn şemesi ile gösterelim ve iki kümenin birleşim kümesini liste biçiminde yazalım.

Birleşim kümesi iki kümenin tüm elemanlarından oluşacağından,

$E \cup F = \{\Delta, \square, \star, \neq\}$

olur. Şema ile de yandaki biçimde gösterilir.



$E \cup F = F$'dir. Neden?

Uyarı : İki kümenin birleşim kümesi yazılırken ortak olan elemanlar bir kez yazılır.

4. Örnek : $A = \{a, b, c\}$ ile $B = \{\ \}$ kümesinin birleşim kümesini bulalım.

B kümesinin elemanı olmadığından,

$A \cup B = \{a, b, c\} \cup \{\ \}$

$= \{a, b, c\}$ olur.

$A \cup B = A$'dır. Neden?

Öyleyse, $A \cup \emptyset = A$ olur.

5. Örnek : $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ve $B = \{3, 1, 4, 2\}$ kümeleri veriliyor. Bu iki kümenin birleşim kümesini bulalım.

Birleşim kümesi iki kümenin elemanlarından oluşacağından,

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4\} \cup \{3, 1, 4, 2\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$ olur.

$A \cup B = A$ ve $A = B$'dir.

Öyleyse, $A \cup A = A$'dır.

6. Örnek : $A = \{a, b, \Delta\}$ ve $B = \{\square, \Delta, b, c\}$ kümeleri veriliyor.

a) $A \cup B$

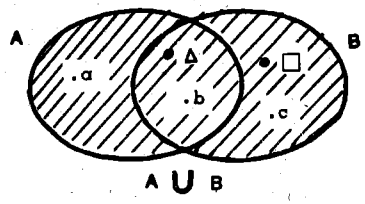
b) $B \cup A$

kümelerini liste biçiminde yazıp, venn şeması ile gösterelim.

a) $A \cup B = ?$

$A \cup B = \{a, b, \Delta, \square, c\}$

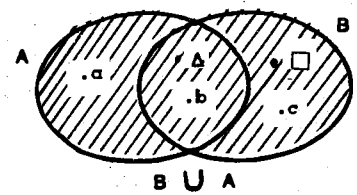
dır.



b) $B \cup A = ?$

$B \cup A = \{\square, \Delta, b, c, a\}$

dır.



$\{a, b, \Delta, \square, c\} = \{\square, \Delta, b, c, a\}$ olduğundan, $A \cup B = B \cup A$ dır. Buna, **kümelerin birleşim işleminde değişme özeliği** denir.

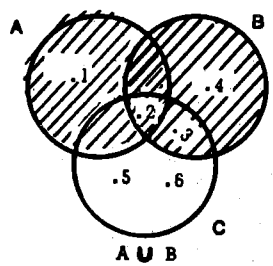
7. Örnek : $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3, 4\}$ ve $C = \{2, 3, 5, 6\}$ kümeleri veriliyor.

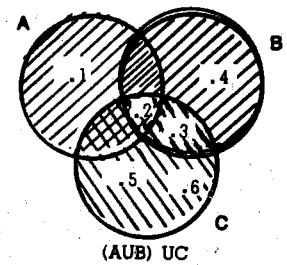
a) $(A \cup B) \cup C$

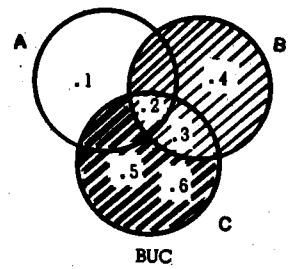
b) $A \cup (B \cup C)$

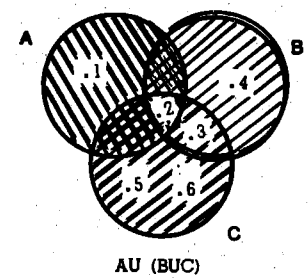
kümelerini liste biçiminde yazalım, Venn şeması ile gösterelim.

a) $(A \cup B) \cup C = ?$









$(A \cup B) \cup C = (\{1, 2\} \cup \{2, 3, 4\}) \cup \{2, 3, 5, 6\}$

$(A \cup B) \cup C = \{1, 2, 3, 4\} \cup \{2, 3, 5, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

olur.

b) $A \cup (B \cup C) = ?$

$A \cup (B \cup C) = \{1, 2\} \cup (\{2, 3, 4\} \cup \{2, 3, 5, 6\})$

$A \cup (B \cup C) = \{1, 2\} \cup \{2, 3, 4, 5, 6\}$

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ olur.

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ olduğundan

$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$'dir. Buna, **kümelerin birleşim işleminde birleşme özeliği denir.**

Alıştırmalar

1. $A = \{a, b\}$ ve $B = \{c, d, e\}$ kümeleri veriliyor.

a) $A \cup B$ kümesini liste biçiminde yazınız.

b) Bu kümeleri Venn şeması ile gösteriniz ve $A \cup B$ kümesinin tamamını tarayınız.

2. $C = \{1, 2, 3\}$ ve $D = \{1, 3, 4, 5\}$ kümeleri veriliyor.

a) $C \cup D$ kümesini elemanlarını yazarak belirtiniz.

b) Bu kümeleri Venn şeması ile gösteriniz ve $C \cup D$ kümesinin tamamını tarayınız.

3. $E = \{\square, \Delta, \star, \rhd\}$ ve $F = \{\square, \star, \Delta\}$ kümeleri veriliyor.

a) $E \cup F$ kümesini liste biçiminde yazınız.

b) Bu kümeleri Venn şeması ile gösteriniz ve $E \cup F$ kümesinin tamamını tarayınız.

c) E, F kümeleri arasında nasıl bir ilişki vardır?

$E \cup F = E$'midir?

4. $A = \{a, b, c\}$ ve $B = \{a, 1, 2, 3\}$ kümeleri veriliyor.

a) $A \cup B$

b) $B \cup A$ kümelerini liste biçiminde yazınız.

c) $A \cup B = B \cup A$ olduğunu kontrol ediniz.

5. $D = \{\Delta, \square, +\}$, $E = \{\square, a, b, 1, 2\}$ ve $F = \{a, 1\}$ kümeleri veriliyor.

a) Venn şeması çizerek, $D \cup E$'yi siyah ve $E \cup F$'yi de kırmızı kalemle tarayınız.

b) $D \cup E$ ve $(D \cup E) \cup F$'yi lista biçiminde yazınız.

c) $E \cup F$ ve $D \cup (E \cup F)$'yi liste biçiminde yazınız.

d) $(D \cup E) \cup F = D \cup (E \cup F)$ olduğunu kontrol ediniz.

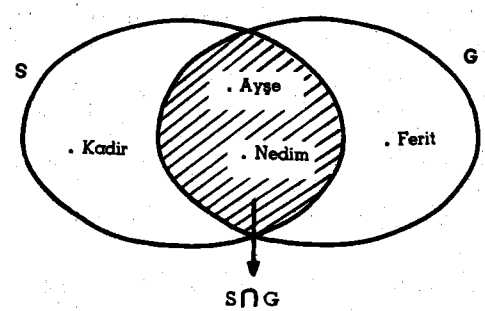
Kümelerin Kesişme İşlemi

1. Sınıfınızda spor koluna seçilen öğrencilerin kümesine S = {Kadir, Ayşe, Nedim} ve gezi koluna seçilen öğrencilerin kümesine de G = {Ferit, Ayşe, Nedim} demiştik.

Hem spor, hem de gezi koluna seçilen öğrenciler kimlerdir? İki kola birden seçilen öğrencilerin kümesi,

H = {Ayşe, Nedim} olur.

H kümesine, S ve G kümelerinin **kesişimi** ya da **arakesiti** denir. Bunu, $S \cap G = H$ biçiminde yazar, "S kesişim G eşittir H" diye söyleriz. "$\cap$" işaretine **kesişim** işareti denir. H kümesini bulmak için yapılan işleme **kesişme işlemi** denir.



S ve G kümeleri Venn şeması ile yukarıda gösterilmiştir. İnceleyiniz.

2. Sınıfınızda temizlik koluna seçilen öğrencilerin kümesine T = {Hatice, Enver, Filiz} ve okul eşyalarını koruma koluna seçilen öğrencilerin kümesine O = {Hatice, Enver} demiştik.

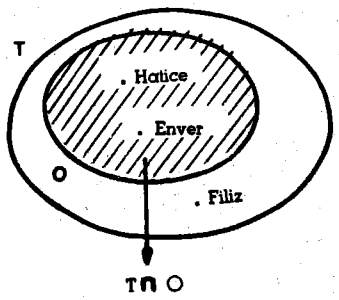
Her iki kola birden seçilen öğrencilerin kümesi,

K = {Hatice, Enver} olur.

K Kümesi T ve O Kümelerinin kesişim kümesidir.

T ∩ O = {Hatice, Enver} dir.

T ve O kümelerini Venn Şeması ile gösterelim.



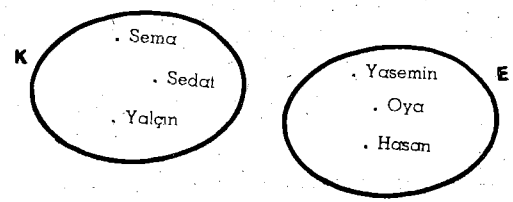
T ∩ O = O'dur. Neden?

3. Sınıfınızdaki kitaplık koluna seçilen öğrencilerin kümesine K = {Sema, Sedat, Yalçın} ve kültür edebiyat koluna seçilen öğrencilerin kümesine E = {Oya, Yasemin, Hasan} demiştik.

Her iki kola birden seçilen öğrenci yoktur. Onun için kesişim kümesi boş kümedir.

K ∩ E = { } olur.

K ve E kümelerini Venn şeması ile gösterelim.



K ve E kümelerine **ayrık kümeler** denir.

İki kümenin ortak elemanlarından oluşan kümeye, o iki kümenin kesişim kümesi denir.

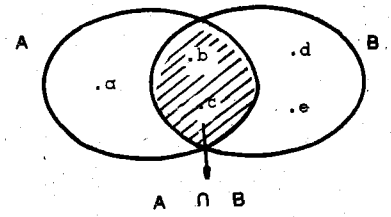
Örnekler

1. Örnek : A = { a, b, c } ve B = { b, c, d, e } kümeleri veriliyor. Bu iki kümenin kesişim kümesini liste biçiminde yazalım. Ayrıca Venn şeması ile gösterelim.

Kesişim kümesi A ve B kümelerinin ortak elemanlarından oluşacağından,

A ∩ B { a, b, c } ∩ { b, c, d, e }

= { b, c } olur.



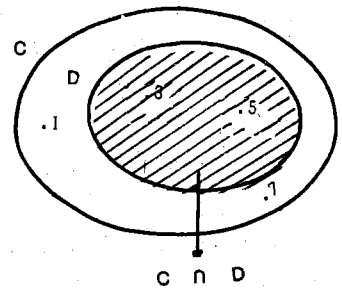
2. Örnek : C = { 1, 3, 5, 7 } ve D = { 3, 5 } kümeleri veriliyor. Kesişim kümesini biçiminde yazalım ve Venn şeması ile gösterelim.

Kesişim kümesi iki kümenin ortak elemanlarından oluşacağından,

C ∩ D = { 1, 3, 5, 7 } ∩ { 3, 5 }

= { 3, 5 } olur.

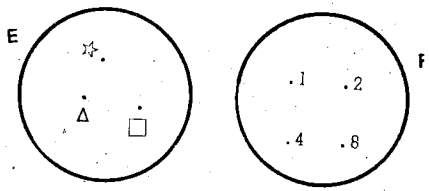
C ∩ D = D'dir. Neden?



3. Örnek : Yandaki şemada verilen E ve F kümesinin kesişim kümesini elemanları ile yazalım.

E ∩ F = { } olur.

E ve F kümeleri nasıl kümelerdir?



4. Örnek : A = {□, Δ, +} ile B = { } kümesinin kesişim kümesini bulalım.

B Kümesinin elemanı olmadığından, kesişim kümesine yazacak eleman bulamayız.

A ∩ B = {□, Δ, + } ∩ { }

= { } bulunur.

Öyleyse, A ∩ Ø = Ø olur.

5. Örnek : $A = \{a, b, c, d\}$ ve $B = \{d, c, a, b\}$ kümeleri veriliyor. Bu iki kümenin kesişim kümesini bulalım.

Kesişim kümesi iki kümenin ortak elemanlarından oluşacağından,

$A \cap B = \{a, b, c, d\} \cup \{d, c, a, b\}$

$= \{a, b, c, d\}$ olur.

$A \cap B = A$ ve $A = B$'dir.

Öyleyse, $A \cap A = A$'dır.

6. Örnek : $A = \{a, \Delta, b, \}$ ve $B = \{b, c, \Delta, \square\}$ kümeleri veriliyor.

a) $A \cap B$

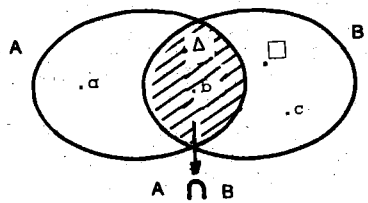
b) $B \cap A$

Kümelerini liste biçiminde yazalım ve Venn şeması ile gösterelim.

a) $A \cap B = ?$

$A \cap B = \{a, \Delta, b\} \cap \{b, c, \Delta, \square\}$

$= \{b, \Delta\}$ olur.



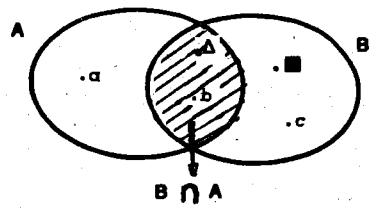
b) $B \cap A = ?$

$B \cap A = \{b, c, \Delta, \square\} \cap \{a, \Delta, b\}$

$= \{b, \Delta\}$ olur.

$\{b, \Delta\} = \{b, \Delta\}$ olduğundan,

$A \cap B = B \cap A$'dır.



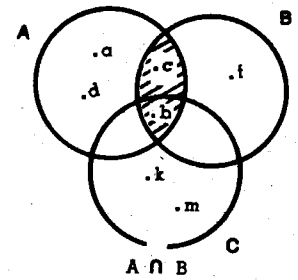
Buna, kümelerin kesişim işleminde değişme özeliği denir.

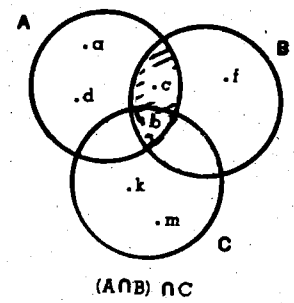
7. Örnek : $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{b, c, f\}$ ve $C = \{b, k, m\}$ kümeleri veriliyor.

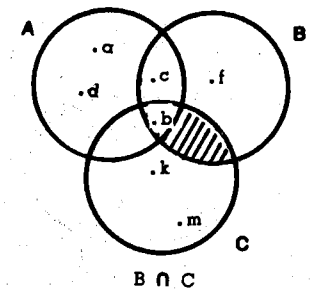
a) $(A \cap B) \cap C$

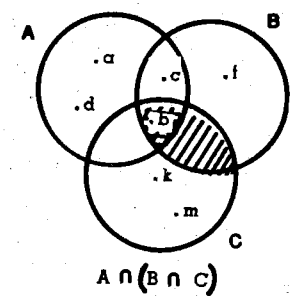
b) $A \cap (B \cap C)$

kümelerini liste biçiminde yazalım ve Venn şeması ile gösterelim.









a) $(A \cap B) \cap C = ?$

$(A \cap B) \cap C = (\{a, b, c, d\} \cap \{b, c, f\}) \cap \{b, k, m\}$

$(A \cap B) \cap C = \{b, c\} \cap \{b, k, m\} = \{b\}$ olur.

b) $A \cap (B \cap C) = ?$

$A \cap (B \cap C) = \{a, b, c, d\} \cap (\{b, c, f\} \cap \{b, k, m\})$

$A \cap (B \cap C) = \{a, b, c, d\} \cap \{b\} = \{b\}$ olur.

$\{b\} = \{b\}$ olduğundan,

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$'dir. Buna, **kümelerin kesişim işleminde birleşme özeliği** denir.

Alıştırmalar

1. $A = \{1, 2\}$ ve $B = \{2, 3, 4, 5\}$ kümeleri veriliyor.

a) $A \cap B$ kümesini liste biçiminde yazınız.

b) Bu kümeleri Venn şeması ile gösteriniz ve $A \cap B$ kümesinin tamamını tarayınız.

2. $C = \{\square, \star, \Delta, +\}$ ve $D = \{\star, \Delta, +\}$ kümeleri veriliyor

a) $C \cap D$ kümesini elemanlarını yazarak belirtiniz.

b) Bu kümeleri Venn Şeması ile gösteriniz ve $C \cap D$ kümesinin tamamını tarayınız.

c) C ve D kümeleri arasında nasıl bir ilişki vardır?

3. $E = \{a, b, c\}$ ve $F = \{5, 6, 7, 8\}$ kümeleri veriliyor.

a) $E \cap F$ kümesini liste biçiminde yazınız.

b) Bu kümeleri Venn şeması ile gösteriniz.

c) E, F kümelerine nasıl kümeler denir?

4. $A = \{\square, \Delta, \neq\}$ ve $B = \{\square, \Delta, \star, +\}$ kümeleri veriliyor

a) $A \cap B$

b) $B \cap A$ kümelerini liste biçiminde yazınız.

c) $A \cap B = B \cap A$ olduğunu kontrol ediniz.

5. $E = \{a, b, c, d\}$, $F = \{a, b, f, g\}$ ve $G = \{a, b, k, m, p\}$ kümeleri veriliyor.

a) Venn şeması çizerek, $E \cap F$'yi siyah ve $F \cap G$'yi kırmızı kalemle tarayınız.

b) $E \cap F$ ve $(E \cap F) \cap G$'yi liste biçiminde yazınız.

c) $F \cap G$ ve $E \cap (F \cap G)$'yi liste biçiminde yazınız.

d) $(E \cap F) \cap G = E \cap (F \cap G)$ olduğunu kontrol ediniz.

İki Kümenin Farkı

$A = \{a, b, c, d, e\}$ ve $B = \{d, e, f, g\}$ kümeleri veriliyor.

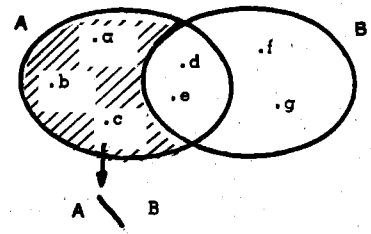
Elemanlarının hepsi A'da olan, fakat B'de olmayan kümeyi yazalım. Bu küme,

$\{a, b, c\}$ dir. Bunu,

$A \setminus B = \{a, b, c\}$ biçiminde yazar, "A'dan B'nin farkı" diye söyleriz.

A kümesine ait olan, fakat B kümesine ait olmayan elemanların oluşturduğu kümeye, bu iki kümenin farkı denir.

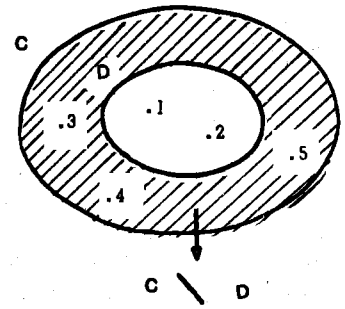
Aşağıda iki kümenin farkı, Venn Şeması ile gösterilmiştir, inceleyiniz.



Örnekler

1. Örnek : $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ve $D = \{1, 2\}$ kümeleri veriliyor.

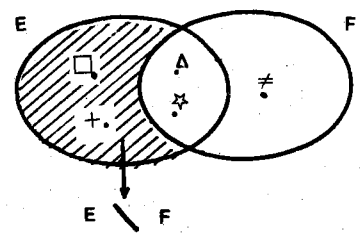
$C \setminus D$ kümesini elemanları ile yazalım ve Venn şeması ile gösterelim.



C'de olan, fakat D'de olmayan elemanların oluşturduğu küme,

$C \setminus D = \{3, 4, 5\}$ dir.

2. Örnek : $E = \{\square, \Delta, \star, +\}$ ve $F = \{\Delta, \star, \neq\}$ kümeleri veriliyor. $E \setminus F$ ve $F \setminus E$ kümelerini liste biçiminde yazalım ve bunları Venn Şeması ile gösterelim.

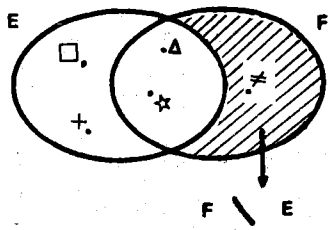


Elemanlarının hepsi E'de olan, F'de olmayan küme,

$E \setminus F = \{\square, +\}$ dir.

Elemanlarının hepsi F'de olan, E'de olmayan küme,

$F \setminus E = \{ \neq \}$ dir.



Uyarı : Şemalarda iki küme farkının tamamı taranmıştır.

Alıştırmalar

1. $A = \{ 1, 2, 3, 4 \}$ ve $B = \{ 2, 3 \}$ kümeleri veriliyor.
   a) $A \setminus B$
   b) $B \setminus A$ kümelerini liste biçiminde yazınız.
   c) Bu kümeleri Venn şeması ile gösteriniz.

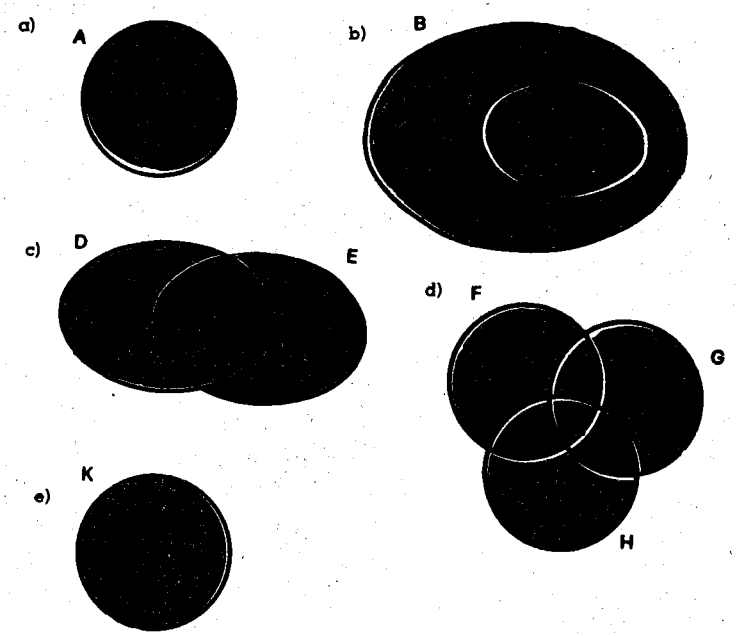
   $A \setminus B$, $B \setminus A$ ve $A \cap B$ kümelerinin tamamını tarayınız.

2. $C = \{ a, b, c, d, e \}$ ve $D = \{ b, c \}$ kümeleri veriliyor.
   a) $C \setminus D$
   b) $C \cap D$
   c) $C \cup D$

   Kümelerini elemanlarını yazarak belirtiniz.

2. BÖLÜM ÜZERİNDE ALIŞTIRMALAR

1. Oniki aydan üçü bir küme oluşturur mu?
2. Üçgen, kare, Ahmet, Antalya sözcükleri bir küme oluşturur mu?
3. Aşağıdaki kümeleri Venn şeması ile gösteriniz.
   a) $A = \{ a, b, c, d \}$
   b) $B = \{ 1, 2, 3, 4 \}$ ve $C = \{ 3, 4, 5, 6 \}$
   c) $D = \{ \quad \}$
   d) $E =$ Sınıfınızdaki kız öğrencilerin kümesi.
   e) $F = 45$ ile 53 sayıları arasındaki doğal sayıların kümesi.
4. Aşağıdaki kümeleri elemanlarının ortak özelikleri ile belirtiniz.
   a) $A = \{$ İçel, İstanbul, İzmir $\}$
   b) $B = \{$ Salı, Cuma $\}$
   c) $C = \{$Eylül, Ekim, Kasım$\}$
   d) $D = \{ 6, 8, 10, 12, 14 \}$
5. Aşağıdaki şemalarla verilen kümeleri liste biçiminde yazınız.



6. $A = \{ \square, \Delta, \rightarrow, + \}$ kümesi veriliyor. Aşağıdaki boş yerlere $\in$ ve $\notin$ işaretlerinden uygun olanını yazınız.

a) $\square \ldots A$ b) $O \ldots A$ c) $\neq \ldots A$

d) $\rightarrow \ldots A$ e) $+ \ldots A$ f) $k \ldots A$

7. Aşağıdaki kümelerden hangileri birbirine eşittir?

$A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{\square, \Delta, \star, \neq\}$, $C = \{a, b, c, k\}$

$D = \{b, c, k, a\}$, $E = \{\text{Mart, Nisan, Mayıs}\}$ $F = \{\Delta, \neq, \square, \star\}$

$G =$ 0 ile 4 arasındaki doğal sayılar kümesi.

$H =$ ilkbahar aylarının kümesi.

8. Aşağıdaki kümelerden hangileri denk kümelerdir?

$A = \{a, b\}$ $B = \{\square, \Delta, \star, \neq\}$ $C = \{4, 5, 6\}$

$D = \{\text{Sevim, Oğuz}\}$ $E = \{1, 2, 3, 4\}$

$F = \{\text{Adana, İzmit, Urfa}\}$

9. Voleybol oynayan iki takımı düşünelim.

a) Her takım oyuncuları birer küme oluşturur mu?

b) İki takım oyuncuları bire-bir eşlenebilir mi?

c) Her iki takımın oluşturduğu kümeler denk midir?

10. $A = \{a, b, c, d\}$ ve $B = \{\square, \Delta, \star\}$ kümeleri bire-bir eşlenebilir mi? Bu kümeler denk midir?

11. A ve B kümeleri eşit iseler, denk olurlar mı?

12. $A = \{1, 2\}$ kümesinin alt kümelerini yazınız.

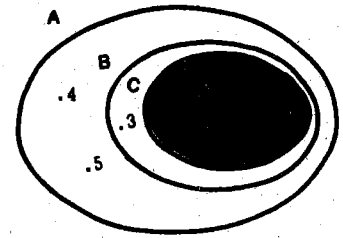
13. $B = \{\square, \Delta, \star\}$ kümesinin alt kümelerini yazınız.

14. Altı elemanlı bir kümenin kaç tane alt kümesi vardır?

15. $A = \{a, b, c\}$ ve $B = \{a, b, c, d, f\}$ kümeleri veriliyor. Bu kümeleri Venn Şeması ile gösteriniz ve aşağıdaki ifadelerden hangisinin doğru olduğunu bulunuz.

a) $A \subset B$ b) $A \not\subset B$ c) $B \supset A$ d) $B \not\subset A$

16. Yandaki şema ile verilen A, B, C kümelerini liste yöntemi ile yazınız.



Birbirini kapsayan kümeleri $\subset$ işareti ile belirtiniz.

17. $A \subset B$ ve $B \subset C$ ise, $A \subset C$ olur mu? Ve $A \subset B \subset C$ yazılabilir mi?

$A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$ ve

$C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümeleri için deneyiniz.

18. Aşağıdaki küme işlemlerinin sonuçlarını liste biçiminde yazınız.

a) $\{\Delta, \square, \star\} \cup \{a, b, \Delta, \square, c\}$

b) $\{\Delta, \square, \star\} \cap \{a, b, \Delta, \square, c\}$

19. Aşağıdaki kümelerin birleşim ve kesişim kümelerini bulunuz.

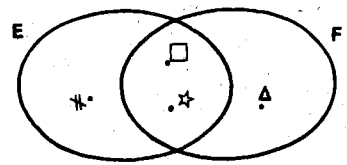
a) $A = \{\text{Masa, Sandalye}\}$, $B = \{\text{Koltuk, Kapı}\}$

b) $C = \{a, b, c, d, e\}$, $D = \{k, m, a, s, c, r, d\}$

20. Yandaki şemaya bakarak

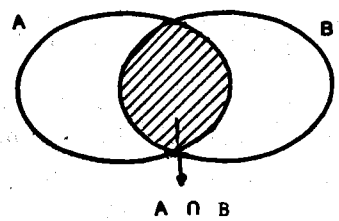
a) $E \cup F$

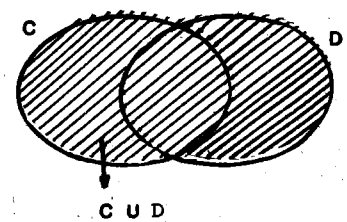
b) $E \cap F$ kümelerini liste biçiminde yazınız.

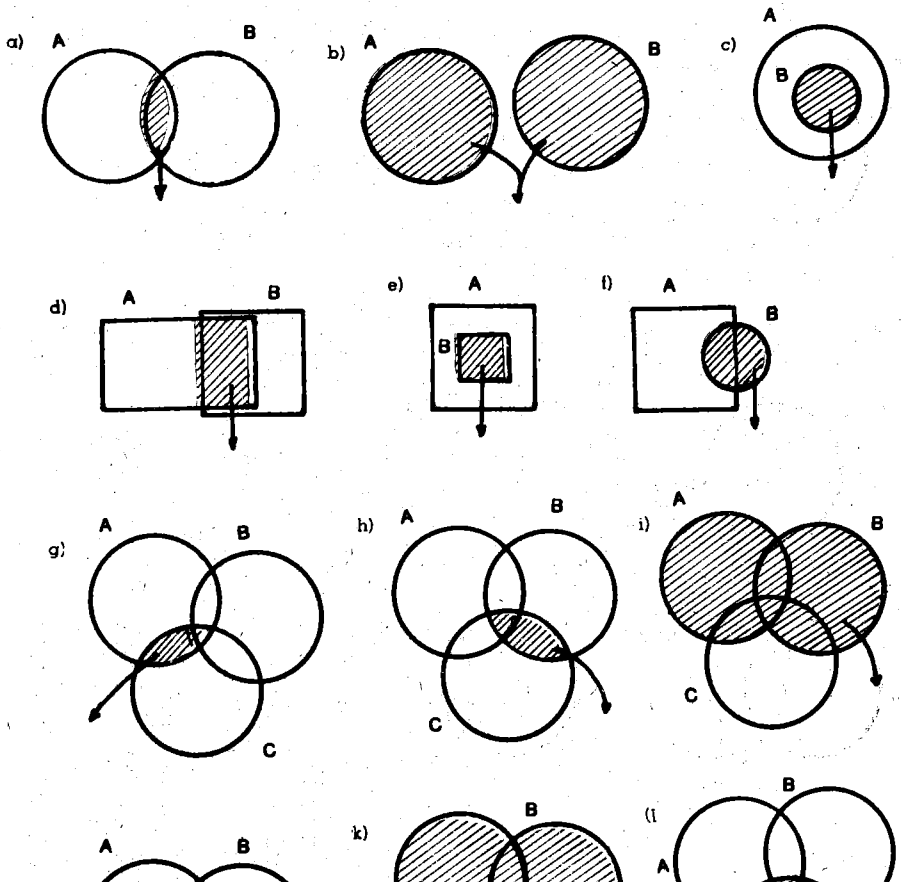


21. Aşağıdaki şemalarda taralı bölgelere uyan işlemleri altlarına yazınız.

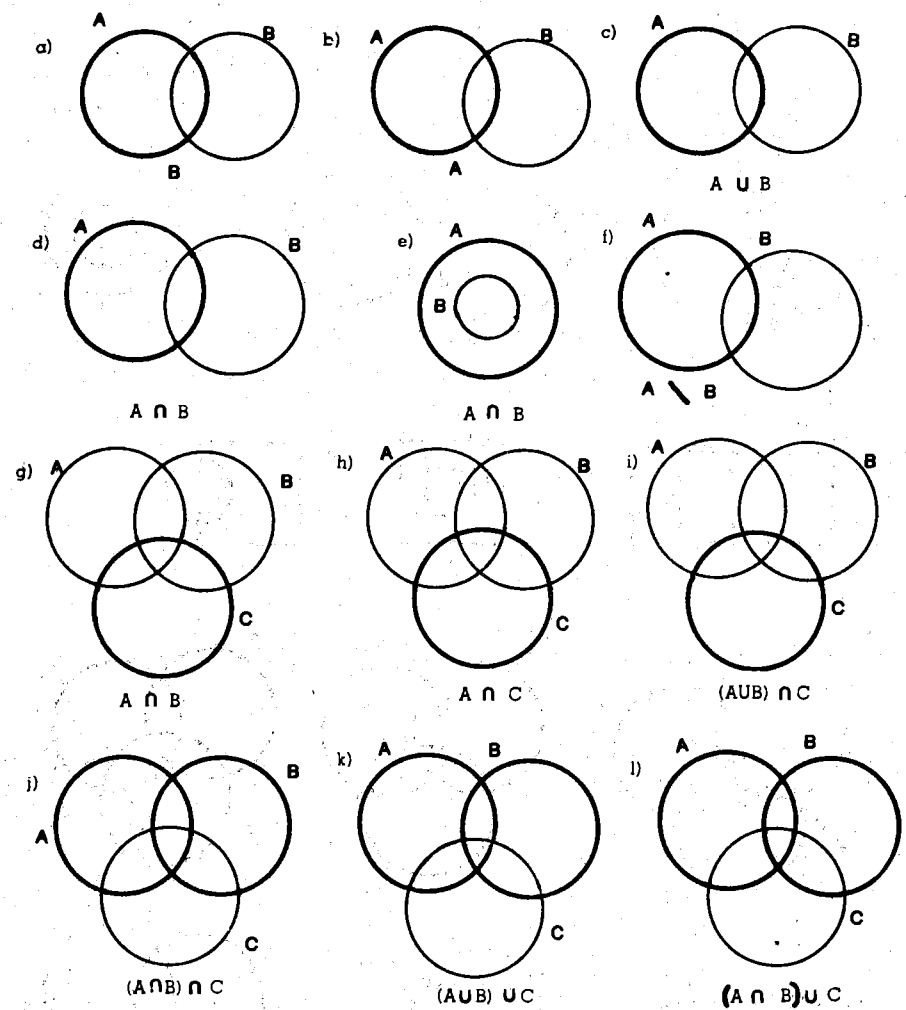
Örnek







22. Aşağıdaki şemaların altlarına, küme ya da küme işlemleri yazılmıştır. Bu kümelerin elemanlarının bulunabileceği alanları tarayınız.



23. $A = \{ a, b, c, 1, 2, \}$ ve $B \cup C = \{ 1, 2, 3, 4, c, d \}$ olduğuna göre, $(A \cup B) \cup C$ kümesini bulunuz.

24. $A = \{ \Delta, \square, \star, a, b \}$ ve $B \cap C = \{ \square, \star, a \}$ olduğuna göre, $(A \cap B) \cap C$ kümesini bulunuz.

25. $A = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$ ve $B = \{ 2, 3, 4, 6, 7 \}$ kümeleri veriliyor.

a) $A \cup B$

b) $A \cap B$

c) $A \setminus B$

d) $B \setminus A$

Kümelerini liste biçiminde gösteriniz.

DEĞERLENDİRME SORULARI : II

Aşağıdaki sorulara verilen yanıtlardan bir tanesi doğru, öbürleri yanlıştır. Doğru yanıtı bularak, yanıt kartında, her sorunun karşısındaki dört paralel çizgiden birisinin içini karalayınız.

YANIT KARTI

	a	b	c	d		a	b	c	d
1.	=	=	=	=	6.	=	=	=	=
2.	=	=	=	=	7.	=	=	=	=
3.	=	=	=	=	8.	=	=	=	=
4.	=	=	=	=	9.	=	=	=	=
5.	=	=	=	=	10.	=	=	=	=

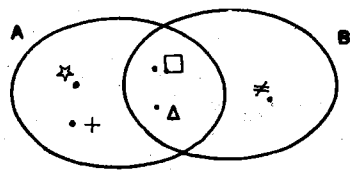
Sorular

1. Aşağıdaki ifadelerden hangisi bir küme belirtmez.
   a) B harfi ile başlayan illerimiz.
   b) Haftanın ilk üç günü.
   c) 4 ile 20 arasındaki bazı tek sayılar.
   d) 25 gün süren aylar.

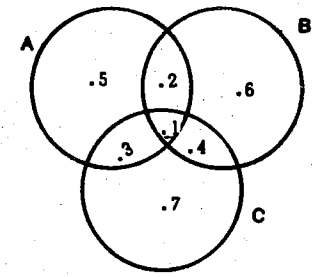
2. $A = \{a, b, c\}$ ve $B = \{a, b, f\}$ olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur.
   a) $A \subset B$ b) $A \neq B$ c) $A \in B$ d) $A = B$

3. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$ olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır.
   a) $B \subset A$ b) $A \neq B$ c) $A \cap B = B$ d) $B \not\subset A$

4. Yandaki şemaya göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur.?
   a) $A \cap B = \{\Delta, \square\}$
   b) $A \cup B = \{\Delta, \square, \star, \neq\}$
   c) $A \quad B = \{\neq\}$
   d) $\star \in B$



5. Yandaki şemaya göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
   a) $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 4, 6\}$
   b) $A \cap B = \{1, 2\}$
   c) $(A \cap B) \cap C = \{1, 3\}$
   d) $B \cap C = \{1, 4\}$



6. $A = \{a, b\}$ kümesinin kaç tane alt kümesi vardır?
   a) 3 b) 2 c) 6 d) 4

7. $A = \{2, 4, 6, 8\}$ olduğuna göre aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?
   a) Çift sayılar kümesi,
   b) Tek sayılar kümesi.
   c) 1 ile 9 arasındaki çift sayılar kümesi.
   d) Bazı sayıların kümesi.

8. $A = \{\Delta, \square, \star\}$ ve $B = \{a, b, \square\}$ ise, $A \cup B$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
   a) $\{\Delta, \square, a, b\}$ b) $\{\Delta, \square, \star, a, b\}$
   c) $\{\quad\}$ d) $\{a, b\}$

9. $A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = \{2, 3, 4, 5\}$ ise $A \cap B$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
   a) $\{1, 2\}$ b) $\{2\}$ c) $\{3, 4, 5\}$ d) $\{2, 3\}$

10. $A \cap B = \emptyset$ ise aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?
    a) A ile B ayrık kümelerdir.
    b) A ile B eşit kümelerdir.
    c) A, B'yi kapsar.
    d) A, B'nin alt kümesidir.

3. BÖLÜM

DOĞAL SAYILAR

Konunun anahatları

3–1. Denk kümeler ve Doğal sayılar
3–2. Doğal Sayılarda Sıralama, Sayı Doğrusu ve Arada olma
3–3. Sayma ve Sayma Sayıları
3–4. On Tabanına Göre Sayma Düzeni
3–5. Doğal Sayılar Kümesinde İşlemler, Özelikleri ve Teknikleri
3–6. Beş ve iki Tabanlı Sayma Düzenleri
3–7. Geçmişteki Sayma Düzenleri

3–1. Denk Kümeler ve Doğal Sayılar

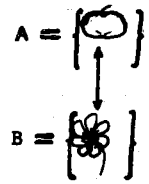
1. Çocukluğunuzu anımsayınız ya da küçük çocukların yaşantısını izleyiniz. Konuşmaya yeni başlayan çocuklar uzun zaman saymasını bilmezler, onlarda henüz sayı fikri yoktur. Oyuncaklarından bazıları kaybolsa ya da siz alsanız, farkına varamazlar, 4-5 yaşlarında anne, baba ve kardeşlerinden 1, 2, 3'e kadar saymasını öğrenirler. İlkokula geldiklerinde çoğu 10'a kadar saymasını beceremez. Soyut sayı kavramı ve sayma, bir eğitim ve öğretim işidir. Çocuk kendi başına yaşasaydı sayıları ve saymasını hiç bir zaman öğrenemezdi.

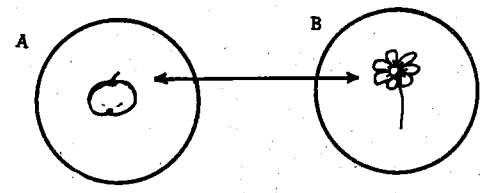
İlkel toplumlarda soyut sayı kavramı tam olarak gelişmemişti. Bu toplumlar, "iki av", "üç koyun", "beş keçi" için bazı sözcükler kullanmışlar, fakat henüz 5'e kadar soyut sayı kavramına varamamışlardı.

2. İlk çağlardaki insanlar sayıları ve saymasını bilmiyorlardı. Yalnız, varlıkların tamam, eksik ya da fazla olduğunu anlayabiliyorlardı. koyunlarını otlağa götüren bir insan, ağıldan çıkardığı her koyun için torbasına bir çakıl taşı koyardı. Başka bir deyişle, koyunlar kümesi ile çakıl taşları kümesini bire–bir eşlerdi. Akşam sürüyü ağıla getirince, ağıla koyduğu her bir koyun için torbasından bir tane çakıl taşı alırdı. Koyunların ağıla girmesi bitince, torbasındaki çakıl taşları biterse, koyunlarının tamam olduğunu; koyunların ağıla girmesi bittiği halde torbasında çakıl taşı kalırsa, koyunların eksildiğini; torbasında

çakıl taşı bittiği halde koyunların ağıla girmesi bitmezse, koyunlarının fazlalaştığını farkederdi. Böylece, ilk çağdaki insanlar koyunlar kümesinin elemanları ile çakıl taşları kümesinin elemanlarını bire–bir eşleyerek, iki kümenin denk kümeler olup olmadığını anlarlardı.

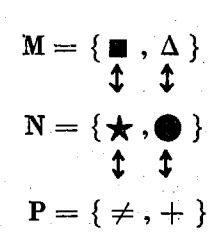
İnsanlar, denk kümelerin elemanlarını bire–bir eşleyerek soyut sayı kavramına varmışlardır. Onun için sayıları, denk kümelerin ortak özeliği olarak düşüneceğiz.

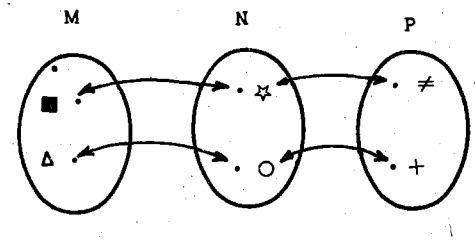




3. Yukarıdaki şekilde A ve B kümelerinin elemanları arasında bire–bir eşleme yapılmıştır. Bu iki küme, denk kümeler midir? Denk kümelerin eleman sayılarının birbirine eşit olduğunu biliyoruz. A ve B kümelerine denk, daha başka kümeler var mıdır? A ve B kümelerinden birine denk olan daha pek çok küme düşünebiliriz. Bu kümelerden bir tanesinin eleman sayısını bilmekle, diğer kümelerin de eleman sayılarını bilmiş oluruz.

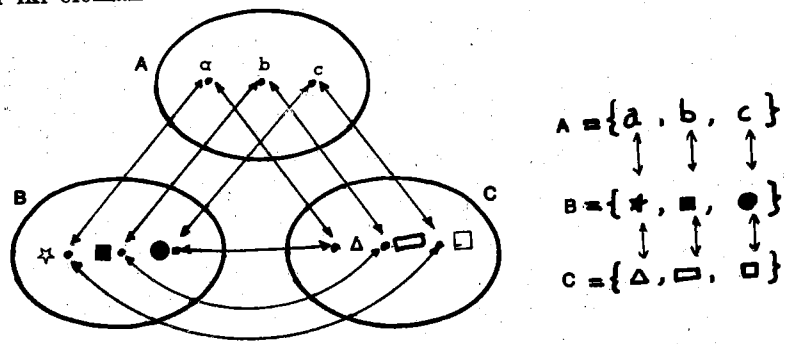
A ve B kümelerine denk olan tüm kümeleri bir sınıfta topladığımızı düşünelim. Bu sınıfın adına, ya da bu kümelerin ortak özelliğine, **bir** denir. Başka bir deyişle "**bir**"e bu sınıfta bulunan her kümenin eleman sayısı deriz ve "1" simgesi ile gösteririz. Öyleyse, A ve B kümelerine denk olan tüm kümeler, aynı adı taşıyacaklardır. A ve B kümelerine denk olan her kümenin bir elemanı vardır.





4. Yukarıdaki M, N, P kümeleri arasında bire–bir eşleme yapılmıştır. İnceleyiniz. Bu kümeler denk kümelerdir. Niçin? Bu kümelere denk olan başka kümeler düşünebilir misiniz?

M, N, P kümelerine denk olan tüm kümeleri başka bir sınıfta topladığımızı düşünelim. Bu sınıf adına ya da bu kümelerin ortak özeliğine "iki" denir. "iki" ye bu sınıfta bulunan her kümenin eleman sayısı deriz ve "2" simgesi ile gösteririz. Bu sınıfta bulunan her kümenin iki elemanı vardır.



5. Yukarıda A, B, C kümeleri arasında bire-bir eşleme yapılmıştır. A, B, C kümeleri birbirine denk kümelerdir. Bu kümelere denk olan tüm kümeleri başka bir sınıfta topladığımızı düşünelim. Bu sınıfın adına "üç" denir. "Üç"e bu sınıfta bulunan her kümenin eleman sayısı deriz ve "3" simgesi ile gösteririz. Bu sınıfta bulunan her kümenin üç elemanı vardır.

6. Boş kümenin hiç elemanı olmadığını biliyorsunuz. Tüm boş kümeler birbirine denk kümelerdir. Boş kümelerin tümünü bir sınıfta topladığımızı düşünelim. Bu sınıfın adına "sıfır" denir. "Sıfır"a bu sınıfta bulunan her kümenin eleman sayısı deriz ve "0" simgesi ile gösteririz. Bu sınıfta bulunan her kümenin sıfır elemanı vardır.

Bu yöntemle,

0, 1, 2, 3, 4, ... 48, ...

sayıları oluşturulur. Bu sayılara **Doğal Sayılar**, bu sayıların oluşturduğu kümeye de **doğal sayılar kümesi** denir.

Doğal sayılar kümesi,

D = { 0, 1, 2, 3, 4, ... } biçiminde yazılır.

7. Kümelerin eleman sayısı s sembolü ile gösterilir. Örneğin, A = { □, Δ } kümesinin eleman sayısı ikidir. Bunu, s (A) = 2 biçiminde yazarız.

Örnekler

a) B = { } kümesinin eleman sayısı s (B) = 0

b) C = { □ } " " " s (C) = 1

c) D = { □, Δ } " " " s (D) = 2

d) E = { □, Δ, ○ } " " " s (E) = 3

e) F = { □, Δ, ○, ≠ } " " " s (F) = 4

.....

.....

biçiminde yazılır.

3-2. Doğal Sayılar da Sıralama, Sayı Doğrusu ve Arada Olma

Doğal Sayılarda Sıralama

1. A = { □, ☆ } ve B = { a, b, c } kümelerinin elemanları arasında eşleme yapalım.

A = { □, ☆ }
↕ ↕
B = { a, b, c }

B kümesinin eleman sayısı, A kümesinin eleman sayısından fazladır. Onun için, s (A) = 2 ile s (B) = 3 doğal sayıları birbirinden farklıdır. A kümesinin eleman sayısı, B kümesinin eleman sayısından azdır deriz ve bunu,

s (A) < s (B) ya da

↓ ↓
2 < 3 biçiminde gösterir, "2 küçüktür 3'den" diye söyleriz. Ya da,

s (B) > s (A)

↓ ↓
3 > 2 biçiminde gösterir, "3 büyüktür 2'den" diye söyleriz.

"<" işaretine küçük, ">" işaretine de büyük işareti denir.

Örnekler

a) 3 < 4 " 3 küçüktür 4'den"

b) 5 > 2 "5 büyüktür 2'den"

c) 12 < 40 "12 küçüktür 40'tan"

d) 75 > 23 "75 büyüktür 23'ten" diye okunur.

2. Aşağıdaki eşlemeleri dikkatle izleyiniz.

$A = \{\square\}$ ..... $s(A) = 1$

$B = \{\square, \Delta\}$ ..... $s(B) = 2$

$C = \{\square, \Delta, \bigcirc\}$ ..... $s(C) = 3$

$D = \{\square, \Delta, \bigcirc, \star\}$ ..... $s(D) = 4$

$E = \{\square, \Delta, \bigcirc, \star, \neq\}$ ..... $s(E) = 5$

.....

.....

Görülüyor ki,

$s(A) < s(B) < s(C) < s(D) < s(E) < \ldots$ ya da,

$1 < 2 < 3 < 4 < 5 < \ldots$ dür.

Boş kümenin elemanı yoktur. Biz boş kümenin eleman sayısına 0 (sıfır) demiştik. Sıfırı en küçük doğal sayı olarak kabul edeceğiz. O zaman doğal sayılar,

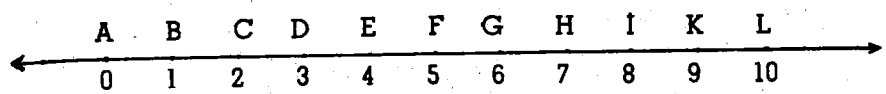
$0 < 1 < 2 < 3 < 4 < 5 < \ldots$ biçiminde sıralanır. Onun için doğal sayılar kümesi,

$D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$ biçiminde yazılır.

Sayı Doğrusu ve Arada Olma

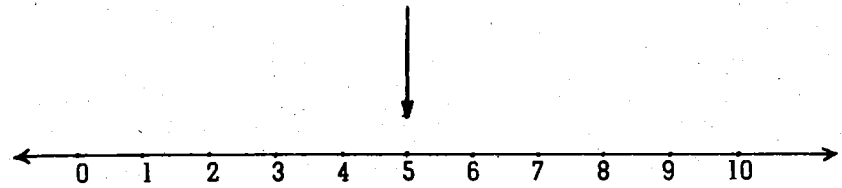
1. Doğal sayıların birbirine göre durumlarını anlayabilmek için, doğal sayıları bir doğru üzerinde gösteririz. Cetvelinizle defterinize bir doğru çiziniz ve üzerinde eşit aralıklarla A, B, C, D, E, F, G, H, İ, K, L,... noktalarını işaretleyiniz (Aralıkları 1 cm alınız). Aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi, bu noktaların altlarına sıra ile 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,... doğal sayılarını yazınız. Doğru üzerinde işaretlemiş olduğunuz A, B, C, D, E, F, G, H, İ, K, L,... noktaları bir küme oluşturur. Böylece, bu noktalar kümesinin her elemanı doğal sayılar kümesinin elemanlarıyla bire-bir eşlenmiş olur. Elde ettiğiniz bu doğruya **sayı doğrusu** denir.

Sayı doğrusunda doğal sayılara karşı gelen A, B, C, D, E, F, G, H, İ, K, L,... noktalarına **sayıların görüntüleri** adı verilir.



sayı doğrusu

2. Aşağıdaki sayı doğrusu üzerinde 5 doğal sayısının görüntüsü işaretlenmiştir. İnceleyiniz.

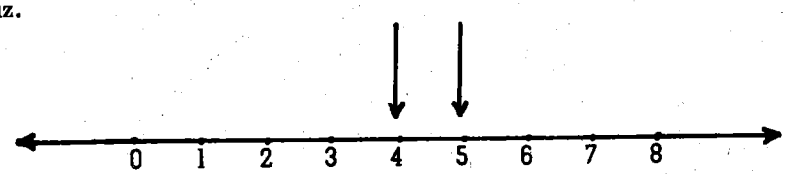


Sayı doğrusu üzerindeki 5 sayısının sağındaki tüm doğal sayılar 5'ten büyük ($5 < 6 < 7 < 8 < \ldots$) ve solundaki tüm doğal sayılar da 5'ten küçüktür ($0 < 1 < 2 < 3 < 4 < 5$).

Öyleyse, sayı doğrusu üzerindeki bir doğal sayı, sağındaki tüm doğal sayılardan küçük, solundaki tüm doğal sayılardan büyüktür.

3. 3 ile 8 arasında kaç tane doğal sayı vardır?

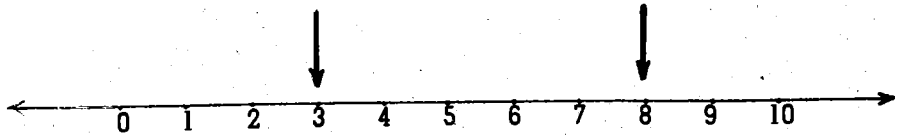
Aşağıdaki sayı doğrusunda 3 ile 8 arasında kaç tane doğal sayı olduğunu bulunuz ve bu doğal sayıların oluşturduğu A kümesini yazınız.



Açıklama

İki doğal sayı arasında kaç tane doğal sayı olduğunu bulmak için, büyük sayıdan küçük sayı çıkarılır ve elde edilen farkın 1 noksanı bulunur. Örneğin, 3 ile 8 arasında : $8 - 3 = 5$ ve $5 - 1 = 4$ tane doğal sayı vardır. (3 ve 8 sayıları dahil değildir).

4. 4 ile 5 arasında bir doğal sayı var mıdır? Aşağıdaki sayı doğrusu üzerinde olup olmadığını araştırınız.

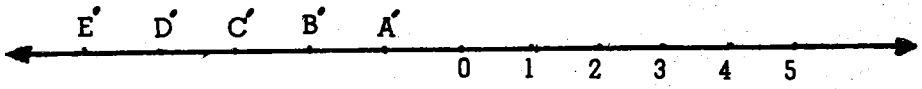


Ardışık iki doğal sayı (arka arkaya gelen iki doğal sayı) arasında bir doğal sayı yoktur. $5 - 4 = 1$ ve $1 - 1 = 0$ tane doğal sayı vardır. Doğal sayılar kümesi **seyrek** bir kümedir.

5. Sayı doğrusu üzerinde, sıfırın (başlangıç noktasının) solunda da eşit aralıklarla A′, B′, C′, D′, E′, ... noktalarını işaretleyiniz. Bu noktalara karşı gelen sayılar yazabilir misiniz?

Bu noktalara da karşı gelen (görüntüleri bu noktalar olan) sayılar vardır.

Bu sayıların oluşturduğu kümeye **negatif tamsayılar kümesi** denir. Negatif tamsayılar kümesini ikinci sınıfta öğreneceksiniz. Aşağıdaki şekli inceleyiniz.



Alıştırmalar

1. Aşağıdaki kümelerin elemanlarını, sayı doğrusunda gösteriniz.

a) $A = \{0, 1, 2, 6\}$ b) $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$

c) $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ d) $D = \{2, 4, 6, 12\}$

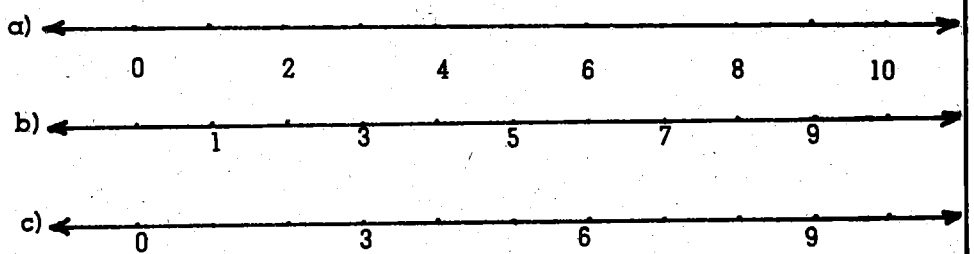
e) $E = \{5, 7, 9, 15\}$ f) $F = \{0, 1, 4, 9, 16\}$

2. Aşağıdaki sayı çiftleri arasında kaç tane sayı olduğunu, birer sayı doğrusu çizerek gösteriniz.

a) 3 ile 7 b) 6 ile 11

c) 2 ile 8 d) 4 ile 13

3. Aşağıdaki sayı doğrularında, bazı noktalara karşı gelen sayılar yazılmamıştır. Bu sayıları yazınız.



4. Sayı doğrusu üzerinde $3 < 5$, $5 < 8$ ve $3 < 8$ olduğunu gösteriniz.

5. Aşağıdaki doğal sayı çiftleri arasında kaç tane doğal sayı vardır?

a) 7 ile 20 b) 12 ile 40

c) 150 ile 304 d) 600 ile 812

6. Öğretmen, beden eğitimi dersinde öğrencileri sıraya dizdikten sonra, öğrencilere 1, 2, 3, ... diye saydırıyor. En sonraki öğrenci 43 diyor. Öğretmen 7 ile 15, 21 ile 29 ve 35 ile 43 arasında sayan öğrenciler 3 adım ileriye çıksın diyor. 3 adım ileriye çıkan öğrencilerin sayısı kaçtır?

3-3. Sayma ve Sayma Sayıları

1. İlkel insan, avladığı her av için mağarasının duvarına bir çizik kazımış ya da bir sopaya avladığı her av için bir çentik yapmış. Böylece avladığı hayvanların kaç tane olduğunu anlatmaya çalışmış. Bu çentikler sayıların ilk yazılı ifadesidir.

2. İnsanlar, sayıları belirtmek için sesleri ya da sözcükleri kullandılar. Örneğin, bir çoban koyunlarını sayarken, 1 koyun için "bir" sözcüğünü, 2 koyun için "İki", 3 koyun "üç" sözcüğünü kullandı. Varlıkların sayısını da anlamak için simgeler kullandılar.

3. Bugün sayıları ifade etmek için "bir, iki, üç, ..." sözcüklerini; yazmak için de "0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9" simgelerini kullanırız. Bu simgelerin her **birine rakam** adı verilir.

4. Defterinize öğretmenin sınıfta oturduğu sandalyenin resmini çiziniz, sonra bu resmi siliniz. Böylece sandalyenin resmi yok olur, fakat sandalyenin kendisi yok olmaz. Çizdiğiniz resim sandalyeyi temsil eden bir şekildir, bir sandalye değildir.

5. Yazı tahtasına adınızı yazınız, sonra siliniz. Sildiğiniz yazı adınız mıdır, yoksa adınızı gösteren bir simge midir?

6. Bir elinizde kaç tane parmak vardır? Bunu ifade eden sayıyı yazınız. Bunu, defterinize "5" ya da "V" biçiminde yazarsınız. Sonra bu yazdığınızı siliniz. Sildiğiniz bir sayı mıdır, yoksa bir sayıyı gösteren bir simge midir?

7. 6, XV, 248 simgelerinden her biri birer sayı ifade eder.

Sandalye, masa, ağaç, kalem, defter gibi nesneler somut kavramlardır. Bunlara dokunabilir; bunları bir yerden başka bir yere taşıyabilir

ve gerekirse yok edebiliriz. "güzellik", "çirkinlik", "iyilik", "kötülük" ve "beş sayısı" gibi nesneler de birer soyut kavramdır. Bunlara dokunamayız ve bunları yok edemeyiz.

Sayılar, insanların aklında olan kavramlar, rakamlar ise sayıları ifade eden birer şekil, birer simgedir.

8. Boş olmayan bir kümenin kaç tane elemanı olduğunu anlamak için, sıfırdan başka doğal sayıların oluşturduğu $S = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$ kümesinden yararlanırız. Bu kümeye **sayma sayıları kümesi** denir. Saymada kullanılan 1, 2, 3, 4, ... sayılarının her birine de **sayma sayısı** denir.

9. Sayma sayıları kümesinden yararlanarak $A = \{\Delta, \square, \bigcirc, \star\}$ kümesinin eleman sayısını bulalım.

A kümesinin elemanlarını, sayma sayıları kümesinin elemanları ile eşleyelim.

$$A = \{\Delta, \square, \bigcirc, \star\}$$
$$\updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow$$
$$S = \{1, \ 2, \ 3, \ 4, 5, 6, \ldots\}$$

yapılan bu eşleme bir saymadır. A kümesinin son elemanı olan $\star$ işareti, S kümesinin "4" elemanına eşlenmiştir. A kümesinin eleman sayısı "4" tür. Bunu, $s(A) = 4$ biçiminde yazarız.

Herhangi bir kümenin elemanları ile sayma sayıları kümesinin elemanları arasında yapılan eşlemeye **sayma** denir.

Örnekler

1. Örnek : $A = \{a, b, c, d, e\}$ ve $B = \{c, d, f\}$ kümelerinin eleman sayılarını bulalım.

$$A = \{a, b, c, d, e\}$$
$$\updownarrow \ \updownarrow \ \updownarrow \ \updownarrow \ \updownarrow$$
$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \ldots\}$$

olduğundan $s(A) = 5$'tir.

$$B = \{c, d, f\}$$
$$\updownarrow \ \updownarrow \ \updownarrow$$
$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$$

olduğundan $s(B) = 3$'tür.

2. Örnek : $C = \{a, b, c, d, e, f\}$ ve $D = \{b, c, d, k\}$ kümeleri veriliyor. $C \cup D$ ve $C \cap D$ kümelerinin eleman sayılarını bulalım.

$$C \cup D = \{a, b, c, d, e, f, k\}$$
$$\updownarrow \ \updownarrow \ \updownarrow \ \updownarrow \ \updownarrow \ \updownarrow \ \updownarrow$$
$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \ldots\}$$ olduğundan,
$s(C \cup D) = 7$'dir.

$$C \cap D = \{b, c, d\}$$
$$\updownarrow \ \updownarrow \ \updownarrow$$
$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$$ olduğundan,
$s(C \cap D) = 3$'tür.

Alıştırmalar

1. $A = \{\square, \Delta, \star, \rightarrow, \neq\}$ kümesinin eleman sayısını bulunuz.

2. Aşağıdaki kümelerin eleman sayılarını bulunuz. Ve "$<$" işareti kullanarak sıralayınız.

$M = \{a, b, c,\}$

$N = \{m, n, p, k, x, y, z\}$

$P = \{$Ali, At, Top, Masa$\}$

3. $s(\emptyset)$ hangi sayıyı gösterir?

4. $S(A) = S(B)$ ise A ve B kümeleri nasıl kümelerdir?

5. $S(A) < S(B)$ ise A ve B kümeleri nasıl kümelerdir?

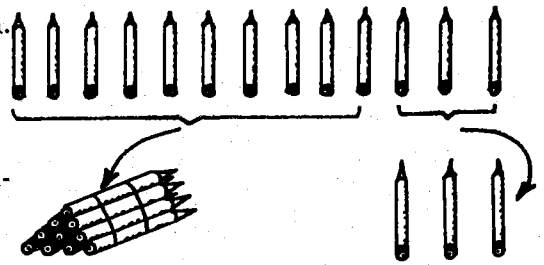
6. Sayma sayıları kümesinin en küçük elemanı hangi sayıdır.?

3–4. On Tabanına Göre Sayma Düzeni

1. Geçmişte pek çok sayma düzenleri kullanılmıştır. Bunlardan bazılarını ileride 3–6. bölümde göreceğiz. Eski sayma düzenlerinde sayıları yazmak ya da ifade etmek belki kolaydı. Fakat, bu sayılarla işlem yapmak zordur. Şimdi kullandığımız sayma düzenini Hintliler bulmuşlar, onlardan Araplar öğrenmiş ve M. S. 9. yüzyılda da Araplar tarafından İspanya üzerinden Avrupa'ya iletilmiştir.

2. Çok olan nesneleri teker teker saymak zordur. Nesneler gruplara ayrılarak sayılırsa saymak kolaylaşır.

Örneğin, yandaki kibrit çöplerini onarlı gruplara ayırarak sayalım.



1 tane onluk grup yaparız.

3 tane kibrit çöpü artar.

Kibrit çöplerinin sayısı, "1 onluk ve 3 birlik" olur.

Bu sayıyı,

1 onluk + 3 birlik = $(1 \times 10) + (3 \times 1)$

onluk	birlik
1	3

"13" biçiminde yazar, "on üç" diye okuruz.

İki rakamlı bir sayının sağdan ilk rakamı birliklerin ve ikinci rakamı da onlukların sayısını gösterir. Birliklerin yazılı olduğu yere **birler basamağı**, onlukların yazılı olduğu yere de **onlar basamağı** denir.

3. Bir miktar fındığı saymak için, fındıkları onar onar torbalara dolduralım. 32 tane onarlık torba elde edilsin, 4 tane de fındık artsın. Bu kez, onarlık torbalardan 10 tanesini ($10 \times 10 = 100$) başka büyükçe torbalara dolduralım. Yüzlük torbalardan ($10 \times 10 = 100$) 3 tanesi dolar, geriye 2 onluk torba kalır. Öyleyse, fındıkların sayısı, "3 yüzlük, 2 onluk ve 4 birlik" olur.

Bu sayıyı,

3 yüzlük + 2 onluk + 4 birlik = $(3 \times 100) + (2 \times 10) + (4 \times 1)$

yüzler	onlar	birler
3	2	4

"324" biçiminde yazar, "üçyüz yirmi dört" diye okuruz.

Üç basamaklı bir sayıda :

Sağdan birinci rakam birliklerin,

Sağdan ikinci rakam onlukların,

Sağdan üçüncü rakam da yüzlüklerin sayısını gösterir.

Yüzlüklerin yazılı olduğu yere **yüzler basamağı** denir.

4. Onluk gruplara ayırmaya aynı yöntemle devam ederek, on tane "yüzlük"ten bir tane "binlik" ($10 \times 100 = 1000$), on tane "binlik"ten bir tane "on binlik" ($10 \times 1000 = 10000$),

on tane "on binlik"ten bir tane "yüz binlik" ($10 \times 10000 = 100000$), ... elde edilir.

Bu sayma sisteminde gruplamalar onarlık yapıldığından, bu düzene, **onluk sayma düzeni**, ya da **on tabanlı sayma düzeni** denir.

Onluk sayma düzeninde, sayıları yazmak için,

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 rakamları kullanılır.

Örnekler

1. Örnek : 7 binlik, 6 yüzlük, 4 onluk ve 9 birlikten oluşan sayıyı yazınız.

Sayı,

7 binlik + 6 yüzlük + 4 onluk + 9 birlik = $(7 \times 1000) + (6 \times 100) + (4 \times 10) + (9 \times 1) = 7649$'dur.

2. Örnek : 567 sayısında, kaç yüzlük, kaç onluk ve kaç birlik vardır?

$567 = 500 + 60 + 7$

$= (5 \times 100) + (6 \times 10) + (7 \times 1)$

= 5 yüzlük + 6 onluk + 7 birlik olduğundan,

567 sayısında, 5 yüzlük, 6 onluk ve 7 birlik vardır.

3. Örnek : 6 yüzlük ve 8 birlikten oluşan sayıyı rakamla yazınız.

6 yüzlük + 8 birlik = $(6 \times 100) + (8 \times 1)$

yüzler	onlar	birler
6	?	8

Bu sayı, 6 ? 8 biçimindedir. Onluk verilmediğinden onluk sayısı sıfırdır. Sayıyı,

6 yüzlük + 8 birlik = $(6 \times 100) + (0 \times 10) + (8 \times 1)$

Yüzler	Onlar	Birler
6	0	8

"608" biçiminde yazar, "altı yüz sekiz" diye okuruz.

Sayıları yazarken, söylenmeyen basamakların yerine sıfır (0) rakamı yazılır.

Onluk sayma ve yazma düzeninin diğer düzenlere göre üstünlüğü, sıfır sayısı için (0) simgesinin bulunmasıdır. Sıfır fikrini kimin ortaya attığı bilinmiyor. Yalnız, Hintlilerin M. S. 600 yılından beri sıfır için işaret kullandıkları biliniyor.

5. Büyük sayıları kolay okumak için, sayıların basamakları sağdan sola doğru üçer üçer gruplara ayrılır. Bu grupların her birine **bölük** adı verilir. Bölükler sağdan sola doğru : **birler bölüğü, binler bölüğü, milyonlar bölüğü, milyarlar bölüğü,** ... diye adlandırılır.

Aşağıdaki tabloyu inceleyiniz ve tabloda yazılı olan sayıyı okuyunuz.

kentilyonlar bölüğü	katrilyonlar bölüğü	trilyonlar bölüğü	milyarlar bölüğü	milyonlar bölüğü	binler bölüğü	birler bölüğü
273	941	508	760	304	425	753

Bu sayı, "273 kentilyon, 941 katrilyon, 508 trilyon, 760 milyar, 304 milyon, 425 bin 753" diye okunur.

Büyük sayılar okunurken, her bölükteki sayı okunur, arkasından bölüğün adı söylenir.

Örnek : 28 348 509 sayısı, "28 milyon 348 bin 509" diye okunur.

Uyarı : Sayılar yazılırken, iki bölük arasında bir rakam sığacak kadar aralık bırakılır.

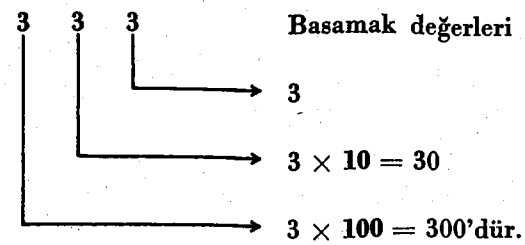
Rakamların Basamak ve Sayı Değerleri

1. 35 sayısında birler basamağındaki 5'in değeri, 5'tir. Onlar basamağındaki 3'ün değeri $3 \times 10 = 30$'dur.

2. 647 sayısında birler basamağındaki 7'nin değeri 7, onlar basamağındaki 4'ün değeri $4 \times 10 = 40$ ve yüzler basamağındaki 6'nın değeri $6 \times 100 = 600$'dür.

Rakamların sayı içinde bulunduğu basamağa göre gösterdiği değerlere, **rakamların basamak değerleri (bağıl değerleri)** denir.

Örnek : Aşağıda 333 sayısının basamak değerleri gösterilmiştir. İnceleyiniz.



Burada 3 rakamı, birler basamağında 3'ü, onlar basamağında 30'u ve yüzler basamağında da 300'ü gösterir. Başka bir deyişle, 3 rakamının sağdan sola doğru basamak değerleri 3,30 ve 300'dür.

3. 429 sayısının rakamlarının sayı değerleri 4, 2 ve 9'dur.

Bir rakamın, sayı içinde bulunduğu basamak dikkate alınmadan o rakam tek başına düşünüldüğü zaman ifade ettiği doğal sayıya, **rakamın sayı değeri (salt değeri)** denir.

Örnek : 545 sayısının rakamlarının sayı değerleri : 5, 4 ve 5'tir.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki sayıları rakamlarla yazınız.
   a) Kırk sekiz. b) Üç yüz yetmiş altı.
   c) Yirmi dört bin on iki.
   d) Dört yüz elli milyon yedi yüz seksen beş.
2. Aşağıdaki sayıları okuyunuz.
   a) 56 b) 804 c) 7 816 d) 48 312
   e) 576 328 f) 7 306 205 g) 234 047 912 765
3. 3842 sayısının rakamlarının basamak değerlerini yazınız.
4. 45 729 sayısının rakamlarının sayı değerlerini söyleyiniz.
5. Aşağıdaki boş yerleri tamamlayınız.
   a) 465 sayısında ... basamağındaki 5'in basamak değeri $5 \times \ldots$ dir.
   b) 738 sayısında ... basamağındaki 3'ün basamak değeri $3 \times \ldots$ dur.
   c) 253 sayısında ... basamağındaki 2'nin basamak değeri $2 \times \ldots$ dür.

d) 6716 sayısında ... basamağındaki 6'nın basamak değeri $6 \times \ldots$ dir.

e) 54204 sayısında ... basamağındaki 5'in basamak değeri $5 \times \ldots$ dir.

6. Dört basamaklı en küçük ve en büyük sayıyı yazınız.

7. Aynı rakamla yazılan üç basamaklı sayılardan üç tanesini yazınız.

8. 2, 5, 7 rakamlarının hepsini kullanarak kaç tane üç basamaklı sayı yazabilirsiniz? Deneyiniz.

9. Aşağıdaki sayılarda 4 rakamının basamak değerlerini söyleyiniz.

348, 4719, 23417, 41716, 348621

10. 3 5 2 9 sayısında rakamların sayı değerleri toplamı kaçtır?

11. Aşağıdaki sayıları bölüklerine ayırarak, her bölüğün adını söyleyiniz,

5387, 63748, 768024, 2701329, 96371043275

12. Aşağıdaki sayıları okuyunuz.

5031, 30078, 786073, 2607893421755

Sayıların Çözümlenmesi

573 sayısında 5 rakamı, 5 tane yüzlüğü; 7 rakamı, 7 tane onluğu ve 3 rakamı da 3 tane birliği gösterir.

Bu sayıyı,

$573 =$ 5 yüzlük $+$ 7 onluk $+$ 3 birlik

$573 = 500 + 70 + 3$

$573 = 5 \times 100 + 7 \times 10 + 3 \times 1$

$573 = 5 \times 10 \times 10 + 7 \times 10 + 3 \times 1$

biçimde yazabiliriz. Sayının bu biçimde gösterilişine, **sayının çözümlenmesi** ya da **basamak değerlerine ayrılarak yazılışı** denir.

Sayıların Üslü Biçimde Yazılması

$100 = 10 \times 10 = 10^2$

$1\,000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$

$10\,000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$

$100\,000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$

$1\,000\,000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^6$ yazılır.

.....

.....

Yukarıda yazılı olan 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6, ... sayılarına üslü çokluk, 10 sayısına taban ve 10 sayılarının sağ üst köşesine yazılan 2, 3, 4, 5, 6, ... sayılarına da üs adı verilir.

Taban ← 10^5 → üs

10^2, on üssü iki, on'un ikinci kuvveti ya da on'un karesi,

10^3, on üssü üç, on'un kuvveti ya da on'un küpü,

10^4, on üssü dört ya da on'un dördüncü kuvveti,

10^5, on üssü beş ya da on'un beşinci kuvveti diye okunur.

$10^1 = 10$ ve $10^0 = 1$ olarak kabul edilir.

4^3 sayısında taban 4, üs 3'tür.

$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$'tür.

$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$'dir.

üslü sayıda, üs, tabanın kendi kendine kaç kez çarpılacağını gösterir.

Örnekler

1. Örnek : $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

2. Örnek : $6^4 = 6 \times 6 \times 6 \times 6$ dır.

Sayıların çözümlenmesi üslü biçimde de yapılır. Örneğin,

$3475 = (3 \times 1000) + (4 \times 100) + (7 \times 10) + (5 \times 1)$

$= (3 \times 10 \times 10 \times 10) + (4 \times 10 \times 10) + (7 \times 10) + (5 \times 1)$

$= (3 \times 10^3) + (4 \times 10^2) + (7 \times 10) + (5 \times 1)$

olarak yazılır.

Örnekler

1. Örnek : $7 \times 7 \times 7 \times 7$ saysını üslü olarak yazınız.

$7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^4$ olarak yazılır.

2. Örnek : 5^3 sayısının değerini bulunuz.

$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ olarak bulunur.

3. Örnek : 5 7 0 6 sayısını, üslü biçimde çözümleyiniz.

$5706 = (5 \times 1000) + (7 \times 100) + (0 \times 10) + (6 \times 1)$

$= (5 \times 10 \times 10 \times 10) + (7 \times 10 \times 10) + (0 \times 10) + (6 \times 1)$

$= (5 \times 10^3) + (7 \times 10^2) + (0 \times 10) + (6 \times 1)$

olarak yazılır.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki sayıları üslü sayı biçiminde yazınız.

   a) $2 \times 2 \times 2 \times 2 = ?$ b) $5 \times 5 \times 5 \times 5 = ?$

   c) $6 \times 6 \times 6 = ?$ d) $12 \times 12 \times 12 = ?$

2. Aşağıdaki üslü sayıların değerini bulunuz.

   a) $3^5 = ?$ b) $7^3 = ?$ c) $6^4 = ?$

   d) $10^4 = ?$ e) $10^5 = ?$ f) $15^2 = ?$

3. Aşağıdaki sayıları üslü biçimde çözümleyiniz.

   a) 347 b) 2728 c) 508

   d) 4315 e) 42 904 f) 10 763

4. Aşağıdaki sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

   2^3, 3^2, 4^3, 3^4, 5^2, 2^5

5. Aşağıdaki sayıları yazınız.

   a) $300 + 20 + 5 = ?$

   b) $(4 \times 100) + (5 \times 10) + (2 \times 1) = ?$

   c) $(5 \times 10^3) + (0 \times 10^2) + (7 \times 10) + (5 \times 1) = ?$

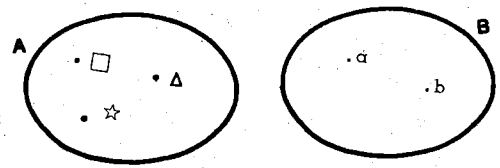
   d) $(9 \times 10^1) + (5 \times 10^1) + (0 \times 10^3) + (0 \times 10^2) + (1 \times 10) + (0 \times 1) = ?$

3-5. Doğal Sayılar Kümesinde İşlemler, Özelikleri ve Teknikleri

Doğal Sayılar Kümesinde Toplama İşlemi

1. Doğal sayılar kümesinde toplama işlemini, kümelerin birleşim işleminden yararlanarak tanımlayacağız.

Aşağıdaki venn şeması ile verilen A, B ve A ∪ B kümelerini liste biçiminde yazalım.



$A = \{\square, \Delta, \star\}$, $B = \{a, b,\}$ ve $A \cup B = \{\square, \Delta, \star, a, b\}$ olarak yazılır.

Bu kümelerin eleman sayıları,

$s(A) = 3$, $s(B) = 2$ ve $s(A \cup B) = 5$'tir.

$A \cap B = \emptyset$ (A ve B kümeleri ayrık) olmak üzere, A ∪ B kümesinin eleman sayısına, A ve B kümelerinin eleman sayıları **toplamı** denir. Toplamı bulmak için yapılan işleme, **toplama işlemi** denir ve,

$$\underbrace{s(A)}_{\downarrow} + \underbrace{s(B)}_{\downarrow} = \underbrace{s(A \cup B)}_{\downarrow}$$

$$3 + 2 = 5$$

biçiminde yazılır, "üç artı iki eşittir beş" diye okunur.

Burada, 5 sayısına **toplam**; 3 sayısına toplamanın **birinci terimi**, 2 sayısına da toplamanın **ikinci terimi** denir. Toplama, iki doğal sayı arasında yapılan bir işlem; kümelerin birleşimi ise iki küme arasında yapılan bir işlemdir.

2. Onluk sayma düzeninde yazılmış iki doğal sayının toplamını kolay bulmak için, $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ kümesinin herhangi iki elemanının toplamını akıldan bilmemiz gerekir. Aşağıdaki **toplama tablosunda**, bu kümenin herhangi iki elemanının toplamı gösterilmiştir. İnceleyiniz.

Toplama tablosunun yapılışı :

a) Birinci satır ve birinci sütuna doğal sayılar yazılır.

b) Öteki gözler şöyle doldurulur. Örneğin, 2 sayısından geçen satır ile 5 sayısından geçen sütunun kesiştiği göze 2 ve 5 sayılarının toplamı olan 7 sayısı yazılır. Öbür gözlerde buna benzer biçimde doldurulur.

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

$4 + 7 = ?$ Toplamının tablodan nasıl bulunacağını açıklayalım.

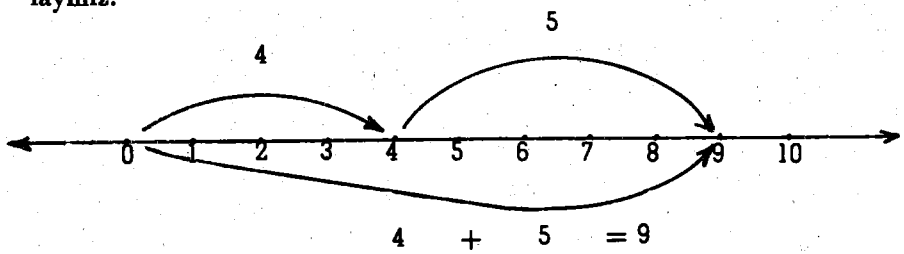
Birinci sütundan toplamanın birinci terimi olan 4 sayısı bulunur. Birinci satırdan da toplamanın ikinci terimi olan 7 sayısı bulunur. 4'ten ok yönünde sağa doğru, 7'den ok yönünde aşağıya doğru gidersek bu iki sayının toplamı olan 11 sayısını buluruz ve $4 + 7 = 11$ yazarız.

Siz de, aşağıdaki toplamaları tablodan bulunuz.

1. $0 + 6 = ?$ 2) $8 + 7 = ?$ 3) $9 + 3 = ?$

4. $1 + 8 = ?$ 5. $7 + 3 = ?$ 6. $9 + 9 = ?$

3. $4 + 5 = ?$ Toplama işleminin sayı doğrusu üzerinde yapılışı aşağıda gösterilmiştir. İnceleyiniz ve toplamanın nasıl yapıldığını açıklayınız.



Siz de, aşağıdaki toplamaları sayı doğrusu üzerinde yapınız.

a) $2 + 4 = ?$ b) $5 + 3 = ?$ c) $8 + 3 = ?$

Doğal Sayılar Kümesinde Toplama İşleminin Kapalılık Özeliği

Toplama tablosuna dikkat edilirse, iki doğal sayının toplamı yine bir doğal sayıdır. Örneğin, doğal sayılar kümesinden 6 ve 8 sayılarını alarak toplayalım. $6 + 8 = 14$ olur. 14'de bir doğal sayıdır. Siz de, her hangi iki doğal sayıyı toplayarak, toplamın bir doğal sayı olduğunu görünüz.

Genel olarak, a ve b herhangi iki doğal sayı olduğuna göre, $a + b$ de bir doğal sayıdır. Buna, doğal sayılar kümesi, toplama işlemine göre **kapalıdır,** denir.

Örnekler :

1. Örnek : $A = \{ 5, 6, 7, 8, 9, \ldots \}$ kümesi toplama işlemine göre kapalı mıdır?

$5 \in A$ ve $7 \in A$ alalım. $5 + 7 = 12 \in A$ olur.

$8 \in A$ ve $12 \in A$ alalım. $8 + 12 = 20 \in A$ olur.

A kümesinden alınan herhangi iki elemanın toplamı olan sayı A kümesinin bir elemanı olur. Öyleyse, A kümesi toplama işlemine göre kapalıdır.

2. Örnek : $B = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$ kümesi toplama işlemine göre kapalı mıdır?

$2 \in B$ ve $3 \in B$ alalım. $2 + 3 = 5 \in B$ olur.

$4 \in B$ ve $6 \in B$ alalım. $4 + 6 = 10 \notin B$ olur.

B kümesi toplama işlemine göre kapalı değildir.

3. Örnek : $C = \{ 7, 8, 9, 10, 11, 12 \}$ kümesi toplama işlemine göre kapalı mıdır?

$7 \in C$ ve $8 \in C$ alalım. $7 + 8 = 15 \notin C$ olur.

C kümesi toplama işlemine göre kapalı değildir.

4. Örnek : Çift sayılar kümesi toplama işlemine göre kapalı mıdır?

$Ç = \{ 0, 2, 4, 6, 8, \ldots \}$ dir.

$2 \in Ç$ ve $4 \in Ç$ alalım. $2 + 4 = 6 \in Ç$ olur.

$6 \in Ç$ ve $12 \in Ç$ alalım. $6 + 12 = 18 \in Ç$ olur.

Ç kümesi toplama işlemine göre kapalıdır.

5. Örnek : Tek sayılar kümesi toplama işlemine göre kapalı mıdır?

$T = \{1, 3, 5, 7, 9, \ldots\}$ dır.

$3 \in T$ ve $7 \in T$ alalım. $3 + 7 = 10 \notin T$'dır.

T Kümesi toplama işlemine göre kapalı değildir.

Alıştırmalar

1. $A = \{\square, \Delta, \star, \bigcirc\}$ ve $B = \{a, b, c\}$ kümeleri veriliyor.
   a) Bu kümeler nasıl kümelerdir?
   b) A kümesinin eleman sayısı kaçtır?
   c) B kümesinin eleman sayısı kaçtır?
   d) $A \cup B$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?
   e) $s(A) + s(B) = s(A \cup B)$ midir? Gösteriniz.

2. $C = \{a, b, c, d, e\}$ ve $D = \{b, c, f, k\}$ kümeleri veriliyor.
   a) Bu kümeler ayrık kümeler midir?
   b) C kümesinin eleman sayısı kaçtır?
   c) D kümesinin eleman sayısı kaçtır?
   d) $C \cup D$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?
   e) $C \cap D$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?
   f) $s(C \cup D) \neq s(C) + s(D)$ midir?
   g) $s(C \cup D) = s(C) + s(D) - s(C \cap D)$ midir?
   h) C ve D kümelerini Venn şeması ile gösteriniz.

$C \cup D$ kümesinin tamamını tarayınız ve $C \cup D$ kümesinin eleman sayısının kaç olduğunu görünüz.

3. $M = \{a, b, c, d, e, f\}$, $N = \{1, 2, 3\}$ ve $P = \{\ \}$ kümeleri veriliyor. Aşağıdakileri bulunuz.

   a) $s(M) = ?$ b) $s(N) = ?$ c) $s(P) = ?$

   d) $s(M \cup N) = ?$ e) $s(M \cup P) = ?$ f) $s(N \cup P) = ?$

   g) $s(M \cup M) = ?$ h) $s(N \cup N) = ?$ i) $s(P \cup P) = ?$

4. Aşağıdaki kümelerden hangileri toplama işlemine göre kapalıdır? Gösteriniz.

   a) $A = \{0, 2, 4, 6, \ldots\}$

   b) $B = \{1, 3, 5, 7, \ldots\}$

   c) $C = \{10, 11, 12, 13 \ldots\}$

   d) D = 5 ile 27 arasındaki doğal sayılar kümesi.

   e) $E = \{0, 1, 2\}$

   f) F = Birler basamağında 0 (sıfır) bulunan doğal sayılar kümesi.

   g) G = Birler basamağında 3 bulunan doğal sayılar kümesi.

5. Aşağıdaki toplamaları sayı doğrusu üzerinde yapınız.

   a) $3 + 4 = ?$ b) $5 + 8 = ?$ c) $7 + 4 = ?$

Toplama İşleminin Değişme Özeliği

1. Yapılacak iki işimiz olduğunu varsayalım. Bu işlerin yapılış sırası, sonucu bazen etkiler, bazen etkilemez, Başka bir deyişle, işlerden hangisi önce yapılırsa yapılsın aynı sonuçlar ya da farklı sonuçlar bulunur. Örneğin,

   a) Bardağa önce çay, sonra şeker koysanız ya da önce şeker, sonra çay koysanız aynı sonucu elde edersiniz.

   b) Önce gömleğinizi giyseniz, sonra boyunbağınızı bağlasanız bir iş yapmış olursunuz. Önce boyunbağınızı bağlayıp, sonra gömleğinizi giyseniz yine bir iş yapmış olursunuz. Fakat yapılan bu iki işin sonuçları aynı değildir.

Aşağıdaki sorularda, (a) ve (b) ifadelerinde, yapılan iki işin sonuçlarının aynı olup olmadığını söyleyiniz.

1. a) Önce yüzünüzü yıkayınız, sonra dişlerinizi fırçalayınız.
   b) Önce dişlerinizi fırçalayınız, sonra yüzünüzü yıkayınız.

2. a) Önce çoraplarınızı, sonra ayakkabılarınızı giyiniz.
   b) Önce ayakkabılarınızı, sonra çoraplarınızı giyiniz.

3. a) Önce yüzünüzü yıkayınız, sonra kurulayınız.
   b) Önce yüzünüzü kurulayınız, sonra yıkayınız.

4. a) Önce ders çalışınız, sonra oynayınız.
   b) Önce oynayınız, sonra ders çalışınız.

2. $A = \{\square, \Delta, \star, \neq\}$ ve $B = \{a, b, c\}$ ayrık kümeleri veriliyor.

Bu kümeler arasında :

$A \cup B = \{\square, \Delta, \star, \neq, a, b, c\}$

$B \cup A = \{a, b, c, \square, \Delta, \star, \neq\}$

$A \cup B = B \cup A$ yazılır. Neden?

$s(A \cup B) = s(B \cup A)$ olur mu?

$s(A \cup B) = s(A) + s(B)$ ve $s(B \cup A) = s(B) + s(A)$

$7 = 4 + 3$ ve $7 = 3 + 4$ olur.

$4 + 3 = 3 + 4$ yazılabilir. Öyleyse, doğal sayıların toplama işleminde, terimlerin sırasının değişik yazılması sonucu değiştirmiyor. Başka bir deyişle, doğal sayıların toplama işleminde, terimlerin yerleri değiştirilirse toplam değişmez. Buna, toplama işleminin **değişme özeliği** denir.

Genel olarak, a ve b birer doğal sayı olduğuna göre,

$$a + b = b + a \quad \text{dır.}$$

Örnekler

1. Örnek : $7 + a = 3 + 7$ eşitliğini sağlayan a doğal sayısını bulalım.

Eşitliğin sağ tarafına toplamada değişme özeliği uygulayalım. $7 + a = 7 + 3$ olur. Eşitliğin iki yanında birinci terimler eşit olduğundan, ikinci terimler de eşit olur. $a = 3$ olarak bulunur.

2. Örnek : $b + 5 = 5 + 9$ eşitliğini sağlayan b doğal sayısını bulalım.

$b + 5 = 9 + 5$ **(Toplamada değişme özeliği)**

$b = 9$ olur.

3. Örnek : $c + 4 = 4 + c$ eşitliğini sağlayan c doğal sayısını bulalım.

$c + 4 = c + 4$ **(Toplamada değişme özeliği)**

$c = c$ olur.

c yerine her doğal sayıyı koyabiliriz. Problemin yanıtı çoktur. Problemin çözüm kümesi,

$Ç = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$ dır. Bu kümenin her elemanı soruya bir yanıttır.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki (a) ve (b) ifadelerinde yapılan iki işin sonuçlarının aynı olup olmadığını söyleyiniz.

a) Önce yemek yiyiniz, sonra yürüyünüz.

b) önce yürüyünüz, sonra yemek yiyiniz.

2. Toplamada değişme özeliğinden yararlanarak, aşağıdaki boş yerlere uygun olan sayıları yazınız.

a) $3 + 4 = 4 + \ldots$ b) $\ldots + 7 = 7 + 9$

c) $314 + \ldots = 75 + 314$ d) $53 + 48 = \ldots + 53$

3. Aşağıdaki eşitliklerin sağlanması için, n yerine hangi doğal sayılar yazılmalıdır?

a) $15 + n = 24 + 15$ b) $n + 240 = 240 + 36$

c) $40 + n = n + 40$ d) $9 + n = n + 9$

Toplama İşleminin Birleşme Özeliği

1. Bir iş yaparken, o işin içinde bulunan nesnelerin gruplanmasındaki sıra, o işin sonucunu bazen etkiler, bazen etkilemez.

Örnek

a) Çay bardağının dörtte üçüne kadar sıcak su koyup, içine biraz toz şeker atıp karıştıralım. Sonra bu bardağın boş kısmını demlenmiş çay ile dolduralım.

b) Çay bardağını dörtte üçüne kadar sıcak su ile dolduralım. Başka bir bardağa biraz toz şeker koyalım ve üzerine biraz demlenmiş çay koyup karıştıralım. Bu şekerli çayı, içinde sıcak su bulunan bardağa boşaltalım.

(a) ve (b) de yapılan işlerde bir bardak çay elde ederiz. İki işin sonucu aynıdır. Burada (a) daki işte sıcak su ile şeker gruplanmış; (b) deki işte de şeker ile demli çay gruplanmıştır. İki işin sonunda bir bardak çay elde edilmiştir. Nesnelerin değişik olarak gruplanması sonucu etkilememiştir.

2. $A = \{a, b, c\}$, $B = \{d, e\}$ ve $C = \{f\}$ kümeleri veriliyor.

$A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$ ve $(A \cup B) \cup C = \{a, b, c, d, e, f\}$

$B \cup C = \{d, e, f\}$ ve $A \cup (B \cup C) = \{a, b, c, d, e, f\}$

olur.

$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ yazılır. Neden?

$s[(A \cup B) \cup C] = s(A \cup (B \cup C))$ olur mu?

$s(A \cup B) + s(C) = s(A) + s(B \cup C)$ olur. Niçin?

$[s(A) + s(B)] + s(C) = s(A) + [s(B) + s(C)]$ olur. Niçin?

$(3 + 2) + 1 = 3 + (2 + 1)$ olur.

$3 + 2 + 1 = ?$ toplamını bulmak için, 3 ile 2'nin toplamına 1 katılır ya da 3'e 2 ile 1'in toplamı katılır.

İşlem yaparak eşitliğin doğru olduğunu gösterelim.

$3 + 2 + 1 = (3 + 2) + 1 = 5 + 1 = 6$

$3 + 2 + 1 = 3 + (2 + 1) = 3 + 3 = 6$ olur.

Öyleyse, $(3 + 2) + 1 = 3 + (2 + 1)$ ifadesi doğrudur. Buna, doğal sayılar kümesinde toplama işleminin **birleşme özeliği** denir.

Genel olarak, a, b ve c birer doğal sayı olduğuna göre,

$$(a + b) + c = a + (b + c) \text{ dir.}$$

Örnekler

1. Örnek : $3 + 5 + 6 = ?$ Toplama işlemini yapalım.

$3 + 5 + 6 = (3 + 5) + 6$ **(Toplamada birleşme özeliği)**

$= 8 + 6$

$= 14$ olur. Ya da,

$3 + 5 + 6 = 3 + (5 + 6)$ **(Toplamada birleşme özeliği)**

$= 3 + 11$

$= 14$ olur.

2. Örnek : $(6 + 8) + 7 = 6 + (8 + 7)$ eşitliğinin doğruluğunu her iki yanda işlem yaparak gösterelim.

$(6 + 8) + 7 = 6 + (8 + 7)$

$14 + 7 = 6 + 15$

$21 = 21$ olur.

3. Örnek : $(6 + 8) + 7 = 8 + (6 + 7)$ eşitliğinin doğruluğunu işlem yapmadan gösterelim.

Sol taraftan sağ tarafı elde edelim.

$(6 + 8) + 7 = (8 + 6) + 7$ **(Toplamada değişme özeliği)**

$= 8 + (6 + 7)$ **(Toplamada birleşme özeliği)**

4. Örnek : $17 + 6 + 14 = ?$ Toplama işlemini yapalım.

İki sayının birler basamaklarındaki sayıların toplamı 10 ederse, bu iki sayıyı gruplamak zihinden hesap yapmada kolaylık sağlar. Burada 2. terim ile 3. terim önce toplanır.

$17 + 6 + 14 = 17 + (6 + 14)$ **(Toplamada birleşme özeliği)**

$= 17 + 20$

$= 34$ olur.

5. Örnek : $13 + 9 + 17 = ?$ Toplama işlemini yapalım.

Burada önce değişme, sonra birleşme özeliği kullanırsak, zihinden toplamada kolaylık sağlanır.

$13 + 9 + 17 = 13 + 17 + 9$ **(Toplamada değişme özeliği)**

$= (13 + 17) + 9$ **(Toplamada birleşme özeliği)**

$= 30 + 9$

$= 39$ olur.

Uyarı : Önce ayraç içindeki işlemleri yapmayı unutmayınız.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki eşitliklerin doğru olup olmadığını, eşitliğin her iki yanında işlem yaparak gösteriniz.

a) $(4+7) + 9 = 4 + (7+9)$ b) $12 + (3+7) = (12+3) + 7$

c) $18+(14+6)=(18+14)+6$ d) $(15+3) + 8 = 15 + (3+8)$

2. Toplamada değişme ve birleşme özeliklerini kullanarak, aşağıdaki işlemleri yapınız.

a) $11 + 8 + 9 = ?$ b) $14 + 7 + 16 = ?$

c) $32 + 3 + 8 = ?$ d) $17 + 120 + 23 = ?$

e) $63 + 24 + 27 + 6 = ?$ f) $125 + 8 + 15 + 42 = ?$

3. Aşağıdaki eşitliklerin sağlanması için, n yerine hangi doğal sayılar yazılmalıdır? Bulunuz.

a) $(9 + 7) + 12 = 9 + (7 + n)$

b) $6 + (n + 8) = 9 + (6 + 8)$

c) $(3 + n) + 4 = 3 + (n + 4)$

Doğal Sayılar Kümesinde Toplama İşleminin Etkisiz (birim) Elemanı

$A = \{\square, \Delta, \star\}$ ve $\emptyset = \{\ \}$ kümelerini veriliyor.

$A \cup \emptyset = \{\square, \Delta, \star\}$ olur. Niçin?

$\emptyset \cup A = \{\square, \Delta, \star\}$ olur. Niçin?

$A \cup \emptyset = \emptyset \cup A = A$ olur. Niçin?

$A \cup \emptyset$	$= A$			$\emptyset \cup A$	$= A$		
$s(A \cup \emptyset)$	$= s(A)$			$s(\emptyset \cup A)$	$= s(A)$		
$s(A) + s(\emptyset)$	$= s(A)$	olur.		$s(\emptyset) + s(A)$	$= s(A)$		
↓	↓ ↓			↓	↓ ↓		
3 +	0 =	3	olur.	0 +	3 =	3	olur.

Öyleyse, bir doğal sayı ile sıfırın, ya da sıfır ile bir doğal sayının toplamı, o sayının kendisine eşittir. Toplama tablosunda, ikinci satıra bakınız. Bu satırdaki sayılar, birinci satırdaki sayıların sıfırla toplamıdır. İkinci satır birinci satırın aynı mıdır? Sıfır sayısı toplamayı etkilemez. Sıfır sayısına, doğal sayılar kümesinin toplama işlemine göre, **etkisiz (birim) elemanı** denir.

Genel olarak, a herhangi bir doğal sayı olduğuna göre,

$a + 0 = 0 + a = a$'dır.

Alıştırmalar

Aşağıdaki boş yerlere uygun olan doğal sayıları yazınız.

1) $\ldots + 5 = 5$ 2) $12 + \ldots = 12$

3) $7 + 0 = \ldots$ 4) $\ldots + 0 = 15$

5) $6 + (7 + \ldots) = 16$ 6) $24 = \ldots + 0$

Toplama İşleminin Tekniği

Doğal sayıların nasıl toplandığını ilkokulda öğrendiniz. Eldesiz ve eldeli toplama işlemlerinin nasıl yapılacağını biliyorsunuz. Biz burada sadece bir kaç örnekle yetineceğiz.

1. Örnek : 45 ile 31 sayılarını toplayalım.

Eldesiz toplama

Bu sayıları çözümleyerek yazalım.

Kısa yoldan toplama

$45 = (4 \times 10) + 5$ ⟶ 45

$+\ 31 = (3 \times 10) + 1$ ⟶ $+\ 31$

$76 = (7 \times 10) + 6 = 76$ ⟶ 76

2. Örnek : 27 ile 56 sayılarını toplayalım.

Eldeli toplama

Sayıları çözümleyerek yazalım.

Kısa yoldan toplama

1 → elde

$27 = (2 \times 10) + 7$ ⟶ 27

$+\ 56 = (5 \times 10) + 6$ ⟶ $+\ 56$

$83 = (7 \times 10) + 13 = (7 \times 10) + (1 \times 10 + 3)$ 83

$= [(7 \times 10) + (1 \times 10)] + 3$

$= [(7 + 1) \times 10] + 3$

$= (8 \times 10) + 3$

$= 83$

2. Örnek 347 ile 578 sayılarını toplayalım.

Sayıları çözümleyerek yazalım. Kısa yoldan toplama

1 → elde

1

$347 = (3 \times 100) + (4 \times 10) + 7$ ⟶ 347

$+\ 578 = (5 \times 100) + (7 \times 10) + 8$ ⟶ $+\ 578$

925 925

$(8 \times 100) + (11 \times 10) + 15 = (8 \times 100) + [(1 \times 100) + (1 \times 10)] + [(1 \times 10) + 5]$

$= [(8 \times 100) + (1 \times 100)] + [(1 \times 10) + (1 \times 10)] + 5$

$= (9 \times 100) + (2 \times 10) + 5$

$= 925$

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki toplama işlemlerini örneklerde olduğu gibi, toplama tekniğinden yararlanarak yapınız.

a) $53 + 45 = ?$ b) $38 + 96 = ?$

c)
$$\begin{array}{r} 546 \\ +\ 253 \\ \hline \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{r} 378 \\ +\ 764 \\ \hline \end{array}$$

2. Aşağıdaki toplama işlemlerini yapınız.

a)
$$\begin{array}{r} 324 \\ 38 \\ +\ 715 \\ \hline \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 2345 \\ 3756 \\ +\ 218 \\ \hline \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 25\ 346 \\ 4\ 703 \\ +\ 48\ 009 \\ \hline \end{array}$$

3. Aşağıdaki toplama işlemlerinde (.) yerine uygun olan rakamları yazınız.

a)
$$\begin{array}{r} 3.4 \\ 54. \\ +\ .716 \\ \hline 3.38 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 3.18 \\ .546 \\ 307. \\ +\ 234 \\ \hline 95.7 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} .9\ 425 \\ .06 \\ 719 \\ .6 \\ +\ 54. \\ \hline 37\ 224 \end{array}$$

Doğal Sayılar Kümesinde Çarpma İşlemi

1. Doğal sayılar kümesinde çarpma işlemini, kümelerden yararlanarak tanımlayalım.

Siyah ve beyaz renkli iki pantalon ile mavi, sarı ve kırmızı renkli üç gömleğimiz var. Pantolonlarla gömlekleri kaç biçimde giyeceğimizi araştıralım.

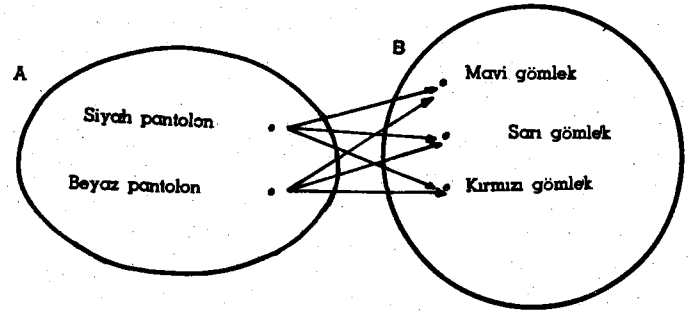
Pantolonların oluşturduğu kümeye A ve gömleklerin oluşturduğu kümeye B diyelim.

$A = \{$ Siyah pantolon, beyaz pantolon $\}$

$B = \{$ Mavi gömlek, sarı gömlek, kırmızı gömlek $\}$

olur.

Pantolonlar kümesi ile gömlekler kümesi ve bu gömlekleri nasıl giyeceğimiz aşağıda gösterilmiştir. İnceleyiniz.



Şemada siyah pantolonun, mavi, sarı ve kırmızı gömlekle giyilebileceği oklarla (siyah pantolon → mavi gömlek) gösterilmiştir. Beyaz pantolonun da; mavi, sarı ve kırmızı gömlekle giyilebileceği aynı biçimde gösterilmiştir. Bunları,

(siyah pantolon; mavi gömlek), (Siyah pantolon; sarı gömlek), (Siyah pantolon; kırmızı gömlek), (Beyaz pantolon; mavi gömlek), (Beyaz pantolon; sarı gömlek, Beyaz pantolon; kırmızı gömlek) biçiminde yazarız. Bunlara **ikili** adı verilir. İkilide ilk yazılana birinci terim, ikinci olarak yazılana ikinci terim denir.

Burada 6 tane ikili oluşmuştur. Başka bir deyişle, pantolonlar ile gömlekler 6 biçimde giyilmiştir. İkililerin sayısı olan 6'ya 2 ve 3 sayılarının **çarpımı** denir. Bunu,

$$2 \times 3 = 6$$

biçiminde yazar, "iki çarpı üç eşittir altı" diye okuruz. "$\times$" simgesi yerine bazen "." simgesi kullanılır.

$2 \times 3 = 6$ çarpma işleminde 6 sayısına **çarpım**, 2, 3 sayılarına da **çarpanlar** denir. Çarpma, iki doğal sayı arasında yapılan bir işlemdir.

2. Siyah pantolon üç gömlekle ayrı ayrı ve beyaz pantolon da üç gömlekle ayrı ayrı giyildiğinden, pantolonlarla gömlekleri giyme sayısını,

$3 + 3$

olarak da düşünebiliriz. Halbuki biz bunu $2 \times 3 = 6$ olarak bulmuştuk. Öyleyse,

$3 + 3 = 2 \times 3$ olarak yazabiliriz.

O halde, çarpmayı, eşit terimli toplamanın kısa yapılışı olarak da tanımlayabiliriz.

Örnek

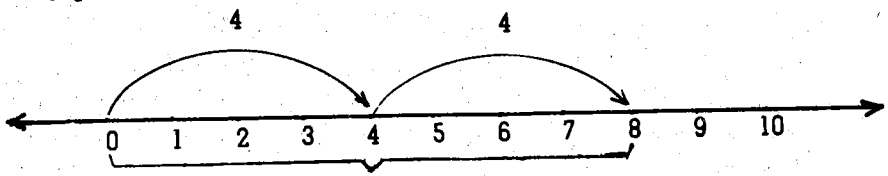
$4 + 4 + 4 = ?$ toplamasını kısaca,

$4 + 4 + 4 = 3 \times 4$ biçiminde çarpma işlemi olarak yazabiliriz.

3×4 çarpmasını da,

$3 \times 4 = 4 + 4 + 4$ biçiminde toplama işlemi olarak yazabiliriz.

3. $2 \times 4 = ?$ Çarpma işleminin sayı doğrusu üzerinde yapılışı aşağıda gösterilmiştir. İnceleyiniz.



$4 + 4 = 8$ ya da $2 \times 4 = 8$

$2 \times 4 = 4 + 4$ olduğundan, $2 \times 4 = 8$'dir.

Siz de, aşağıdaki çarpmaları sayı doğrusu üzerinde yapınız.

1) $3 \times 2 = ?$ 2) $5 \times 3 = ?$ 3) $2 \times 6 = ?$

4. Onluk sayma düzeninde yazılmış iki doğal sayının çarpımını kolay bulmak için, $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ kümesinin herhangi iki elemanının çarpımını akıldan bilmeniz gerekir. Aşağıdaki **çarpım tablosunda**, bu kümenin herhangi iki elemanının çarpımı gösterilmiştir. İnceleyiniz.

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	10	12	16	16	18
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Çarpım tablosunun yapılışı :

Tablonun hazırlanışı toplama tablosunda olduğu gibi yapılır. Ancak, öteki gözler doldurulurken toplama yerine çarpma yapılır.

$4 \times 7 = ?$ Çarpımının tablodan nasıl bulunacağını açıklayalım.

Birinci sütundan çarpmanın birinci çarpanı olan 4 bulunur. Birinci satırdan da çarpmanın ikinci çarpanı olan 7 bulunur. 4'ten ok yönünde sağa doğru, 7'den ok yönünde aşağıya doğru gidersek bu iki sayının çarpımı olan 28 sayısını buluruz ve $4 \times 7 = 28$ yazarız.

Siz de, aşağıdaki çarpımları tablodan bulunuz.

1) $0 \times 5 = ?$ 2) $1 \times 6 = ?$ 3) $3 \times 8 = ?$

4) $8 \times 7 = ?$ 5) $5 \times 3 = ?$ 6) $9 \times 8 = ?$

Doğal Sayılar Kümesinde Çarpma İşleminin Kapalılık Özeliği

Çarpım tablosuna dikkat edilirse, iki doğal sayının çarpımı yine bir doğal sayıdır.

Genel olarak, a ve b herhangi iki doğal sayı olduğuna göre, $a \times b$ de bir doğal sayıdır. Buna, doğal sayılar kümesi, çarpma işlemine göre **kapalıdır** denir.

Örnekler

1. Örnek : $A = \{5, 6, 7, 8, 9, \ldots\}$ kümesi çarpma işlemine göre kapalı mıdır?

$5 \in A$ ve $7 \in A$ alalım. $5 \times 7 = 35 \in A$ olur.

$8 \in A$ ve $9 \in A$ alalım. $8 \times 9 = 72 \in A$ olur.

A kümesinden alınan herhangi iki elemanın çarpımı olan sayı, A kümesinin bir elemanı olur. Öyleyse, A kümesi çarpma işlemine göre kapalıdır.

2. Örnek : $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesi çarpma işlemine göre kapalı mıdır?

$1 \in B$ ve $5 \in B$ alalım. $1 \times 5 = 5 \in B$ olur.

$3 \in B$ ve $4 \in B$ alalım. $3 \times 4 = 12 \notin B$ olur.

B kümesi çarpma işlemine göre kapalı değildir.

3. Örnek : $C = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ kümesi çarpma işlemine göre kapalı mıdır?

$4 \in C$ ve $5 \in C$ alalım. $4 \times 5 = 20 \notin C$ olur.

C kümesi çarpma işlemine göre kapalı değildir.

4. $Ç = \{0, 2, 4, 6, 8, \ldots\}$ kümesi çarpma işlemine göre kapalı mıdır?

$2 \in Ç$ ve $8 \in Ç$ alalım. $2 \times 8 = 16 \in Ç$ olur.

$8 \in Ç$ ve $16 \in Ç$ alalım. $8 \times 16 = 128 \in Ç$ olur.

Çift sayılar kümesi çarpma işlemine göre kapalıdır.

5. $T = \{1, 3, 5, 7, \ldots\}$ kümesi çarpma işlemine göre kapalı mıdır?

$3 \in T$ ve $5 \in T$ alalım. $3 \times 5 = 15 \in T$ olur.

$9 \in T$ ve $13 \in T$ Alalım, $9 \times 13 = 117 \in T$ olur.

Tek sayılar kümesi çarpma işlemine göre kapalıdır.

Alıştırmalar

1. $A = \{\square, \Delta, \star\}$ ve $B = \{a, b, c\}$ kümeleri veriliyor.
   a) A kümesinin eleman sayısı kaçtır?
   b) B kümesinin eleman sayısı kaçtır?
   c) $A \times B$ kümesini yazınız.
   d) $A \times B$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?
   e) $s(A) \times s(B) = s(A \times B)$ midir? Gösteriniz.

2. $E = \{1, 2, 3, 4\}$ $F = \{a, b\}$ ve $G = \{\square, \Delta, \star\}$ kümeleri veriliyor.
   a) $E \times F$'yi yazınız.
   b) $E \times G$'yi yazınız.
   c) $F \times G$'yi yazınız.
   d) $s(E)$, $s(F)$, $s(G)$, $s(E \times F)$, $s(E \times G)$ ve $s(F \times G)$ kaçtır?
   e) $s(E) \times s(F) = s(E \times F)$
   $s(E \times G) = s(E) \times s(G)$
   $s(F \times G) = s(F) \times s(G)$ olduğunu gösteriniz.

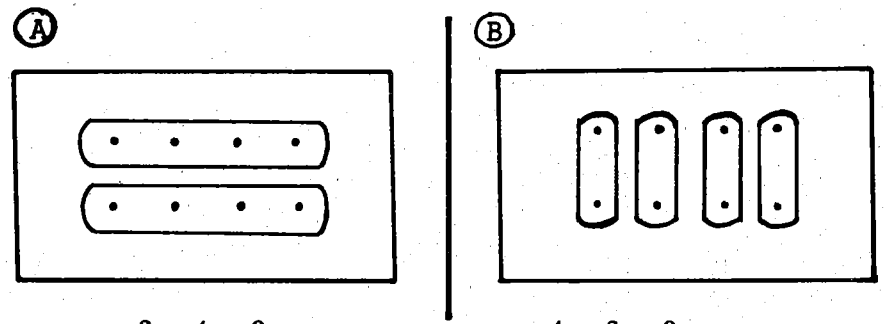
3. Aşağıdaki toplamaları, çarpma biçiminde yazınız.
   a) $3 + 3 + 3 + 3 + 3 = ?$ b) $7 + 7 + 7 = ?$
   c) $15 + 15 + 15 + 15 = ?$ d) $32 + 32 = ?$

4. Aşağıdaki çarpmaları, toplama biçiminde yazınız.
   a) $4 \times 5 = ?$ b) $7 \times 3 = ?$ c) $4 \times 24 = ?$

5. Aşağıdaki kümelerden hangileri çarpma işlemine göre kapalıdır? Gösteriniz.
   a) $A = \{0, 2, 4, 6, \ldots\}$
   b) $B = \{1, 3, 5, 7, \ldots\}$
   c) $C = \{7, 8, 9, 10, \ldots\}$
   d) D = 5 ile 15 arasındaki doğal sayılar kümesi.
   e) $E = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
   f) F = Birler basamağında 0 (sıfır) bulunan doğal sayılar kümesi.
   g) G = Birler basamağında 3 olan doğal sayılar kümesi.

6. Aşağıdaki çarpmaları sayı doğrusu üzerinde yapınız.
   a) $2 \times 7 = ?$ b) $4 \times 3 = ?$ c) $4 \times 2 = ?$

Çarpma İşleminin Değişme Özeliği



$2 \times 4 = 8$ $4 \times 2 = 8$

1. A şeklindeki bilyelerin sayısı : $2 \times 4 = 8$'dir.
   B şeklindeki bilyelerin sayısı : $4 \times 2 = 8$'dir.

İki çarpmanın sonucu aynıdır. Başka bir deyişle, bir çarpma işleminde çarpanların yerleri değiştirilirse, çarpım değişmez. Buna, çarpmada **değişme özeliği** denir.

Genel olarak, a ve b birer doğal sayı olduğuna göre

$a \times b = b \times a$ dır.

2. Çarpım tablosunu × işaretinden geçen köşegen boyunca katlasanız aynı sayılar üst üste çakışır mı? Bu çakışan sayılar, çarpmada değişme özeliği uygulamakla bulunur mu?

Örneğin, $63 = 7 \times 9$ ve $63 = 9 \times 7$ midir?

Örnekler

1. Örnek : $5 \times a = 7 \times 5$ eşitliğini sağlayan a doğal sayısını bulalım.

Eşitliğin sağ tarafına çarpmada değişme özeliği uygulayalım.

$5 \times a = 5 \times 7$ olur. Eşitliğin iki yanında birinci çarpanlar eşit olduğundan, ikinci çarpanlar da eşit olur. $a = 7$ olarak bulunur.

2. Örnek : $b \times 3 = 3 \times 9$ eşitliğini sağlayan b doğal sayısını bulalım.

$b \times 3 = 9 \times 3$ (Çarpmada değişme özeliği)

$b = 9$ olur.

3. Örnek : $m \times 8 = 8 \times m$ eşitliğini sağlayan m doğal sayısını bulalım.

$m \times 8 = m \times 8$ (Çarpmada değişme özeliği)

$m = m$ olur.

Problemin yanıtı çoktur. Problemin çözüm kümesi,

$Ç = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$ dır. Bu kümenin her elemanı soruya bir yanıttır.

Alıştırmalar

1. Çarpmada değişme özeliğinden yararlanarak, aşağıdaki boş yerlere uygun olan sayıları yazınız.

a) $2 \times \ldots = 2 \times 11$ b) $\ldots \times 15 = 15 \times 23$

c) $127 \times 19 = 19 \times \ldots$ d) $1286 \times 329 = \ldots \times 1286$

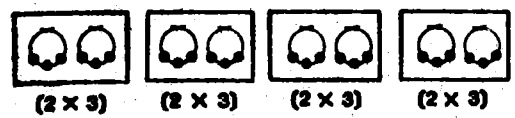
2. Aşağıdaki eşitliklerin sağlanması için m yerine hangi doğal sayılar yazılmalıdır?

a) $28 \times m = 4 \times 28$ b) $m \times 280 = 280 \times 48$

c) $55 \times m = m \times 55$ d) $7 \times m = m \times 7$

Çarpma İşleminin Birleşme Özeliği

Çarpma işlemi iki doğal sayı arasında yapılan bir işlemdi. Şimdi üç sayısının nasıl çarpıldığını görelim. $2 \times 3 \times 4$ Çarpma işleminin nasıl yapıldığı aşağıdaki şekil ve işlemlerle açıklanmıştır. İnceleyiniz.



Her kutuda $(2 \times 3) =$ boncuk vardır.
Dört kutuda $(2 \times 3) \times 4 = ?$
ya da $6 \times 4 = 24$
boncuk vardır.

Her kutuda $(3 \times 4) = 12$ boncuk vardır.
İki kutuda $2 \times (3 \times 4) = ?$
ya da $2 \times 12 = 24$
boncuk vardır.

Yukarıdaki işlemleri incelerseniz, önce 2 ile 3 çarpılıyor, sonra elde edilen 6 sayısı 4 ile çarpılınca 24 bulunuyor. Ya da önce 3 ile 4 çarpılıyor, 2 ile elde edilen 12 sayısı çarpılınca yine 24 bulunuyor. Öyleyse,

$(2 \times 3) \times 4 = 2 \times (3 \times 4)$ yazılır.

Buna, doğal sayılar kümesinde çarpma işleminin **birleşme özeliği** denir.

Genel olarak a, b ve c birer doğal sayı olduğuna göre,

$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ dir.

Örnekler

1. Örnek : $3 \times 5 \times 7 = ?$ çarpma işlemini yapalım.

$3 \times 5 \times 7 = (3 \times 5) \times 7$ (Çarpmada birleşme özeliği)

$= 15 \times 7$

$= 105$ olur. Ya da,

$3 \times 5 \times 7 = 3 \times (5 \times 7)$ **(Çarpmada birleşme özeliği)**

$= 3 \times 35$

$= 105$ olur.

2. Örnek : $(4 \times 3) \times 5 = 4 \times (3 \times 5)$ eşitliğinin doğruluğunu her iki yanda işlem yaparak gösterelim.

$(4 \times 3) \times 5 = 4 \times (3 \times 5)$

$12 \times 5 = 4 \times 15$

$60 = 60$ olur.

3. Örnek : $(6 \times 7) \times 8 = 7 \times (6 \times 8)$ eşitliğinin doğruluğunu işlem yapmadan gösterelim.

Sol taraftan sağ tarafı elde edelim.

$(6 \times 7) \times 8 = (7 \times 6) \times 8$ **(Çarpmada değişme özeliği)**

$= 7 \times (6 \times 8)$ **(Çarpmada birleşme özeliği)**

bulunur.

4. Örnek : $2 \times 5 \times 7 = ?$ Çarpma işlemini yapalım.

İki sayının çarpımından elde edilen sayının birler basamağı sıfır olursa, bu iki sayıyı gruplamak zihinden hesap yapmada kolaylık sağlar. Burada 1. çarpan ile 2. çarpan gruplanır.

$2 \times 5 \times 7 = (2 \times 5) \times 7$. **(Çarpmada birleşme özeliği)**

$= 10 \times 7$

$= 70$ olur.

5. Örnek : $4 \times 6 \times 5 = ?$ Çarpma işlemini yapalım.

Burada önce değişme, sonra birleşme özelikleri kullanırsak, zihinden çarpmada kolaylık sağlanır.

$4 \times 6 \times 5 = 4 \times 5 \times 6$ **(Çarpmada değişme özeliği)**

$= (4 \times 5) \times 6$ **(Çarpmada birleşme özeliği)**

$= 20 \times 6$

$= 120$ olur.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki eşitliklerin doğru olup olmadığını, eşitliğin her iki yanında işlem yaparak gösteriniz.

a) $(4 \times 3) \times 6 = 4 \times (3 \times 6)$ b) $12 \times (2 \times 5) = (12 \times 2) \times 5$

c) $7 \times (8 \times 3) = (7 \times 8) \times 3$ c) $(25 \times 4) \times 6 = 25 \times (4 \times 6)$

2. Çarpmada değişme ve birleşme özeliklerini kullanarak, aşağıdaki çarpma işlemlerini yapınız.

a) $8 \times 12 \times 5 = ?$ b) $4 \times 7 \times 25 = ?$

c) $5 \times 17 \times 2 = ?$ d) $6 \times 43 \times 5 = ?$

e) $2 \times 7 \times 5 \times 3 = ?$ f) $9 \times 4 \times 7 \times 25 = ?$

3. Aşağıdaki eşitliklerin sağlanması için, n yerine hangi doğal sayılar yazılmalıdır? Bulunuz.

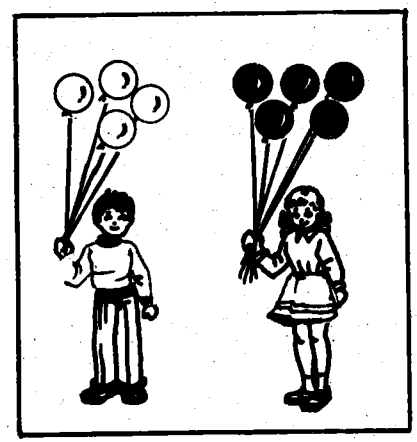
a) $(15 \times 18) \times 72 = 15 \times (n \times 72)$

b) $(5 \times n) \times 7 = 5 \times (6 \times 7)$

c) $(2 \times 3) \times n = 2 \times (3 \times n)$

Çarpmanın Toplama Üzerine Dağılma Özeliği

1. Aşağıdaki resimde, çocukların her birinin elinde kaç balon vardır? Balonların hepsi kaç tanedir? Bir balonun alış fiyatı 8 lira olduğuna göre, balonların hepsine verilen para kaç liradır?



1. Yöntem

$4 + 5 = 9$ (Balonların sayısı)

$8 \times (4 + 5) = 8 \times 9$

$= 72$ L (Balonların hepsine verilen para)

2. Yöntem

$8 \times 4 = 32$ L (Yalçın'ın balonlarına verilen para)

$8 \times 5 = 40$ L (Mine'nin balonlarına verilen para)

$(8 \times 4) + (8 \times 5) = 32 + 40$

$= 72$ L (Balonların hepsine verilen para)

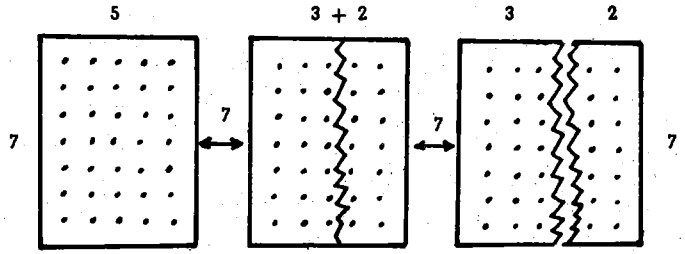
Her iki yoldan yapılan hesaplamada aynı sonucu bulduk. Öyleyse,

$8 \times (4 + 5) = (8 \times 4) + (8 \times 5)$ dir.

2. Aşağıdaki şekli inceleyerek,

$7 \times 5 = 7 \times (3 + 2) = (7 \times 3) + (7 \times 2)$

olduğunu açıklayınız.



$7 \times 5 = 7 \times (3 + 2) = (7 \times 3) + (7 \times 2)$

Bir doğal sayı ile bir toplamanın çarpımı, o sayı ile toplamanın terimleri çarpımları toplamına eşittir. Buna, **çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özeliği** denir.

Genel olarak, a, b ve c birer doğal sayı olduğuna göre,

$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$ dir.

Örnekler

1. Örnek : $5 \times (3 + 6) = ?$ işlemini çarpmanın toplama üzerine dağılma özeliğine göre yapalım.

$5 \times (3 + 6) = (5 \times 3) + (5 \times 6)$ (Çarpmanın toplama üzerine
$= 15 + 30$ dağılma özeliği)
$= 45$ olur.

2. Örnek : $7 \times (8 + 6) = (7 \times 8) + (7 \times 6)$ eşitliğinin doğru olduğunu her iki yanda işlem yaparak gösterelim.

$7 \times (8 + 6) = (7 \times 8) + (7 \times 6)$
$7 \times 14 = 56 + 42$
$98 = 98$ olur.

3. Örnek : $4 \times (5 + 3) = (5 \times 4) + (3 \times 4)$ eşitliğinin doğru olduğunu gösterelim.

$4 \times (5 + 3) = (4 \times 5) + (4 \times 3)$ **(dağılma özeliği)**

$4 \times (5 + 3) = (4 \times 5) + (3 \times 4)$ **(Çarpmada değişme özeliği)**

olur ki, dağılma özeliğine göre doğrudur.

4. Örnek : $5 \times 13 = ?$ Çarpma işlemini, çarpmanın toplama üzerine dağılma özeliğinden yararlanarak yapalım.

13'ü basamak değerleri toplamı biçiminde yazalım.

$13 = 10 + 3$ olur.

$5 \times 13 = 5 \times (10 + 3)$ yazılır.
$= (5 \times 10) + (5 \times 3)$ **(Dağılma özeliği)**
$= 50 + 15$
$= 65$ olur.

5. Örnek : $6 \times 348 = ?$ Çarpma işlemini, çarpmanın toplama üzerine dağılma özeliğinden yararlanarak yapalım.

$348 = 300 + 40 + 8$ biçiminde yazılır.

$6 \times 348 = 6 \times (300 + 40 + 8)$ dir.
$= (6 + 300) + (6 \times 40) + (6 \times 8)$ **(Dağılma özeliği)**
$= 1800 + 240 + 48$
$= (1800 + 240) + 48$ **(Toplamada birleşme özeliği)**
$= 2040 + 48$
$= 2088$ olur.

6. Örnek : $(7 + 6) \times 3 = (7 \times 3) + (6 \times 3)$ olduğunu gösterelim.

Sol taraftan sağ tarafı bulalım.

$(7 + 6) \times 3 = 3 \times (7 + 6)$ **(Çarpmada değişme özeliği)**
$= (3 \times 7) + (3 \times 6)$ **(Dağılma özeliği)**
$= (7 \times 3) + (6 \times 3)$ **(Çarpmada değişme özeliği)**

olur.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki eşitliklerde boş yerlere uygun olan doğal sayıları yazınız.

a) $36 \times (5 + 9) = (36 \times \ldots) + (36 \times \ldots)$
b) $15 \times (\ldots + 6) = (15 \times 4\ \ ) + (15 \times \ldots)$
c) $(5 \times 6) + (5 \times 8) = 5 \times (\ldots + \ldots)$

2. Aşağıdaki çarpma işlemlerini, çarpmanın toplama üzerine dağılma özeliğinden yararlanarak yapınız.

a) $9 \times 23 = ?$ b) $6 \times 248 = ?$ c) $3 \times 5\,234 = ?$

Doğal Sayılar Kümesinde Çarpma İşleminin Etkisiz (birim) Elemanı

$1 \times 3 = ?$ Çarpma işlemini yapalım.

$1 \times 3 = 3 \times 1$ **(Çarpmada değişme özeliği)**

$= 1 + 1 + 1$ **(Çarpma tanımı)**

$= (1 + 1) + 1$ **(Toplamada birleşme özeliği)**

$= 2 + 1$

$= 3$ olur.

$1 \times 3 = 3 \times 1 = 3$'tür.

Öyleyse, 1'le bir doğal sayının ya da bir doğal sayı ile 1'in çarpımı, o sayının kendisine eşittir. Çarpim tablosunda, üçüncü satıra bakınız. Bu satırdaki sayılar, birinci satırdaki sayıların 1'le çarpımıdır. Üçüncü satır birinci satırın aynı mıdır? 1 sayısı çarpmayı etkilemez. 1 sayısına, doğal sayılar kümesinde çarpma işleminin **etkisiz (birim) elemanı** denir.

Genel olarak, a bir doğal sayı olduğuna göre,

$a \times 1 = a$ ve $1 \times a = a$'dır.

Alıştırmalar

Aşağıdaki boş yerlere uygun olan doğal sayıları yazınız.

1) $\ldots \times 5 = 5$ 2) $12 \times \ldots = 12$

3) $7 \times 1 = \ldots$ 4) $1 \times 24 = \ldots$

Doğal Sayılar Kümesinde Çarpma İşleminin Yutan Elemanı

$0 \times 3 = ?$ Çarpma işlemini yapalım.

$0 \times 3 = 3 \times 0$ **(Çarpmada değişme özeliği)**

$= 0 + 0 + 0$ **(Çarpmanın tanımı)**

$= (0 + 0) + 0$ **(Toplamada birleşme özeliği)**

$= 0 + 0$

$= 0$ olur.

$0 \times 3 = 3 \times 0 = 0$'dır.

Öyleyse, sıfırla bir doğal sayının ya da bir doğal sayı ile sıfırın çarpımı, sıfıra eşittir. Çarpım tablosunda, ikinci satıra bakınız. Bu satırdaki sayılar, birinci satırdaki sayıların sıfırla çarpımıdır ve hepsi de sıfıra eşittir. Sıfır sayısına, doğal sayılar kümesinde çarpma işleminin **yutan elemanı** denir.

Genel olarak, a bir doğal sayı olduğuna göre,

$a \times 0 = 0$ ve $0 \times a = 0$'dır.

Alıştırmalar

Aşağıdaki boş yerlere uygun olan doğal sayıları yazınız.

1) $\ldots \times 12 = 0$ 2) $125 \times \ldots = 0$

3) $0 \times 27 = \ldots$ 4) $63 \times 0 = \ldots$

Çarpma İşleminin Tekniği

Doğal sayıların 10, 100, 1000 ve birbirleriyle nasıl çarpıldığını ilkokulda öğrendiniz. Biz burada sadece birkaç örnekle yetineceğiz. Yalnız, çarpım tablosunu iyi belleyiniz.

1. Örnek : $4 \times 60 = ?$ Çarpma işlemini yapalım.

60'L 6×10 biçiminde yazalım.

$4 \times 60 = 4 \times (6 \times 10)$

$= (4 \times 6) \times 10$ **(Çarpmada birleşme özeliği)**

$= 24 \times 10$

$= 240$ olur.

2. Örnek : $3 \times 23 = ?$ Çarpma işlemini yapalım.

$3 \times 23 = 3 \times (20 + 3)$

$= (3 \times 20) + (3 \times 3)$ **(Dağılma özeliği)**

$= 60 + 9$

$= 69$ olur.

Bu işlemi bir de kısa yoldan alt alta yapalım.

$3 \times 3 = 9$ 23

$3 \times 20 = 60$ $\times$ 3

$3 \times 23 = 69$ ⟶ 69

3. Örnek : $4 \times 36 = ?$ Çarpma işlemini yapalım.

$4 \times 36 = 4 \times (30 + 6)$

$= (4 \times 30) + (4 \times 6)$ **(Dağılma özeliği)**

$= 120 + 24$

$= 144$ olur.

Bu işlemi bir de kısa yoldan alt alta yapalım.

$2 \rightarrow$ elde

$4 \times 6 = 24$ 36

$4 \times 30 = 120$ $\times$ 4

$4 \times 36 = 144$ ⟶ 144

4. Örnek : $30 \times 43 = ?$ Çarpma işlemini yapalım.

$30 \times 43 = (3 \times 10) \times 43$

$= (10 \times 3) \times 43$ **(Çarpmada değişme özeliği)**

$= 10 \times (3 \times 43)$ **(Çarpmada birleşme özeliği)**

$= 10 \times 129$

$= 1290$ olur.

Bu işlemi bir de kısa yoldan alt alta yapalım.

$0 \times 43 =$ 0 43 ⟷ 43

$30 \times 43 =$ 1290 $\times$ 3 $\times$ 30

$30 \times 43 =$ 1290 ← 129 → 1290

5. Örnek : $24 \times 36 = ?$ Çarpma işlemini yapalım.

$24 \times 36 = (20 + 4) \times 36$

$= (20 \times 36) + (4 \times 36)$ **(Dağılma özeliği)**

$= 720 + 144$

$= 864$ olur.

Bu işlemi bir de kısa yoldan alt alta yapalım.

$4 \times 36 = 144$ 36

$20 \times 36 = 720$ $\times$ 24

$24 \times 36 = 864$ 144

$+$ 72

864

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki çarpma işlemlerini örneklerde olduğu gibi, çarpma tekniğinden yararlanarak yapınız.

a) $6 \times 40 = ?$ b) $2 \times 64 = ?$ c) $8 \times 48 = ?$

d) $50 \times 27 = ?$ e) $32 \times 46 = ?$ f) $42 + 352 = ?$

2. Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapınız.

a) 325 b) 325 c) 325

$\times$ 3 $\times$ 30 $\times$ 300

d) 3718 e) 783 f) 2317

$\times$ 56 $\times$ 257 $\times$ 546

3. Çarpmada değişme ve birleşme özelikleri kullanarak, aşağıdaki işlemleri kolay yoldan yapınız.

a) $2 \times 24 \times 5 = ?$ b) $4 \times 33 \times 25 = ?$

c) $8 \times 56 \times 5 = ?$ d) $75 \times 12 \times 4 = ?$

4. Aşağıdaki çarpma işlemlerinde (.) yerine uygun olan rakamları yazınız.

a) 3 8 b) 8

$\times$ 2 4 $\times$ 3 7

1 9 2 4 1 2

$+$ 6 6 $+$

3

Ters İşlemler

Günlük yaşantımızda, yaptığımız bazı işlerin biraz sonra terslerini yaparız. Örneğin, kapıyı açarız, sonra kapatırız. Pencereyi açarız, sonra kapatırız. Otobüse bineriz, sonra ineriz.

Yaptığımız bu işlerin her biri, diğerinin tersidir. Kapıyı açmanın, tersi, kapıyı kapamaktır. Bunun gibi toplama işleminin tersi çıkarma, çarpma işleminin tersi de bölme işlemidir.

Çıkarma İşlemi (Toplama işleminin tersi)

1. Bankadaki hesabımızda 400 liramız var. Bankaya 150 lira yatıralım. Bankadaki hesabımız,

$400 + 150 = 550$ L olur. (1)

Bir hafta sonra bankadan 150 L para çekelim, bankadaki hesabımızda,

$550 - 150 = 400$ L kalır. (2)

Burada, bankaya 150 lira yatırmanın tersi işlemi, bankadan 150 lira çekmektir. (1) ve (2) nolu işlemler ters işlemlerdir.

2. $5 + ? = 8$ eşitliğinin sağlanması için ? işareti yerinde hangi doğal sayı olmalıdır? Başka bir deyişle, 5 ile hangi doğal sayıyı toplayalım ki, 8 etsin? Akıldan bu sayının 3 olduğunu bulabiliriz. $5 + 3 = 8$ eder. Bulduğumuz 3 sayısına, 8 ile 5'in **farkı** denir. Farkı bulmak için yapılan işleme, **çıkarma işlemi** denir ve $8 - 5 = 3$ biçiminde yazılır, "8 eksi 5 eşittir 3" diye okunur.

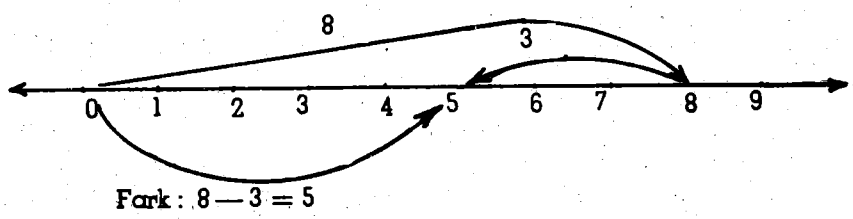
Burada, 8'e **eksilen,** 5'e çıkan ve 3'e de **fark** denir.

Genel olarak, a, b ve c birer doğal sayı; $a > b$ olduğuna göre,

$a - b = c$ ise $a = b + c$ dir. Bu iki eşitlik aynı anlamdadır.

5'e 3 katınca 8'i buluruz; 8'den 3'ü çıkarınca da 5'i buluruz. Öyleyse, çıkarma işlemi ile toplama işlemi ters işlemlerdir. Başka bir deyişle, çıkarma işlemi, toplama işleminin tersidir.

3. $8 - 3 = ?$ Çıkarma işleminin sayı doğrusu üzerinde yapılışı aşağıda gösterilmiştir. İnceleyiniz.



Aşağıdaki çıkarmaları sayı doğrusu üzerinde yapınız.

1) $7 - 5 = ?$ 2) $12 - 6 = ?$ 3) $9 - 5 = ?$

Doğal sayılar kümesinin toplama ve çarpma işlemlerindeki özeliklerinin, çıkarma işleminde olup olmadığını araştıralım.

1. Doğal sayılar kümesi çıkarma işlemine göre kapalı mıdır?

$D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\ 10 \ldots\}$

$3 \in D$ ve $6 \in D$ alalım.

$3 - 5 = ?$ çıkarma işlemini yapalım. Eğer $3 - 5 = ?$ bir doğal sayı ise, $5 + ? = 3$ eşitliği de doğru olur. 5 ile topladığımızda 3'ü veren bir doğal sayı yoktur. "3 — 5" ifadesi bir doğal sayı değildir. Onun için doğal sayılar kümesi çıkarma işlemine göre **kapalı** değildir.

2. Doğal Sayılar kümesinde çıkarma işleminin değişme özeliği var mıdır?

$4 \in D$ ve $9 \in D$ alalım.

$9 - 4 = 5$

$4 - 9 = ?$

"4 — 9" ifadesi bir doğal sayı değildir.

$9 - 4 \neq 4 - 9$'dur.

Genel olarak, a, b birer doğal sayı olduğuna göre,

$a - b \neq b - a$'dır.

Doğal sayılar kümesinde çıkarma işleminin **değişme özeliği** yoktur.

3. Doğal sayılar kümesinde çıkarma işleminin birleşme özeliği var mıdır?

$2 \in D$, $5 \in D$ ve $10 \in D$ alalım.

$10 - 5 - 2 = (10 - 5) - 2$	$10 - 5 - 2 = 10 - (5 - 2)$
$= 5 - 2$	$= 10 - 3$
$= 3$ olur.	$= 7$ olur.

$(10 - 5) - 2 \neq 10 - (5 - 2)$ dir.

Genel olarak, a, b ve c birer doğal sayı olduğuna göre,

$(a - b) - c \neq a - (b - c)$ dir.

Doğal sayılar kümesinde, çıkarma işleminin **birleşme özeliği** yoktur.

4. Çarpmanın çıkarma üzerine dağılma özeliği var mıdır?

$9, 7, 3 \in D$ alalım.

$3 \times (9 - 7) = (3 \times 9) - (3 \times 7)$ eşitliği doğru mudur?

$3 \times (9 - 7) = 3 \times 2 = 6$ olur.

$(3 \times 9) - (3 \times 7) = 27 - 21 = 6$ olur.

Bu eşitliğin her iki yanını 6 olarak bulduk. Öyleyse, bu eşitlik doğrudur.

Genel olarak, a, b ve c birer doğal sayı; $b > c$ olduğuna göre,

$a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c)$ dir.

Doğal sayılar kümesinde, çarpmanın çıkarma üzerine **dağılma özeliği** vardır.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki çıkarma işlemlerini, toplama işlemine çeviriniz.

a) $36 - 7 = a$ b) $48 - b = 18$ c) $c - 23 = 46$

2. Aşağıdaki işlemleri, çarpmanın çıkarma üzerine dağılma özeliğinden yararlanarak yapınız.

a) $3 \times (7 - 4) = ?$ b) $12 \times (15 - 5) = ?$

c) $25 \times (40 - 15) = ?$

Çıkarma İşleminin Tekniği

Çıkarma işlemini ilkokulda öğrendiğinizden, biz burada sadece bir kaç örnekle yetineceğiz.

1. Örnek : $38 - 24 = ?$ Çıkarma işlemini yapalım.

$$\begin{array}{rl} 38 = & 30 + 8 \\ \underline{-\ 24} = & \underline{-\ (20 + 4)} \\ 14 = & 10 + 4 = 14 \end{array}$$

2. Örnek : $42 - 27 = ?$ Çıkarma işlemini yapalım.

2 birlikten 7 birlik çıkmaz. 42'yi aşağıdaki biçimde gruplayalım.

$42 = 40 + 2$

$42 = (30 + 10) + 2$

$42 = 30 + (10 + 2)$ **(Toplamada birleşme özeliği)**

$42 = 30 + 12$

Şimdi çıkarma işlemini yapabiliriz.

$$\begin{array}{rll} & & 3_1 \\ 42 = & 30 + 12 & 42 \\ \underline{-\ 27} = & \underline{-\ (20 + 7)} & \underline{-\ 27} \\ 42-27 = & 10 + 5 = 15 \longrightarrow & 15 \end{array}$$

3. Örnek : $534 - 426 = ?$

$$\begin{array}{rl} 534 = & 500 + 30 + 4 \\ \underline{-\ 246} = & \underline{-\ (200 + 40 + 6)} \end{array}$$

4'ten altı ve 30'dan 40 çıkmaz. 534'ü aşağıdaki biçimde gruplayalım.

$534 = (400 + 100) + (20 + 10) + 4$

$534 = 400 + (100 + 20) + (10 + 4)$ **(Toplamada birleşme**

$534 = 400 + 120 + 14$ **özeliği)**

Şimdi çıkarma işlemini yapabiliriz.

$$\begin{array}{rll} & & 4^1\ 2_1 \\ 534 = & 400 + 120 + 14 & 5\ 34 \\ \underline{-\ 246} = & \underline{-\ (200 + 40 + 6)} & \underline{-\ 2\ 46} \\ 534 - 246 = & 200 + 80 + 8 = 288 \longrightarrow & 2\ 88 \end{array}$$

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki çıkarma işlemlerini örneklerde olduğu gibi çıkarmanın tekniğinden yararlanarak yapınız.

a) $57 - 34 = ?$ b) $63 - 45 = ?$ c) $764 - 385 = ?$

2. Aşağıdaki çıkarma işlemlerini yapınız.

a) $\begin{array}{r} 583 \\ \underline{-\ 322} \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 2724 \\ \underline{-\ 938} \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 42713 \\ \underline{-\ 8956} \end{array}$

3. Aşağıdaki çıkarma işlemlerinde (.) yerine uygun olan rakamları yazınız.

a) $\begin{array}{r} 4\ .\ 4\ . \\ \underline{-\ 2\ 3\ .\ 3} \\ .\ 5\ 8\ 4 \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 6\ .\ 3\ 2 \\ \underline{-\ 4\ 6\ .\ 3} \\ .\ 8\ 8\ . \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 5\ 2\ .\ 3\ 8\ . \\ \underline{-\ \ .\ 7\ 4\ .\ 7} \\ .\ 8\ 5\ .\ 8\ 9 \end{array}$

Bölme İşlemi

$1 \cdot 6 \times ? = 48$ eşitliğini ele alalım. Bu çarpma işlemidir. Anlamı, "6 ile hangi sayının çarpımı 48 eder"dir. Akıldan bu sayının 8 olduğunu bulabiliriz. $6 \times 8 = 48$ eder. Bulduğumuz 8 sayısına, 48'in 6'ya **bölümü** denir. Bölümü bulmak için yapılan işleme, **bölme işlemi** denir ve $48 : 6 = 8$ biçiminde yazılır. "48'in 6'ya bölümü 8'dir" diye söylenir.

Burada, 48'e **bölünen,** 6'ya **bölen** ve 8'e de **bölüm** denir.

Genel olarak, a, c birer doğal sayı, b'de bir sayma sayısı olduğuna göre,

$a : b = c$ ise $a = b \times c$ dir.

6 ile 8'i çarpınca 48 buluruz; 48'i 6'ya bölünce de 8'i buluruz. Öyleyse, bölme işlemi ile çarpma işlemi ters işlemlerdir. Başka bir deyişle, bölme işlemi, çarpma işleminin tersidir.

2. 12 cevizi 4 çocuğa eşit olarak paylaştıralım.

İlk kez, her çocuğa birer ceviz verelim. Geriye,

$12 - 4 = 8$ ceviz kalır.

İkinci kez, her çocuğa birer ceviz daha verelim. Geriye,

$8 - 4 = 4$ ceviz kalır.

Üçüncü kez, her çocuğa birer ceviz daha verelim. Geriye,

$4 - 4 = 0$ ceviz kalır.

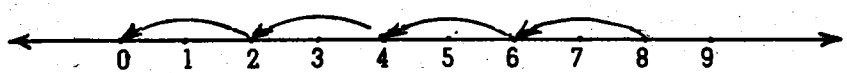
$12 - 4 - 4 - 4 = 0$

$12 - (3 \times 4) \quad = 0$ yazabiliriz.

Burada 3 kez dağıtım yaptık ve her çocuğa 3 ceviz vermiş olduk. Yaptığımız bu iş sürekli bir çıkarmadır. 4 sayısı, 12'den arka arkaya 3 kez çıkarılıyor. Biz bunu, $12 : 4 = 3$ biçiminde yazarız.

Bölmeyi, bir sayıdan aynı sayıyı sürekli çıkarma işleminin kısa yapılışı olarak da tanımlayabiliriz.

3. $8 : 2 = ?$ bölme işleminin sayı doğrusu üzerinde yapılışı aşağıda gösterilmiştir. İnceleyiniz.



$8 - 2 - 2 - 2 - 2 = 0$

$8 - (4 \times 2) = 0$ ve $8 : 2 = 4$ Ya da

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ \hline -\,8 & 4 \\ \hline 0 & \end{array}$$

dir.

Aşağıdaki bölme işlemlerini sayı doğrusu üzerinde yapınız.

1) $15 : 5 = ?$ 2) $9 : 3 = ?$ 3) $12 : 3 = ?$

Doğal sayılar kümesinin toplama ve çarpma işlemlerindeki özeliklerinin, bölme işleminde olup olmadığını araştıralım.

1) Doğal sayılar kümesi bölme işlemine göre kapalı mıdır?

$D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots\}$

$2 \in D$ ve $6 \in D$ alalım.

$6 : 2 = 3 \in D$ olur.

$5 \in D$ ve $17 \in D$ alalım.

17 bilyeyi 5 çocuğa eşit olarak dağıttığımızı düşünelim.

İlk kez her çocuğa birer bilye verelim. Geriye,

$17 - 5 = 12$ bilye kalır.

İkinci kez, her çocuğa birer bilye daha verelim. Geriye,

$12 - 5 = 7$ kalır.

Üçüncü kez, her çocuğa birer bilye daha verelim. Geriye,

$7 - 5 = 2$ bilye kalır.

$17 - 5 - 5 - 5 = 2$

$17 - (3 \times 5) = 2$ yazabiliriz.

17 bilyeden, 5 bilye, 3 kez çıkarılıyor, geriye 2 bilye kalıyor. Biz bunu,

$$\begin{array}{r|l} 17 \text{ (Bölünen)} & 5 \text{ (Bölen)} \\ \hline -\,15 & 3 \text{ (Bölüm)} \\ \hline 2 \text{ (Kalan)} & \end{array}$$

Ya da $17 = (3 \times 5) + 2$

Bölünen Bölüm Bölen Kalan

biçiminde yazarız.

2 sayısı 2 sayısına kalansız olarak bölündüğü halde, 17 sayısına tam olarak bölünmüyor.

$(17 : 5) \notin D$'dir.

Doğal sayılar kümesi bölme işlemine göre kapalı değildir.

2) Doğal sayılar kümesinde bölme işleminin değişme özeliği var mıdır?

$4, 8 \in D$ alalım.

$8 : 4 = 2$

$4 : 8 = ?$

"$4 : 8$" ifadesi bir doğal sayı değildir.

$8 : 4 \neq 4 : 8$'dir.

Doğal sayılar kümesinde, bölme işleminin değişme özeliği yoktur.

3. Doğal sayılar kümesinde bölme işleminin birleşme özeliği var mıdır?

54, 9, 3 ∈ D alalım.

54 : 9 : 3 = (54 : 9) : 3	54 : 9 : 3 = 54 : (9 : 3)
= 6 : 3	= 54 : 3
= 2	= 18

(54 : 9) : 3 ≠ 54 : (9 : 3) dir.

Doğal sayılar kümesinde, bölme işleminin **birleşme özeliği** yoktur.

Alıştırmalar

Aşağıdaki bölme işlemlerini, çarpma işlemlerine çeviriniz.

1) 24 : 8 = a 2) 40 : b = 8 3) c : 7 = 11

Bölme İşleminde 1 ve 0 Sayısı

1. 3 : 1 = ? Bölme İşlemini yapalım.

3 : 1 = m ise 1 × m = 3 olur.

1 sayısı çarpmanın etkisiz elemanı olduğundan m = 3'tür. 3 : 1 = 3 olur. Öyleyse, bir doğal sayının 1'e bölümü o doğal sayıyı verir.

Genel olarak, a bir doğal sayı olduğuna göre,

a : 1 = a'dır.

2. 3 : 3 = ? Bölme işlemini yapalım.

3 : 3 = m ise 3 × m = 3 olur.

3 × m = 3 eşitliğinin sağlanması için m = 1 olmalıdır.

3 : 3 = 1 olur.

Öyleyse, bir sayma sayısının kendisine bölümü 1 sayısını verir.

Genel olarak, a bir sayma sayısı olduğuna göre,

a : a = 1'dir.

3. 3 : 0 = ? Bölme işleminin yapılıp yapılamayacağını araştıralım.

3 : 0 = m ise 0 × m = 3 olur.

Sıfır çarpmanın yutan elemanı olduğundan, 0 × m = 0 olur. 0 ≠ 3'tür. 3 sayısı sıfıra bölünemez. Öyleyse bir sayma sayısı sıfıra bölünemez.

4. 0 : 0 = ? Bölmesinin yapılıp yapılamayacağını araştıralım.

0 : 0 = m ise 0 × m = 0 olur.

Sıfır sayısı çarpma işleminin yutan elemanı olduğundan, 0 × m = 0 eşitliğinde, m yerine hangi doğal sayıyı koyarsak koyalım bu eşitlik daima sağlanır. O zaman sıfırın sıfıra bölümü her doğal sayı olabilir. Başka bir deyişle, sıfırın sıfıra bölümünün pek çok anlamı olur. Onun için sıfır sıfıra bölünemez denir.

5. 0 : 3 = ? Bölmesini yapalım.

0 : 3 = m ise 3 × m = 0 olur.

3 × m = 0 eşitliğinin sağlanması için m = 0 olmalıdır.

0 : 3 = 0 olur. Öyleyse, sıfırın bir sayma sayısına bölümü sıfırdır.

Genel olarak, a bir sayma sayısı olduğuna göre,

0 : a = 0'dır.

Alıştırmalar

Aşağıdaki eşitliklerde boş yerlere, uygun olan doğal sayıları yazınız.

1) ... : 4 = 0 2) 7 : ... = 1 3) 12 : 12 = ...

4) 6 : ... = 6 5) ... : 8 = 1 6) 0 : 2 = ...

Bölme İşleminin Tekniği

Bölme işlemini ilkokulda öğrendiniz. Biz burada sadece birkaç örnekle yetineceğiz.

1. **Örnek :** 72 doğal sayısını 3'e bölelim. 72'yi 72 = (7 × 10) + (2 × 1) biçiminde çözümleriz.

72 = (7×10) + (2×1)	3
— (6×10)	(2×10)+(4×1)=24
(1×10)+(2×1)=(12×1)	
— (12×1)	
0	

Kısa yol

72	3
— 6	24
12	
— 12	
0	

2. Örnek : 86 : 3 = ? Bölme işlemini yapalım.

Kısa yol

$86 = (8\times10) + (6\times1)$ | 3

$-(6\times10)$ | $(2\times10)+(6\times1)=28$

$(2\times10)+(6\times1)=(26\times1)$

$-(24\times1)$

(2×1) ← **(Kalan)**

86	3
− 6 ←	28
26	
− 24 ←	
2 ← **(Kalan)**	

3. Örnek : 4574 : 37 = ? Bölme işlemini yapalım.

4574 Sayısı,

$4574 = (4\times1000) + (5\times100) + (7\times10) + (4\times1)$ biçiminde çözümlenir.

$4574 = (4\times1000) + (5\times100) + (7\times10) + (4\times1)$ | 37

Bölmesi yapılırken 4 binlikte 37 aranır. 4'te 37 yoktur, onun için 4 binlik yüzlük yapılarak yüzlüklere katılır.

$4574 = (45\times100) + (7\times10) + (4\times1)$ olur.

$4574 = (45\times100)+(7\times10)+(4\times1)$ | 37

$-(37\times100)$ | $(1\times100)+(2\times10)+(3\times1)=123$

$(8\times100)+(7\times10)+(4\times1)$

↓

$(87\times10) + (4\times1)$

$-\ (74\times10)$

$(13\times10) + (4\times1) = (134\times1)$

$-(111\times1)$

(23×1) ← **(Kalan)**

Bölmeyi kısa yoldan yapalım.

4574	37
− 37	123
87	
− 74	
134	
− 111	
23 ← **(Kalan)**	

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki bölme işlemlerini yapınız.

a) 1236 : 4 = ? b) 2352 : 16 = ? c) 52317 : 218 = ?

2. Aşağıdaki eşitliklerin sağlanması için boş yerlere yazılacak olan doğal sayıları bulunuz.

a) 576 : 9 = ... b) 7 × ... = 2604 c) ... × 18 = 612

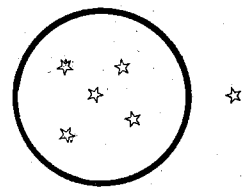
3–6. Beş ve İki tabanlı Sayma Düzenleri

İşlendi

Beşlik Sayma Düzeni

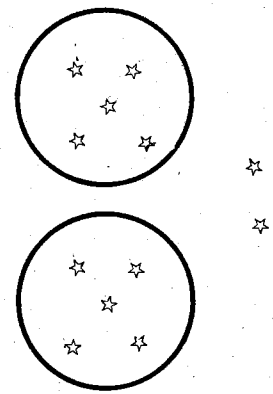
1. Onluk sayma düzeninde sayıları yazmayı ve okumayı öğrendiniz. Şimdi beşlik düzende sayıların nasıl yazıldığını gösterelim. Onluk sayma düzeninde nesneleri onarlık gruplara ayırıyorduk. Beşlik sayma düzeninde de nesneleri beşerlik gruplara ayıracağız. Bunu örneklerle gösterelim.

1. Örnek



Şekilde, 5'lik bir grup ile 1 tane birlik görüyoruz.

2. Örnek



Şekilde, 5'lik iki grup ile 2 tane birlik görüyoruz.

2. Aşağıdaki tabloda boş olan yerleri tamamlayınız.

Beşlik gruplar yapınız	Kaç tane beşlik grup var?	Kaç tane birlik var?
Δ Δ Δ Δ Δ Δ	1	1
× × × × × × × × × ×	.	.
. . . . .	.	.

3. Aşağıdaki tabloda sayıların beşlik düzene göre nasıl yazıldığını inceleyiniz.

Şekil	Anlamı	Sayının yazılışı
□	1 tane bir	$(1)_{beş}$
○ ○	2 tane bir	$(2)_{beş}$
Δ Δ Δ	3 tane bir	$(3)_{beş}$
/ / / /	4 tane bir	$(4)_{beş}$
× × × × ×	1 tane beş, 0 tane bir	$(10)_{beş}$
. . . . .	2 tane beş, 4 tane bir	$(24)_{beş}$

Tablodaki son satırda 2 tane beşlik grup ile 4 tane birlik var. Bu satırdaki noktaların sayısını,

$$2 \times \text{beşlik} + 4 \times \text{birlik}$$

olarak gösterilir, $(24)_{beş}$ biçiminde yazarız. Burada, 2 rakamı iki tane beşlik grubu, 4 rakamı da 4 tane birliği gösterir. Ayraçın sağ alt köşesine yazılan "beş" sözcüğü de o sayıyı beşlik düzende yazdığımızı belirtir.

Sayılabilen nesneleri beşerli gruplara ayırınca, geriye 0, 1, 2, 3, 4 tane nesne kalır. Onun için beşlik sayma düzeninde 0,1,2,3,4 simgeleri

kullanılır. Beş ve beşten büyük sayıları yazmak için başka simge gerekmez. Başlik düzende "beş" sayısı, $(10)_{beş}$ biçiminde iki basamaklı sayı olarak yazılır. Anlamı,

$$1 \times \text{beşlik} + 0 \times \text{birlik'tir.}$$

Bu sayıyı, beş tabanlı "bir, sıfır" diye okuruz.

Sıfırın yazılı olduğu yere, sayının birler basamağı, 1 rakamının yazılı olduğu yere de beşler basamağı denir. Birler basamağındaki "0" birlik olmadığını, beşler basamağındaki "1" de bir tane beşlik grubu gösterir.

4. Beşlik sayma düzeninde basamaklar sağdan sola doğru; birler, beşler, beş beşler, beş beş beşler,... diye adlandırılır. Örneğin, $(432)_{beş}$ sayısında, 2 rakamı iki tane birliği, 3 rakamı üç tane beşliği ve 4 rakamı da dört tane beş beşliği gösterir. Bu sayma düzenine **beşlik sayma düzeni**, ya da **beş tabanlı sayma düzeni** denir.

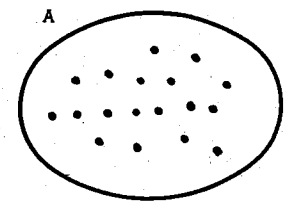
Aşağıdaki tabloyu inceleyiniz.

Tablodaki sayıyı yazınız ve okuyunuz.

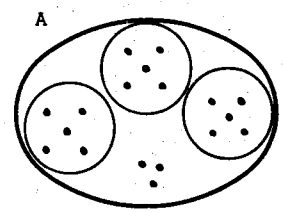
Basamak Çizelgesi

Onluk Sayma Düzeni	Onbinler $10^4=10000$	Binler $10^3=1000$	Yüzler $10^2=100$	Onlar $10^1=10$	Birler $10^0=1$
Beşlik Sayma Düzeni	Beş **beş** beş **beşler** 5^4	**Beş** beş **beşler** 5^3	Beş **beşler** 5^2	Beşler $5^1=5$	Birler $5^0=1$
Beşlik sayma düzeni	2	3	4	1	3

Bu sayı, $(2\,3\,4\,1\,3)_{beş}$ biçiminde yazılır, beş tabanınba, "iki, üç, dört, bir, üç" diye okunur.



5. Yandaki şema ile verilen A kümesinin eleman sayısını beşlik düzende yazalım.



A kümesinin elemanlarını beşlik gruplara ayıralım. Üç tane beşlik grup elde ederiz. Geriye üç tane birlik kalır. Böylece, 3 tane beşlik grup ile 3 tane birlik elde etmiş olduk. A kümesinin eleman sayısı,

$3 \times$ beşlik $+ 3 \times$ birlik $= (33)_{beş}$ biçiminde yazılır, beşlik düzende "üç, üç" diye okunur.

Uyarı : On tabanlı sayma düzeninde sayılar yazılırken, sayının sağ alt köşesine taban yazılmaz. Örneğin,

$(247)_{on}$ sayısı 247 olarak yazılır.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki "Δ" leri beşerli gruplara ayırınız ve bunların belirttiği sayıları beş tabanına göre yazınız.

a) Δ Δ Δ Δ Δ
Δ Δ Δ Δ Δ

b) Δ Δ Δ Δ Δ
Δ Δ Δ Δ Δ
Δ Δ Δ Δ

c) Δ Δ Δ Δ Δ
Δ Δ Δ Δ Δ
Δ Δ Δ Δ Δ
Δ Δ Δ

2. Aşağıda beş tabanına göre yazılmış olan sayıları "Δ" ler çizerek beşerlik gruplayınız.

Örnek : $(24)_{beş}$ sayısı, (Δ Δ Δ Δ Δ) (Δ Δ Δ Δ Δ) Δ Δ Δ Δ biçiminde gruplanır.

a) $(22)_{beş}$ b) $(32)_{beş}$ c) $(43)_{beş}$

Beş Tabanında Verilen Bir Sayıyı On Tabanlı Sayıya Çevirmek

1. Örnek : $(423)_{beş}$ sayısını on tabanlı sayıya çevirelim.

Bu sayıyı basamak değerlerinin toplamı biçiminde yazalım.

$(423)_{beş}$ = (4 × beş beşlik) + (2 × beşlik) + (3 × birlik)
= (4 × 25) + (2 × 5) + (3 × 1)
= 100 + 10 + 3
= (100 + 10) + 3 **(Toplamada birleşme özeliği)**
= 110 + 3
= 113 olur.

2. Örnek : $(324)_{beş}$ sayısını on tabanlı sayıya çevirelim.

Yandaki basamak tablosuna bakarak,

beş beşler	Beşler	Birler
5^2	$5^1 = 1$	$5^0 = 1$
3	2	4

$(324)_{beş}$ = $(3 \times 5^2) + (2 \times 5^1) + (4 \times 5^0)$
= $(3 \times 25) + (2 \times 5) + (4 \times 1)$
= 75 + 10 + 4
= (75 + 10) + 4 **(Toplamada birleşme özeliği)**
= 85 + 4
= 89 bulunur.

Alıştırmalar

Aşağıdaki beş tabanına göre verilen sayıları, on tabanlı sayılara çeviriniz.

1) $(14)_{beş}$ 2) $(24)_{beş}$ 3) $(134)_{beş}$ 4) $(444)_{beş}$

On Tabanında Verilen Bir Sayıyı Beş Tabanlı Sayıya Çevirmek

1. Örnek : 348 sayısını beş tabanlı sayıya çevirelim.

a) 348 içinde kaç tane beşlik olduğunu bulalım.

```
  348 | 5
— 30  |-----
  48  | 69 (beşlik)
— 45
  3 (birlik)
```

Sayının birler basamağındaki rakam.

b) 69 (beşlik) te kaç tane beş beşlik olduğunu bulalım.

```
  69 | 5
— 5  |-----
  19 | 13 (beş beşlik)
— 15
  4 (beşlik)
```

Sayısının beşler basamağındaki rakam.

c) 13 (**beş beşlik**) te kaç tane **beş beş beşlik** olduğunu bulalım.

$$\begin{array}{r|l} 13 & 5 \\ \cline{2-2} -10 & 2 \text{ (beş beş beşlik)} \\ \hline 3 & \end{array}$$

3 (**beş beşlik**) Sayının **beş beşler** basamağındaki rakam.

d) 2 (**beş beş beşlik**) te kaç tane **beş beş beş beşlik** olduğunu bulalım.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 5 \\ \cline{2-2} -0 & 0 \text{ (beş beş beş beşlik)} \\ \hline 2 & \end{array}$$

2 (**beş beş beşlik**) Sayının **beş beş beşler** basamağındaki rakam.

348 sayısı beşlik düzende,

$348 = (2343)_{beş}$ biçiminde yazılır ve beş tabanında "iki, üç, dört, üç" diye okunur.

2. Örnek : 542 sayısını beş tabanına göre yazalım.

$$\begin{array}{r|l} 542 & 5 \\ \cline{2-2} -5 & 108 \\ \hline 04 & -10 \\ \hline -0 & 08 \\ \hline 42 & -5 \\ \hline -40 & 3 \\ \hline 2 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 108 & 5 \\ \cline{2-2} -10 & 21 \\ \hline 08 & -20 \\ \hline -5 & 1 \\ \hline 3 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 21 & 5 \\ \cline{2-2} -20 & 4 \\ \hline 1 & -0 \\ \hline 4 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 4 & 5 \\ \cline{2-2} -0 & 0 \\ \hline 4 & \end{array}$$

$(4\ 1\ 3\ 2)_{beş}$

$542 = (4132)_{beş}$ olur.

Bölme işleminde kalanlar, sıra ile **birler, beşler, beş beşler,...** basamaklarını verir. Bölme işlemine, bölüm 0 (sıfır) oluncaya kadar devam edilir.

Alıştırmalar

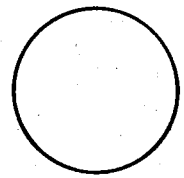
Aşağıda on tabanına göre yazılı olan sayıları, beş tabanlı sayılara çeviriniz.

1) 67 2) 125 3) 748 4) 5273

İkilik Sayma Düzeni

1. İkilik sayma düzeninde nesneler, ikişerli olarak gruplanır. Bunu örneklerle gösterelim.

1. Örnek : Aşağıdaki noktaların sayısını ikilik düzende yazalım.

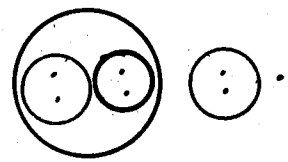


Şekilde, 2'lik bir grup ile 1 tane birlik görüyoruz. Nokta sayısını,

$1 \times$ ikilik $+ 1 \times$ birlik

olarak gösterir, $(11)_{iki}$ biçiminde yazarız.

2. Örnek : Aşağıdaki noktaların sayısını ikilik düzende yazalım.

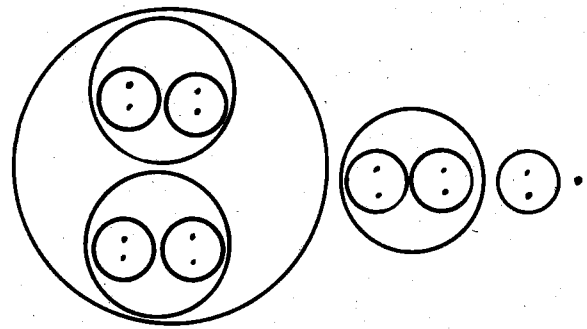


Şekilde, iki ikilik bir grup, ikilik bir grup ve 1 tane birlik görüyoruz. Nokta sayısını,

$1 \times$ İki ikilik $+ 1 \times$ ikilik $+ 1 \times$ birlik

olarak gösterir, $(111)_{iki}$ biçiminde yazarız.

3. Örnek : Aşağıdaki noktaların sayısını ikilik düzende yazalım.



Şekilde, İki iki ikilik bir grup, iki ikilik bir grup, ikilik bir grup ve 1 tane birlik görüyoruz. Nokta sayısını,

$1 \times$ İki iki ikilik $+ 1 \times$ iki ikilik $+ 1 \times$ ikilik $+ 1 \times$ birlik

olarak gösterir, $(1\ 1\ 1\ 1)_{iki}$ biçiminde yazarız. Burada, sağdan birinci rakam bir tane birliği, ikinci rakam bir tane ikiliği, üçüncü rakam bir tane iki ikiliği, dördüncü rakam da bir tane iki iki ikiliği gösterir. Ayracın sağ alt köşesine yazılan "iki" sözcüğü de ikilik düzende sayı yazdığımızı belirtir.

Sayılabilen nesneleri ikişerli gruplara ayırınca, geriye, 0, 1 tane nesne kalır. Onun için ikilik sayma düzeninde 0,1 simgeleri kullanılır. İki ve ikiden büyük sayıları yazmak için başka simge gerekmez. İkilik düzende iki sayısı, $(10)_{iki}$ biçiminde iki basamaklı sayı olarak yazılır. Anlamı,

$$1 \times \text{ikilik} + 0 \times \text{birlik'tir.}$$

Bu sayıyı iki tabanlı "bir, sıfır" diye okuruz. Sıfırın yazılı olduğu yere, sayının birler basamağı, 1 rakamının yazılı olduğu yere de ikiler basamağı denir. Birler basamağındaki "0" birlik olmadığını, ikiler basamağındaki "1" de bir tane ikilik grubu gösterir.

2. İkilik sayma düzeninde basamaklar sağdan sola doğru; birler, ikiler, iki ikiler, iki iki ikiler,... diye adlandırılır. Örneğin, $(1\ 0\ 1\ 0\ 1)_{iki}$ sayısında basamaklar,

$(1\ 0\ 1\ 0\ 1)_{iki}$

→ **Birler** basamağı,
→ **İkiler** basamağı
→ **İki ikiler** basamağı
→ **İki iki ikiler** basamağı
→ **İki iki iki ikiler** basamağı

adlarını alır. Bu sayma düzenine, **ikilik sayma düzeni**, ya da **iki tabanlı sayma düzeni** denir.

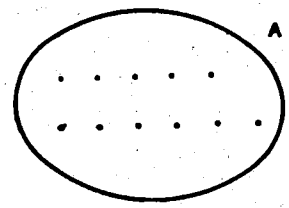
Aşağıdaki tabloyu inceleyiniz. Tablodaki sayıyı yazınız ve okuyunuz.

Basamak Çizelgesi

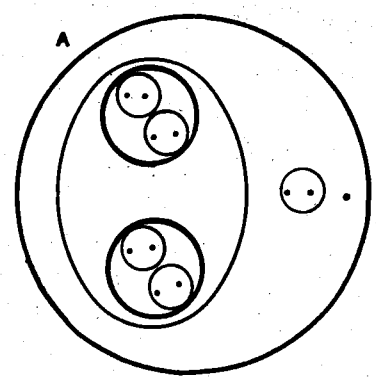
Onluk Sayma Düzeni	On binler $10^4=1\ 0000$	Binler $10^3=1000$	Yüzler $10^2=100$	Onlar $10^1=10$	Birler $10^0=1$
İkilik Sayma Düzeni	**İki iki iki İkiler** 2^4	**iki iki ikiler** 2^3	**iki** ikiler 2^2	**ikiler** $2^1=2$	**Birler** $2^0=1$
İkilik Sayma Düzeni	1	0	1	1	0

Bu sayı, $(1\ 0\ 1\ 1\ 0)_{iki}$ biçiminde yazılır, iki tabanında, "bir, sıfır, bir, bir, sıfır" diye okunur.

3. Yandaki şema ile verilen A kümesinin eleman sayısını ikilik düzende yazalım.



A kümesinin elemanlarını ikilik gruplara ayıralım. 5 tane ikilik grup elde ederiz. Geriye bir tane birlik kalır. 2 tane ikilik grubu bir araya getirerek iki ikilik gruplar oluşturalım. 2 tane iki ikilik grup elde ederiz. Geriye bir tane ikilik grup kalır. 2 tane iki ikilik grubu bir araya getirerek iki iki ikilik grup elde edelim.



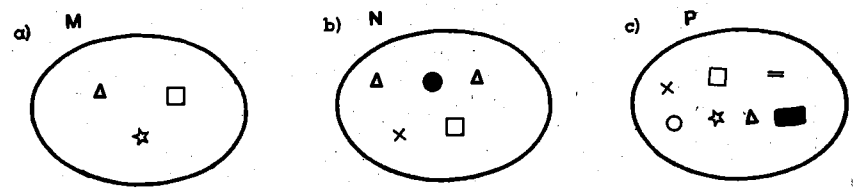
Geriye hiç iki ikilik grup kalmaz. Böylece, 1 tane iki iki ikilik, 0 tane iki ikilik 1 tane ikilik grup ile 1 tane birlik elde etmiş olduk. A kümesinin eleman sayısı,

$1 \times$ iki iki ikilik $+ 0 \times$ iki ikilik $+ 1 \times$ ikilik $+ 1 \times$ birlik $= (1011)$

biçiminde yazılır, ikilik düzende, "bir, sıfır, bir, bir" diye okunur.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki kümelerin eleman sayılarını, ikilik düzende yazınız.

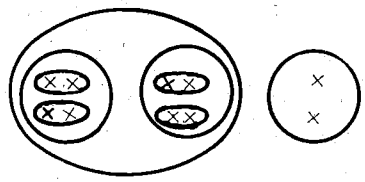


2. Aşağıda iki tabanına göre yazılmış olan sayıları "×" ler çizerek, ikilik, iki ikilik ve iki iki ikilik olarak gruplayınız.

Örnek : $(1\ 0\ 1\ 0)_{iki}$ sayısı biçiminde gruplanır.

a) $(1\ 1)_{iki}$ b) $(1\ 1\ 0)_{iki}$

c) $(1\ 1\ 0\ 1)_{iki}$



İki Tabanında Verilen Bir Sayıyı On Tabanlı Sayıya Çevirmek

1 **Örnek :** $(1\ 0\ 1\ 0)_{iki}$ sayısını on tabanlı sayıya çevirelim.

Bu sayıyı çözümleyelim.

$(1010)_{iki}$ = (1 × iki iki ikilik + (0 × iki ikilik) + (1 × ikilik) + (0 × birlik)

$= (1 \times 8) + (0 \times 4) + (1 \times 2) \times (0 \times 1)$

$= 8 + 0 + 2 + 0$

$= (8 + 0) + 2 + 0)$ **(Toplamada birleşme özeliği)**

$= 8 + 2$

$= 10$ olur.

2. Örnek : $(1\ 1\ 0\ 1\ 0)_{iki}$ sayısını on tabanlı sayıya çevirelim.

Aşağıdaki tabloda ve işlemleri inceleyiniz.

İki iki iki ikiler	İki iki ikiler	İki ikiler	İkiler	Birler
$2^4 = 16$	$2^3 = 8$	$2^2 = 4$	$2^1 = 2$	$2^0 = 1$
1	1	0	1	0

$(11010)_{iki} = (1 \times 2^4) + (1 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (0 \times 2^0)$

$= (1 \times 16) + (1 \times 8) + (0 \times 4) + (1 \times 2) + (0 \times 1)$

$= 16 + 8 + 0 + 2 + 0$

$= (16 + 8) + (0 + 2) + 0$ **(Toplamada birleşme özeliği)**

$= (24 + 2) + 0$ **(Toplamada birleşme özeliği)**

$= 26 + 0$ **(0, Toplamada etkisiz eleman)**

$= 26$ olur.

Alıştırmalar

Aşağıda iki tabanına göre verilen sayıları, on tabanlı sayılara çeviriniz.

1) $(10)_{iki}$ 2) $(101)_{iki}$ 3) $(1001)_{iki}$ 4) $(110101)_{iki}$

On Tabanında Verilen Bir Sayıyı İki Tabanlı Sayıya Çevirmek

1. Örnek : 9 sayısını iki tabanlı sayıya çevirelim.

a) 9 içinde kaç tane ikilik olduğunu bulalım.

$$\begin{array}{r|l} 9 & 2 \\ \hline -\ 8 & 4\ \text{(ikilik)} \end{array}$$

1 **(birlik)** Sayının birler basamağındaki rakam.

b) 4 **(ikilik)** te kaç tane **iki ikilik** olduğunu bulalım.

$$\begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ \hline -\ 4 & 2\ \text{(İki ikilik)} \\ \hline 0\ \text{(ikilik)} & \end{array}$$

Sayının ikiler basamağındaki rakam.

c) 2 **(iki ikilik)** te kaç tane **iki iki ikilik** olduğunu bulalım.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 2 \\ \hline -\ 2 & 1\ \text{(iki iki ikilik)} \\ \hline 0\ \text{(İki ikilik)} & \end{array}$$

Sayının **İki ikiler** basamağındaki rakam.

d) 1 **(İki iki ikilik)** te kaç tane **iki iki iki ikilik** olduğunu bulalım.

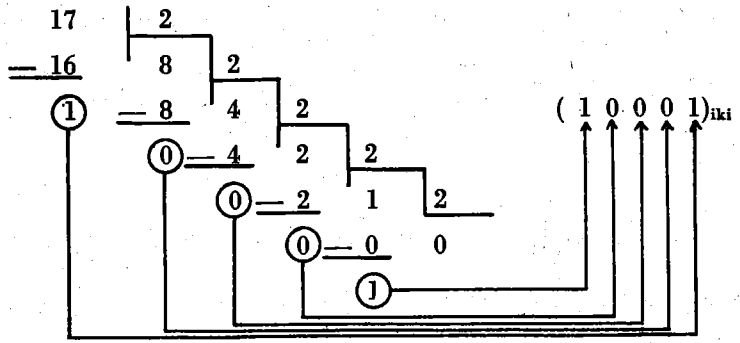
$$\begin{array}{r|l} 1 & 2 \\ \hline -\ 0 & 0\ \text{(iki iki iki ikilik)} \end{array}$$

1 **(iki iki ikilik)** sayının **iki iki ikiler** basamağındaki rakam.

9 sayısı ikilik düzende,

$9 = (1\ 0\ 0\ 1)_{iki}$ biçiminde yazılır. Ve iki tabanında, "bir, sıfır, sıfır, bir" diye okunur.

2. Örnek : 17 sayısını iki tabanlı sayıya çevirelim.



$17 = (1\ 0\ 0\ 0\ 1)_{\text{iki}}$ olur.

Bölme işleminde kalanlar, sıra ile **birler, ikiler, iki ikiler, iki iki ikiler, iki iki iki ikiler, ...** basamaklarını verir. Bölme işlemine bölüm sıfır oluncaya kadar devam edilir.

Alıştırmalar

Aşağıda on tabanına göre verilen sayıları, iki tabanlı sayılara çeviriniz.

1) 7 2) 38 3) 55 4) 81

Geçmişteki Sayma Düzenleri

İlk çağlardaki insanlar, avladıkları hayvanların sayılarını belirtmek için, mağara duvarlarına çizikler kazımışlar ya da bir ağaç dalına çentikler yapmışlardır. İlkel insanın kullandığı bu işaretler, sayıların ilk yazılı ifadesidir. İlkel insanlar sayıları belirtmek için sesler ya da sözcükler kullanmışlardır. Örneğin, bugün biz bile, üç tane koyunu "üç koyun" sözcüğü ile belirtip "3" simgesi ile gösteriyoruz.

Yüzyıllar geçtikçe ve uygarlık ilerledikçe insanlar, sayıları belirtmek için yeni sesler, sözler, işaretler ve yazma sistemleri bulmuşlardır. Şimdi bunlardan bir kaç tanesini görelim.

Eski Mısır Sayma Düzeni

Eski Mısırlılar M. Ö. 3300 yılından itibaren Hiyeroğlif yazısını kullanmaya başlamışlar. Sayıları da resimlerle göstererek bir sayı sistemi geliştirmişlerdir. Eski Mısırlıların milyona kadar sayıları göstermek ve yazmak için kullandıkları simgeler (resimler) aşağıdadır. İnceleyiniz.

1 10 100 1 000 10 000 100 000 1 000 000

Eski Mısırlılar bu simgeleri ağaç ve taş üzerine oymuşlardı. Bu sistemde :

a) 1, 10, 100, 1 000, 10 000, 100 000, ve 1 000 000 için birer simge kullanılmıştır.

b) Simgeler birkaç kez kullanılarak, çeşitli sayılar gösterilmiştir. Örneğin, ∩∩∩∩ simge grubu, 10 + 10 + 10 + 10 ya da 40 anlamındadır.

c) Bu sistemde gruplamalar onarlık yapıldığından, sistem onluk bir sistemdir. Örneğin on tane yerine bir tane simgesi kullanılmıştır.

Eski Mısır Sayma düzeni, mağara adamının kullandığı sayma düzeninin gelişmiş şeklidir.

Aşağıdaki tabloda, on tabanlı sayıların Eski Mısır sayma düzeninde nasıl yazıldığı gösterilmiştir. İnceleyiniz.

Onluk Sayma Düzeninde	3	13	21	1978	30200
Eski Mısır Sayma Düzeninde					

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki eski Mısır sayma düzeninde verilen sayıları, onluk düzende sayınız.

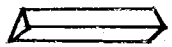
a) b) c)

1. Aşağıdaki sayıları eski Mısır sayma düzeninde yazınız.

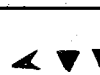
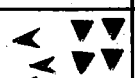
a) 38 b) 524 c) 300 200 032

Babil Sayma Düzeni

M. Ö. 2000 yıllarında Mezopotamya'da yaşayan Babiller, uygarlıkta büyük bir düzeye ulaşmışlar, Babil şehrini bir bilim merkezi haline getirmişler özellikle matematik ve astronomide çok ilerlemişlerdi.

Babilliler, kil tabletleri üzerine "sitülüs" denilen  biçimindeki bir tahta parçası ile yazarlardı. Bu yazıya çivi yazısı denir. Babilliler, kil üzerine yaptıkları ▼ işareti ile bir sayısını, ◀ işareti ile de on sayısını gösterdiler. Bu iki işareti ile 60'tan küçük sayıları yazdılar.

Aşağıdaki tabloda bazı on tabanlı sayıların Babil sayma düzeninde nasıl yazıldığı gösterilmiştir. İnceleyiniz.

Onluk Sayma Düzeninde	4	12	36	59
Babil sayma Düzeninde				

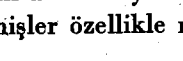
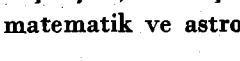
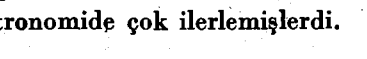
Babilliler, 59'dan büyük sayıları da basamak düşüncesinden yararlanarak yazdılar. 60 sayısını taban olarak kullandılar. Gruplamalarını 60'lık, $(60 \times 60 = 3600)$'lık, ... yaptılar. Böylece sayılarda basamakları oluşturdular. Babilliler sayıları yazarken iki tane simge ve bulunmayan basamakların yerini doldurmak için de sıfır anlamında ":"yi kullanmışlardır.

Aşağıdaki tabloda bazı on tabanlı sayıların Babil sayma düzeninde nasıl yazıldığı gösterilmiştir. İnceleyiniz.

	$60 \times 60 = 3600$ lar basamağı	60'lar basamağı	birler basamağı	
7200				$(2 \times 3600) = 7200$
60				$(1 \times 60) = 60$
122				$(2 \times 60) + 2 = 120 + 2 = 122$
46843		:		$(13 \times 3600) + 43 = 46800 + 43 = 46843$

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki Babil sayma düzeninde verilen sayıları onluk düzende yazınız.

a)  b)  c) 

2. Aşağıdaki sayıları Babil sayma düzeninde yazınız.

a) 27 b) 86 c) 8942

Roma Sayma Düzeni

Romalılar sayıları yazmak için, yedi tane simge kullanmışlardır. Bugün bile, paragraf başlarında, bölüm numaralarında, sınıfların kapılarında ve bazı saatlerde Roma sayma sistemi kullanılmaktadır.

Temel Roma rakamları (simgeleri) aşağıdaki tabloda gösterilmiştir. İnceleyiniz.

Onluk Sayma Düzeninde	1	5	10	50	100	500	1000
Roma Sayma Düzeninde	I	V	X	L	C	D	M

Roma Sayma Düzenindeki Kurallar

a) Aynı Roma rakamı yanyana yazılırsa sayı değerleri toplanarak okunur. (I, X, C rakamları yanyana 3'ten fazla; V, L, D, M rakamları da birden fazla yazılmaz.)

$I = 1$
$II = 1 + 1 = 2$
$III = 1 + 1 + 1 = 3$

$X = 10$
$XX = 10 + 10 = 20$
$XXX = 10 + 10 + 10 = 30$
$C = 100$
$CC = 200$
$CCC = 300$

b) Bir Roma rakamının sağına, sayı değerleri kendisinden küçük rakamlar yazılırsa, bu rakamların sayı değerleri toplanarak okunur.

VI $= 5 + 1 = 6$

XII $= 10 + 2 = 12$

XXXIV $= 10 + 10 + 10 + 4 = 34$

LXXVII $= 50 + 10 + 10 + 7 = 77$

CCXIII $= 100 + 100 + 10 + 3 = 213$

DCC $= 500 + 100 + 100 = 700$

DCII $= 500 + 100 + 2 = 602$

c) Bir Roma rakamının soluna, sayı değeri kendisinden küçük bir rakam yazılırsa, bu rakamların sayı değerleri farkı bulunarak okunur.

V $= 5$	L $= 50$
IV $= 5 - 1 = 4$	XL $= 50 - 10 = 40$
X $= 10$	D $= 500$
IX $= 10 - 1 = 9$	CD $= 500 - 100 = 400$
	M $= 1000$
	CM $= 1000 - 100 = 900$

Roma sayma düzeni toplama ve çıkarma işlemine dayanmaktadır. Sıfır ve basamak sistemi yoktur. Bu nedenle işlem yapmaya elverişli değildir.

Alıştırmalar

1. Aşağıda Roma Sayma düzeninde verilen sayıları, onluk düzende yazınız.

   a) XVI b) LXVII c) CCCXLIX d) DCCXII

   e) MCMLXXVIII

2. Aşağıdaki sayıları Roma sayma düzeninde yazınız.

   a) 34 b) 349 c) 683 d) 962 e) 1979

3. BÖLÜM ÜZERİNDE ALIŞTIRMA ve PROBLEMLER

1. Aşağıdaki kümelerin elemanlarını, sayı doğrusunda gösteriniz.

   a) A $= \{0, 1, 2, 3, 4\}$ b) B $= \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$

   c) C $= \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ d) D $= \{5, 8, 10, 13, 15\}$

2. Aşağıdaki sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

   5, 13, 28, 6, 45, 127, 2413, 3, 29, 56, 87

3. Aşağıdaki sayı çiftleri arasında kaç tane doğal sayı vardır?

   a) 7 ile 38 b) 65 ile 99 c) 124 ile 246

   d) 924 ile 1846 e) 2517 ile 5618 f) 24 ile 9999

4. Aşağıdaki kümelerin eleman sayılarını bulunuz. "$<$" işareti kullanarak bu sayıları sıralayınız.

   A $= \{\Delta, \square, \star\}$

   B $= \{a, b\}$

   C $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

   D $= \{a, \Delta, b, \square, c\}$

5. 5658 sayısının rakamlarının basamak değerlerini yazınız.

6. 3705 sayısının rakamlarının sayı değerlerini söyleyiniz.

7. 2324 sayısında 3'ün basamak değeri nedir?

8. İki basamaklı kaç tane sayı vardır? $100 - 9 - 1 = 90$

9. Beş basamaklı kaç tane sayı vardır?

10. Aynı rakamla yazılan beş basamaklı sayılardan üç tanesini yazınız.

11. 73 942 sayısının rakamlarının sayı değerleri toplamını bulunuz.

12. Aşağıdaki sayıları üslü biçimde yazınız.

   a) $2 \times 2 \times 2 = ?$ b) $3 \times 3 \times 3 \times 3 = ?$

   c) $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = ?$ d) $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = ?$

13. Aşağıdaki üslü sayıların değerini bulunuz.

   a) $2^4 = ?$ b) $3^3 = ?$ c) $5^3 = ?$

14. Aşağıdaki sayıları üslü biçimde çözümleyiniz.

   a) $724 = ?$ b) $2304 = ?$ c) $6427 = ?$

15. Aşağıdaki sayıları yazınız.

a) $400 + 40 + 3 = ?$

b) $(2 \times 100) + (5 \times 10) + (9 \times 1) = ?$

c) $(6 \times 10^3) + (0 \times 10^2) + (7 \times 10) + (2 \times 1) = ?$

16. $A = \{\Delta, \square, \star\}$ ve $B = \{a, b, c, d\}$ kümeleri veriliyor. Aşağıdakileri bulunuz.

a) $s(A) = ?$ b) $s(B) = ?$

c) $s(A \cup B) = ?$ d) $s(A \cap B) = ?$

17. Aşağıdaki kümelerden hangileri toplama işlemine göre kapalıdır?

a) $D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$

b) $T = \{1, 3, 5, 7, 9, \ldots\}$

c) $Ç = \{0, 2, 4, 6, 8, \ldots\}$

d) $A = \{12, 13, 14, 15, \ldots\}$

e) $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

f) C = Birler basamağında 5 bulunan doğal sayılar kümesi.

18. Aşağıdaki toplamaları sayı doğrusu üzerinde yapınız?

a) $2 + 5 = ?$ b) $6 + 3 = ?$ c) $9 + 5 = ?$

19. Aşağıdaki eşitliklerin sağlanması için, boş yerlere uygun olan doğal sayıları yazınız.

a) $8 + \ldots = 9 + 8$ b) $\ldots + 24 = 24 + 42$

c) $53 + 125 = \ldots + 53$ d) $528 + 17 = 17 + \ldots$

20. Aşağıdaki eşitliklerin sağlanması için, m yerine hangi doğal sayılar yazılmalıdır?

a) $m + 14 = 14 + 43$ b) $58 + m = 72 + 48$

c) $19 + m = m + 19$ d) $36 + m = m + 36$

★ 21. Toplamada değişme ve birleşme özeliklerini kullanarak, aşağıdaki toplama işlemlerini yapınız.

a) $12 + 14 + 28 = ?$ b) $124 + 7 + 16 = ?$

c) $523 + 38 + 7 = ?$ d) $24 + 48 + 16 + 52 = ?$

22. Aşağıdaki eşitliklerin sağlanması için, m yerine hangi doğal sayılar yazılmalıdır?

a) $(25 + 3) + 5 = 25 + (m + 5)$

b) $8 + (m + 7) = (8 + 7) + 13$

c) $(m + 12) + 15 = m + (12 + 15)$

23. Aşağıdaki boş yerlere uygun olan doğal sayıları yazınız.

a) $\ldots + 7 = 7$ b) $12 + \ldots = 12$

c) $0 + 15 = \ldots$ d) $8 + 0 = \ldots$

24. Aşağıdaki eşitliklere uyan doğal sayısını bulunuz.

a) $n = 348 + 100 + 52$

b) $n = 714 + 542 + 16 + 8$

25. Aşağıdaki eşitsizliklere uyan en küçük n doğal sayısını bulunuz.

a) $n > 528 + 314$ b) $n > 746 + 73 + 17$

c) $n > 608 + 1716$ d) $n > 93 + 45 + 17$

26. Aşağıdaki eşitsizliklere uyan en büyük n doğal sayısını bulunuz.

a) $n < 714 + 48$ b) $n < 328 + 74 + 12$

c) $n < 3718 + 19$ d) $n < 561 + 80 + 79$

27. Aşağıdaki toplama işlemlerini yapınız.

a)
$$\begin{array}{r} 5\,716 \\ 342 \\ +\ 22\,014 \\ \hline \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 25 \\ 3\,714 \\ 542 \\ +\ 36\,007 \\ \hline \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 25\,618 \\ 9 \\ 4\,308 \\ 532 \\ +\ 18 \\ \hline \end{array}$$

28. $A = \{a, b\}$ ve $B = \{\square, \Delta, \star, \bigcirc\}$ kümeleri veriliyor. Aşağıdakileri bulunuz.

a) $s(A) = ?$ b) $s(B) = ?$

c) A X B kümesini yazınız.

d) $s(A \times B) = ?$

e) $s(A) \times s(B) = s(A \times B)$ midir?

29. Aşağıdaki toplamaları, çarpma biçiminde yazınız.

a) $3 + 3 + 3 + 3 = ?$ b) $8 + 8 + 8 = ?$

c) $12 + 12 + 12 + 12 = ?$ d) $46 + 46 = ?$

30. Aşağıdaki çarpmaları, toplama biçiminde yazınız.

a) $2 \times 9 = ?$ b) $5 \times 12 = ?$

c) $3 \times 6 = ?$ d) $4 \times 3 = ?$

31. Aşağıdaki kümelerden hangileri çarpma işlemine göre kapalıdır?

a) $D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$

b) $N = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$

c) $T = \{1, 3, 5, 7, \ldots\}$

d) $Ç = \{0, 2, 4, 6, 8, \ldots\}$

e) $A = \{1, 2, 3, 4\}$

f) B = 7 ile 23 arasındaki doğal sayılar kümesi.

g) C = Birler basamağında 5 bulunan doğal sayılar kümesi.

32. Aşağıdaki çarpmaları sayı doğrusu üzerinde yapınız.

a) $2 \times 7 = ?$ b) $3 \times 2 = ?$ c) $4 \times 5 = ?$

33. Aşağıdaki boş yerlere uygun olan doğal sayıları yazınız.

a) $\ldots \times 7 = 7 \times 25$ b) $14 \times \ldots = 26 \times 14$

c) $524 \times 13 = 13 \times \ldots$ d) $29 \times 46 = \ldots \times 29$

34. Aşağıdaki eşitliklerin sağlanması için n yerine hangi doğal sayılar yazılmalıdır?

a) $17 \times n = 17 \times 35$ b) $n \times 42 = 42 \times 56$

c) $33 \times n = n \times 33$ d) $n \times 16 = 16 \times n$

35. Çarpmada değişme ve birleşme özeliklerini kullanarak, aşağıdaki çarpma işlemlerini yapınız.

a) $2 \times 23 \times 5 = ?$ b) $4 \times 17 \times 5 = ?$

c) $25 \times 18 \times 4 = ?$ d) $8 \times 12 \times 125 = ?$

36. Aşağıdaki eşitliklerin sağlanması için, n yerine hangi doğal sayılar yazılmalıdır?

a) $(13 \times 5) \times 6 = 13 \times (n \times 6)$

b) $18 \times (n \times 8) = (18 \times 24) \times 8$

c) $(4 \times 17) \times n = 4 \times (17 \times n)$

37. Aşağıdaki eşitliklerde boş olan yerlere uygun olan doğal sayıları yazınız.

a) $24 \times (2 + 7) = (24 \times \ldots) + (24 \times 7)$

b) $(9 + 8) \times 12 = (9 \times \ldots) + (9 \times 12)$

c) $(5 \times 6) + (7 \times 6) = (5 + 7) \times (5)$

38. Aşağıdaki çarpma işlemlerini, çarpmanın toplama üzerine dağılma özeliğinden yararlanarak yapınız.

a) $3 \times 25 = ?$ b) $34 \times 9 = ?$ c) $23 \times 32 = ?$

39. Aşağıdaki boş yerlere uygun olan doğal sayıları yazınız.

a) $\ldots \times 4 = 4$ b) $21 \times \ldots = 21$

c) $48 \times 1 = \ldots$ d) $1 \times 243 = \ldots$

e) $5 \times \ldots = 0$ f) $0 \times 12 = \ldots$

40. Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapınız.

a) $\begin{array}{r} 518 \\ \times\ 4 \\ \hline \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 234 \\ \times\ 42 \\ \hline \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 256 \\ \times\ 381 \\ \hline \end{array}$

41. Aşağıdaki eşitliklere uyan n doğal sayısını bulunuz.

a) $n = 314 \times 7$ b) $n = 3 \times 348$

42. Aşağıdaki eşitsizliklere uyan en küçük n doğal sayısını bulunuz.

a) $n > 4 \times 541$ b) $n > 305 \times 24$

43. Aşağıdaki eşitsizliklere uyan en büyük n doğal sayısını bulunuz.

a) $n < 5 \times 214$ b) $n < 32 \times 28$

44. Aşağıdaki çıkarma işlemlerini, toplama işlamine çeviriniz:

a) $24 - 8 = n$ b) $36 - n = 13$ c) $70 - 14 = 56$

45. Aşağıdaki çıkarma işlamlerini yapınız ve kontrol ediniz.

a) $\begin{array}{r} 548 \\ -\ 325 \\ \hline \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 925 \\ -\ 638 \\ \hline \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 24\,304 \\ -\ 7\,679 \\ \hline \end{array}$

46. Aşağıdaki bölme işlemlerini, çarpma işlemlerine çeviriniz.

a) $36 : 9 = a$ b) $56 : b = 7$ c) $m : 9 = 8$

47. Aşağıdaki işlemleri yapınız. (Önce ayraç içindeki işlemleri yapınız.)

a) $(7 + 8) - (3 + 4) = ?$ b) $(12 - 5) + (9 - 4) = ?$

c) $(28 - 8) - (15 - 7) = ?$ d) $(3 \times 5) + (7 + 3) = ?$

e) $(42 + 14) - (3 \times 15) = ?$ f) $(9 - 9) \times 3 = ?$

g) $(3 + 0) + (12 \times 2) = ?$ h) $(5 \times 1) + (7 \times 0) = ?$

i) $56 : (49 : 7) = ?$ j) $(5 \times 1) : (4 + 1) = ?$

48. Doğal sayılar kümesinin toplama, çarpma, çıkarma ve bölme işlemlerinde aşağıdaki özeliklerden hangisi vardır?

a) Kapalılık özeliği.
b) Değişme özeliği.
c) Birleşme özeliği.
d) Dağılma özeliği.
e) Etkisiz eleman özeliği.
f) Yutan eleman özeliği.

49. 48'den hangi sayısı çıkaralım ki, fark 17 olsun?

50. 32 ile hangi sayıyı toplayalım ki, toplam 65 olsun?

51. 45'in 17 fazlasının 23 noksanı kaçtır?

52. 62 ile 33'ün farkından 14 fazla olsun sayı kaçtır?

53. 37 ile 15'in çarpımından 68 fazla olan sayı kaçtır?

54. 16 ile 8'in çarpımından 53 noksan olan sayı kaçtır?

55. 28 ile 12'nin çarpımını 16'ya bölünüz.

56. 86 ile 14'ün farkını 24'e bölünüz.

57. 84'ün 12'ye bölümünden 8 fazla olan sayı kaçtır?

58. 78'in 13'e bölümünden 4 noksan olan sayı kaçtır?

59. 17'nin 3 katından 7 noksan olan sayıyı bulunuz.

60. 66'dan 8'in 7 katı noksan olan sayıyı bulunuz.

61. 18'in 7 katını 6'ya bölünüz.

62. 183'ü 3'e bölünüz. Bölümün 5 katını bulunuz.

63. 548 sayısını 4'e bölünüz. Bölümden 87 noksan olan sayıyı bulunuz.

64. Günde 18 sayfa roman okuyan bir kimse 378 sayfalık romanı kaç günde okur?

65. Sınıfınızda 18 sıra var. Her sırada 3 öğrenci oturuyor. Sınıftaki öğrenci sayısını bulunuz.

66. Bir sinemada birinci mevkide 115, ikinci mevkide birinci mevkidekilerin sayısının 70 eksiğinin 3 katından 27 fazla seyirci vardır. İkinci mevkideki seyirci sayısını bulunuz.

67. Okul kooperatifine 5 düzine defter aldık. Bir haftada bu defterlerin 42 tanesi satıldı. Geriye kaç defter kalmıştır?

68. Aşağıda beş tabanına göre verilen sayıları, on tabanlı sayılara çeviriniz.

a) $(24)_{beş}$ b) $(342)_{beş}$ c) $(413)_{beş}$

69. Aşağıda on tabanına göre yazılı olan sayıları, beş tabanlı sayılara çeviriniz.

a) 53 b) 328 c) 2714

70. Aşağıda iki tabanına göre verilen sayıları, on tabanlı sayılara çeviriniz.

a) $(101)_{iki}$ b) $(1001)_{iki}$ c) $(11111)_{iki}$

71. Aşağıda on tabanına göre yazılı olan sayıları, iki tabanlı sayılara çeviriniz.

a) 9 b) 34 c) 72

DEĞERLENDİRME SORULARI : III

Aşağıdaki sorulara verilen yanıtlardan bir tanesi doğru, öbürleri yanlıştır. Doğru yanıtı bularak, yanıt kartında, her sorunun karşısındaki dört paralel çizgiden birisinin içini karalayınız.

Yanıt Kartı

	a	b	c	d		a	b	c	d
1.	=	=	=	=	11.	=	=	=	=
2.	=	=	=	=	12.	=	=	=	=
3.	=	=	=	=	13.	=	=	=	=
4.	=	=	=	=	14.	=	=	=	=
5.	=	=	=	=	15.	=	=	=	=
6.	=	=	=	=	16.	=	=	=	=
7.	=	=	=	=	17.	=	=	=	=
8.	=	=	=	=	18.	=	=	=	=
9.	=	=	=	=	19.	=	=	=	=
10.	=	=	=	=	20.	=	=	=	=

Sorular

1. Aşağıdaki kümelerden hangisi toplama işlemine göre kapalı değildir?

a) Doğal sayılar kümesi,
b) $\{0, 1, 2, 3\}$ kümesi,
c) $\{0, 2, 4, 6, \ldots\}$ kümesi,
d) $\{6, 7, 8, 9, \ldots\}$ kümesi.

2. Aşağıdaki eşitliklerden hangisi doğrudur?

a) $4 + 7 = 10$ b) $7 \times 5 = 25$
c) $1 \times 8 = 8$ d) $3 \times 0 = 3$

3. 5768 sayısında 7 rakamının basamak değeri, aşağıdakilerden hangisidir?

a) 7×100 b) 7×10 c) 7×1 d) 7×1000

4. 5^4 üslü sayısı, aşağıdakilerden hangisine eşittir.

a) 5 b) 125 c) 25 d) 625

5. $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$ sayısının üslü olarak yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

a) 7^3 b) 7^5 c) 7^2 d) 7^4

6. Aşağıdaki ifadelerden hangisi 1'e eşittir?

a) $5 - 5 = ?$ b) $(7 \times 3) - 8 = ?$
c) $7^2 : (41 + 8) = ?$ d) $(3 + 7) : 5 = ?$

7. $A = \{\Delta, \square, \star\}$ ve $B = \{a, b, c, d\}$ kümeleri veriliyor. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

a) $s(A) = 4$ b) $s(B) = 3$ c) $s(A \cap B) = 5$ d) $s(AXB) = 12$

8. Aşağıdaki ifadelerden hangisi sıfıra eşittir?

a) $6 - 6 = ?$ b) $7 : 7 = ?$ c) $3 + 0 = ?$ d) $(2 + 1) : 3 = ?$

9. Aşağıdaki sayılardan hangisi toplama işleminin etkisiz elemanıdır?

a) 1 b) 0 c) 10 d) 5

10. Aşağıdaki sayılardan hangisi çarpma işleminin etkisiz elemanıdır?

a) 0 b) 10 c) 100 d) 1

11. Aşağıdaki sayılardan hangisi çarpma işleminin yutan elemanıdır?

a) 1 b) 10 c) 0 d) 5

12. Aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

a) Doğal sayılar kümesi toplama işlemine göre kapalıdır.
b) Doğal sayılar kümesinde, toplama işleminin değişme özeliği yoktur.
c) Doğal sayılar kümesinde, toplama işleminin birleşme özeliği yoktur.
d) Doğal sayılar kümesinde, toplama işleminin etkisiz elemanı 1'dir.

13. Aşağıdaki ifadelerden hangisi yanlıştır?

a) Doğal sayılar kümesi çarpma işlemine göre kapalıdır.
b) Doğal sayılar kümesinde, çarpma işleminin etkisiz elemanı sıfırdır.
c) Doğal sayılar kümesinde, çarpma işleminin değişme özeliği vardır.

d) Doğal sayılar kümesinde, çarpmanın toplama üzerine dağılma özeliği vardır.

14. Aşağıdaki eşitliklerden hangisi yanlıştır?

a) $(7 + 5) + 9 = 7 + (5 + 9)$ b) $3 + 8 = 8 + 3$

c) $14 + (5 + 3) = (14 + 5) + 9$ d) $2 \times (3 + 6) = (2 \times 3) + (2 \times 6)$

15. Aşağıdaki eşitliklerden hangisi çarpmanın toplama üzerine dağılma özeliğini gösterir?

a) $(3 \times 5) \times 7 = 3 \times (5 \times 7)$

b) $6 + (5 + 7) = (6 + 5) + 7$

c) $8 \times (3 + 6) = (3 + 6) \times 8$

d) $12 \times (20 + 4) = (12 \times 20) + (12 \times 4)$

16. Aşağıdaki ifadelerden hangisi toplama işleminde birleşme özeliğini gösterir?

a) $5 + (7 + 12) = (5 + 7) + 12$

b) $(3 \times 5) \times 6 = 3 \times (5 \times 6)$

c) $7 \times (8 + 4) = (7 \times 8) + (7 \times 4)$

d) $(6 + 13) \times 17 = 17 \times (6 + 13)$

17. Bir bölme işleminde, bölen 28, bölüm 13'tür. Bölünen aşağıdakilerden hangisidir?

a) 394 b) 464 c) 274 d) 364

18. $21 : m = 7$ eşitliğinin sağlanması için m yerinde hangi sayı olmalıdır?

a) 5 b) 8 c) 3 d) 21

19. $(214)_{beş}$ sayısının on tabanında yazılışı, aşağıdakilerden hangisidir?

a) 69 b) 59 c) 49 d) 56

20. 49 sayısının iki tabanında yazılışı, aşağıdakilerden hangisidir?

a) $(11111)_{iki}$ b) $(10011)_{iki}$ c) $(110001)_{iki}$ d) $(110101)_{iki}$

4. BÖLÜM — ÖLÇÜSEL OLMAYAN GEOMETRİ

Konunun anahatları

4–1. Noktalar, Uzay, Düzlemler ve Doğrular

4–2. Doğruda ayırma, Yarı Doğru, Işın, Doğru Parçası

4–3. Doğru ve Düzlemlerin Birbirine göre durumları

4–4. Düzlemde ve Uzayda Ayırmalar

4–5. Açılar ve Üçgenler

4–1. Noktalar, Uzay, Düzlem ve Doğrular

Bu bölümde, nokta, doğru, düzlem, uzay kavramları üzerinde duracağız, aralarındaki bağıntıları inceleyip hiç bir ölçü kullanmayacağız. Geometrinin ölçü kullanılmayan bu dalına, **Ölçüsel Olmayan Geometri** denir.

Nokta, doğru ve düzlem tanımları yapılamayan terimlerdir. Biz size, bu terimleri kavratmaya çalışacağız.

Noktalar

1. Kaleminizin sivri ucunu kâğıt üzerine değdiriniz. Kalemin ucu kâğıt üzerinde " . " biçiminde bir iz bırakır. Bu iz bize nokta hakkında bir fikir verir. Yazı tahtasına tebeşirin ucunu değdiriniz. Tebeşirin ucu da yazı tahtasında bir iz bırakır. Bu izi de bir nokta olarak düşünebiliriz. Tebeşir ve kalemin uçlarının bıraktığı izler birer somut nesnedir. Bunları silip yok edebiliriz, fakat nokta denen soyut nesneyi yok edemeyiz. Noktayı boyutu olmayan bir iz olarak kabul edeceğiz.

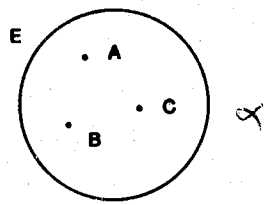
2. Sayıları göstermek için işaretler kullanıyoruz. Noktaları göstermek için de, küçük işaretler yaparız. Yaptığımız bir elma resmi, elmanın kendisi değildir. Bunun gibi, noktayı göstermek için de yaptığımız bir işaret noktanın kendisi değildir.

Geometride noktalar " . " biçimde bir işaretle gösterilir, A, B, C, ... gibi büyük harflerle adlandırılır. Örneğin,

. A (A noktası) gibi.

Örnekler

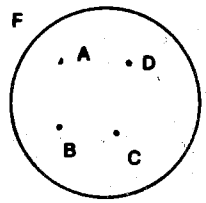
1. Örnek : Yandaki şema ile verilen E kümesinin elemanları birer noktadır. Bu kümeyi elemanları ile yazalım.



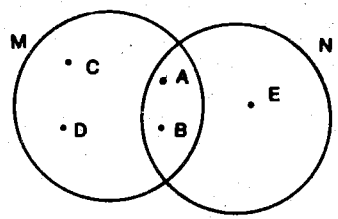
$E = \{A, B, C\}$ olur.

2. Örnek : Elemanları noktalardan oluşan $F = \{A, B, C, D\}$ kümesini Venn şeması ile gösterelim.

F kümesi yandaki biçimde gösterilir.



3. Örnek : Yandaki şema ile verilen, M, N kümelerinin kesişim ve birleşim kümelerini liste biçiminde yazalım.

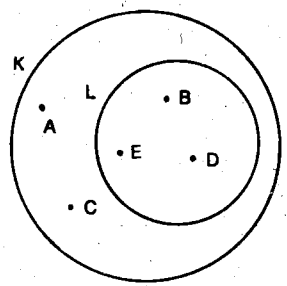


$M \cap N = \{A, B\}$ ve

$M \cup N = \{A, B, C, D, E\}$ olur.

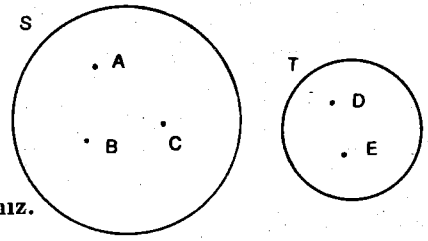
Alıştırmalar

1. $M = \{A, B, C\}$ ve $N = \{B, C, D, E\}$ kümelerinin elemanları birer noktadır. Bu kümeleri Venn Şeması ile gösteriniz.



2. Yandaki Şema ile verilen K ve L kümelerini liste biçiminde yazınız.

3. Yandaki şemaya bakarak,



a) $S \cap T = ?$

b) $S \cup T = ?$

Kümelerini elemanları ile yazınız.

Uzay

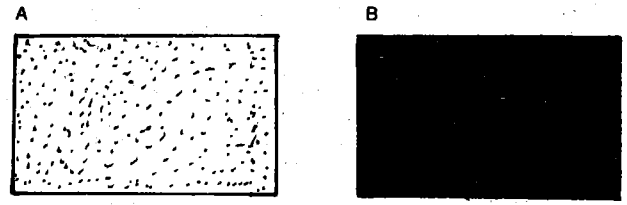
Canlı ve cansız varlıkların, dünyayamızın, güneşin, yıldızların, gökyüzü ve evrenin noktalardan oluştuğunu düşünebiliriz. Tasarlayabildiğimiz bütün noktaların oluşturduğu kümeye **uzay** diyeceğiz.

Uzay, bütün noktaların oluşturduğu kümedir.

Düzlemler

1. Pencere camının, duvarların, masa ve sıraların yüzleri size düzlem hakkında bir fikir verir.

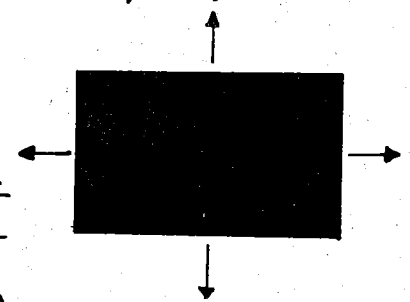
2. Bir kâğıdı sıranızın düz yüzü üzerine koyunuz ve A şeklinde görüldüğü gibi üzerinde noktalar işaretleyiniz. Bu noktaların sayısını çoğaltabilir misiniz? Kâğıdın yüzüne mümkün olduğu kadar çok sayıda nokta koyduğunuzu düşününüz. Böylece, aşağıda gördüğünüz B şeklini elde edersiniz.



Bu şekle **düzlem parçası** denir.

3. Büyük bir kâğıdı masa üzerine koyup, kâğıdın yüzünü çok sayıda noktalarla doldurduğumuzu düşünelim. Yine noktalardan oluşan bir düzlem parçası elde ederiz. Kâğıdı daha büyük seçebilir misiniz?

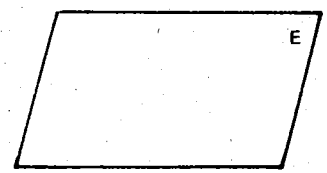
4. Yandaki şekilde görüldüğü gibi düzlem parçasının her yönde uzadığını düşünelim. Böyle tasarladığımız noktalar kümesine **düzlem** deriz.



Öyleyse, düzlem, masanın düz yüzü gibi, sınırsız sayıdaki noktaların oluşturduğu bir kümedir.

Düzlem, bir noktalar kümesidir.

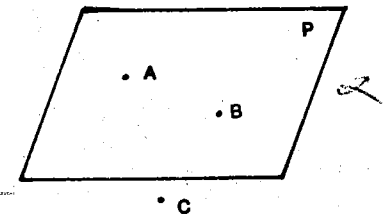
5. Geometride, düzlemi yanda gördüğünüz biçimde bir şekille göstereceğiz. Düzlemin adını da şekilde görüldüğü gibi büyük harfle belirteceğiz. Bu düzlem E düzlemi diye okunur.



Alıştırmalar

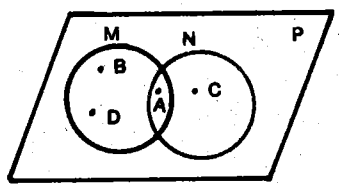
1. Sınıfınızda yazı tahtasının bulunduğu duvarın belirttiği düzleme E diyelim. Sınıfınızın köşeleri birer nokta olduğuna göre, hangi köşeler E düzleminin içindedir?

2. A ve B noktaları yandaki P düzlemine ait birer nokta, C noktası P düzlemine ait olmayan bir noktadır. Aşağıdakilerden hangileri doğrudur?



a) $A \in P$ b) $B \notin P$ c) $C \notin P$

3. Yandaki şekilde, P düzlemi ve bu düzlemin A, B, C, D noktalarının oluşturduğu M, N kümeleri veriliyor.



a) $A \cap B$ ve $M \cap N$

b) $A \cup B$ kümelerini elemanları ile yazınız. $M \cup N$

c) $M \subset P$ ve $N \subset P$ ifadeleri doğru mudur?

d) $A \in M$, $A \in N$ ve $A \in P$ ifadeleri doğru mudur?

e) $B \in M$, $B \notin N$ ve $B \in P$ ifadeleri doğru mudur?

Doğrular

1. Gergin olarak tutulan bir ip, telgraf telleri, sınıfınızda iki duvar yüzünün kesiştiği yer size doğru hakkında bir fikir verir.

2. Cetvelinizin kenarı yardımı ile aşağıdaki biçimde noktalar işaretleyiniz.

. . . . . .

Kırmızı kaleminizle boş olan yerlere yeni noktalar işaretleyiniz. Bu noktalar arasındaki boşlukları noktalarla tamamen doldurabilir misiniz? Boş olan yerleri noktalarla tamamen doldurduğunuzu düşünürseniz, aşağıdaki gibi bir şekil elde edersiniz.

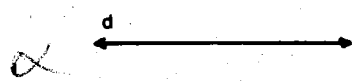
Bu şekli, kaleminizi cetvelinizin düz kenarına dayayarak çizebilir misiniz? Bu şekil her iki ucundan sınırlıdır. Cetvelinizle bu şekli

her iki yönde istediğiniz kadar uzatabilir misiniz? Cetvel ve kâğıdınızın büyüklüğü buna yeter mi? Şeklin her iki yönde sınırsız uzadığını düşünerek, şekli aşağıdaki gibi çizeriz.

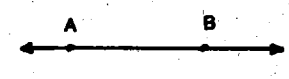
Şekilde her iki yönde de çizilen oklar, şeklin daha çok uzayacağını gösterir. Elde ettiğimiz bu biçimdeki noktalar kümesine, **doğru** adını vereceğiz. Öyleyse,

Doğru, bir noktalar kümesidir.

2. Doğrular, üzerine yazılan bir ya da iki harfle adlandırılır.



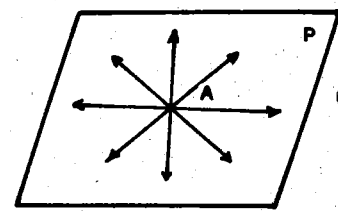
d doğrusu



AB doğrusu

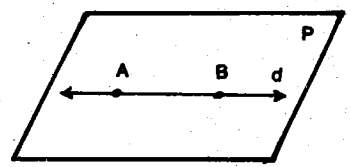
Doğrunun Belirtilmesi

1. Yandaki şekilde görüldüğü gibi defterinize bir A noktası işaretleyiniz ve A noktasından geçen doğrular çiziniz. Kaç tane doğru çizebilirsiniz. Kuşkusuz çok. Öyleyse,



Düzlem üzerinde alınan bir noktadan sınırsız sayıda doğru geçer.

2. Defterinize şekilde görüldüğü gibi farklı A ve B noktaları işaretleyiniz. Hem A, hem de B'den geçen kaç tane doğru çizebilirsiniz? Bir tane olduğunu bulabildiniz mi? Öyleyse,



Düzlem üzerinde alınan farklı iki noktadan, yalnız bir doğru geçer.

3. Yukarıdaki P düzlemi üzerinde alınan farklı A ve B noktaları d doğrusu belirtir. Bu doğruyu, "A B doğrusu" ya da "B A doğrusu" diye de okuyabiliriz.

Burada,

$A \in d$, $B \in d$ ve
$A \in P$, $B \in P$'dir.

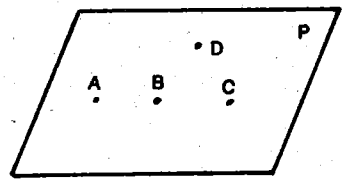
d doğrusunun tüm noktaları P düzleminin birer elemanıdır. Onun için,

$d \subset P$'dir.

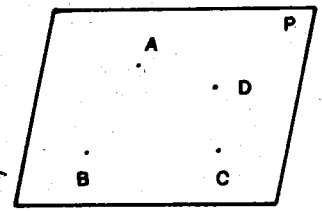
4. Doğru, cetvel hizasındaki çok sayıdaki noktaların oluşturduğu bir küme olduğundan; doğruyu oluşturan bu noktalara **doğrusal noktalar** denir.

Örnekler

1. Örnek : Yandaki şekilde P düzlemi içindeki A, B, C noktaları doğrusal noktalardır. Bu üç nokta bir doğru üzerindedir. D noktası bu doğru üzerinde değildir. Üçü doğrusal olan bu dört noktadan kaç doğru geçer? Çiziniz.

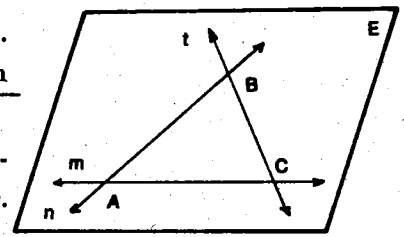


2. Örnek : Yandaki şekilde P düzlemi içinde, herhangi üçü doğrusal olmayan A, B, C, D noktaları veriliyor. Bu dört noktadan kaç doğru geçer? Çiziniz.



Bu dört noktadan geçen doğruların sayısı 6 tanedir.

3. Örnek : Yandaki şekilde E düzlemi içinde m, n, t doğruları veriliyor. Bu üç doğrunun arakesitini (kesişim kümelerini) bulalım.



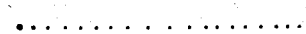
m ve n doğrularının (nokta kümelerinin) ortak elemanı A noktasıdır. Öyleyse, $m \cap n = \{A\}$ olur.

Aynı şekilde,

$n \cap t = \{B\}$ ve $m \cap t = \{C\}$ olur.

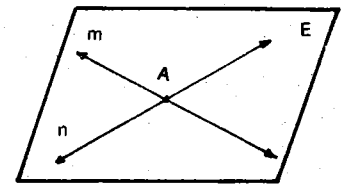
Alıştırmalar

1. Doğru bir kümedir. Elemanları nedir?
2. Yandaki noktalar kümesi bir doğru oluşturur mu?



3. Yandaki noktalar kümesi bir doğru oluşturur mu?

4. Yandaki şekle bakarak, aşağıdaki soruları cevaplandırınız.

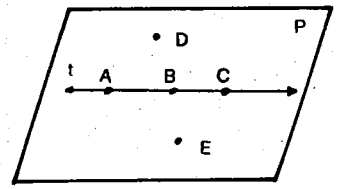


a) $A \in m$, $A \in n$ ve $A \in E$ midir?

b) $m \cap n = ?$ Yazınız.

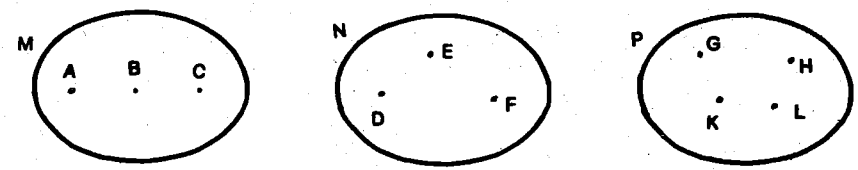
c) $m \subset E$ ve $n \subset E$ midir?

5. Yandaki şekle göre, hangi noktalar t doğrusunun elemanı, hangi noktalar t doğrusunun elemanı değildir?



6. Bir E düzlemi üzerinde doğrusal, A, B, C noktaları ile bu noktaların belirttiği doğru dışında bir S noktası alınıyor. Bu dört noktadan kaç tane doğru geçer? Çiziniz.

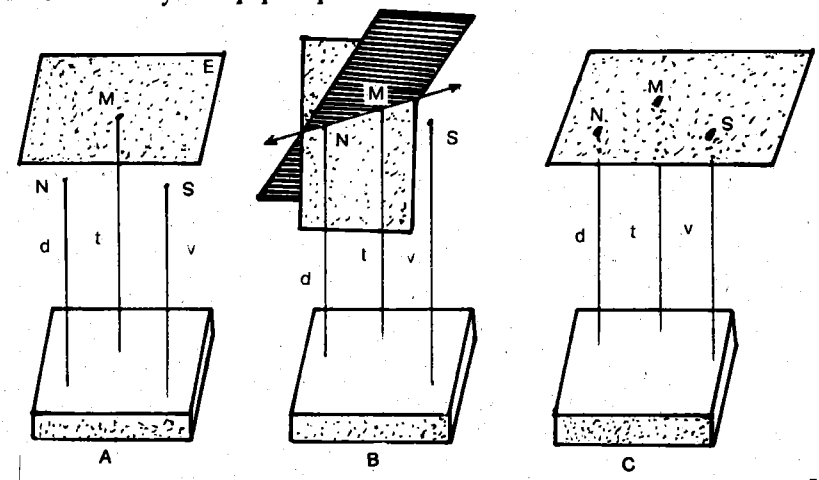
7. Aşağıdaki nokta kümelerinden hangisinin noktaları doğrusaldır?



8. Sınıfınızın kaç köşesi vardır? Bu köşelerden kaç tane doğru geçer?

Düzlemin Belirtilmesi

1. Aşağıdaki şekillerde gördüğünüz gibi bir tahtaya bir doğru üzerinde olmayan üç çivi çakınız.



a) Elinize bir karton alarak A şeklinde olduğu gibi, t çivisinin M ucunu kartona batırınız. Kartonu (E düzlemini) M noktası etrafında döndürerek çeşitli konumlara getiriniz. E düzlemi kaç konum alır? Kuşkusuz çok. Öyleyse,

Bir noktadan sınırsız sayıda düzlem geçer.

b) B şeklinde olduğu gibi, t ve d çivilerinin M ve N uçlarını kartona batırınız. Kartonu (E düzlemini) M N doğrusu etrafında döndürünüz. E düzlemi kaç konum alır? E düzleminin çok sayıda konum aldığını göreceksiniz. Öyleyse,

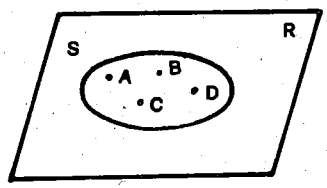
İki nokta ya da bir doğrudan sınırsız sayıda düzlem geçer.

c) Kartonu C şeklinde olduğu gibi t, d, v çivilerinin M, N, S uçları üzerine bırakınız. Kartonu (E düzlemini) hareket ettirebilir misiniz? E düzlemini hareket ettiremezsiniz. Öyleyse,

Doğrusal olmayan üç noktadan, yalnız bir düzlem geçer.

2. Düzlem, masanın düz yüzü gibi, sonsuz sayıdaki noktaların oluşturduğu bir kümedir. Düzlemi oluşturan bu noktalara **düzlemsel noktalar** denir.

Örnek : Yandaki şekilde R düzlemine ait olan A, B, C, D noktalarının oluşturduğu S kümesini ele alalım. Bu kümenin elemanları olan A, B, C, D kümenin elemanları olan A, B, C, D noktaları düzlemsel noktalardır.



Alıştırmalar

1. Bir d doğrusu ile bu doğru dışında bir A noktası veriliyor. d ile A'dan kaç düzlem geçer?

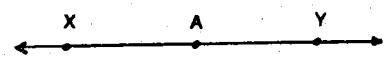
2. Düzgün olmayan bir yere, dört ayaklı bir masa ile üç ayaklı bir tabure koyalım. Bunlardan hangisi sallanmadan durur? Nedenini açıklayınız.

3. Garsonlar, tepsileri niçin üç parmağının uçlarında taşırlar?

4-2. Doğruda Ayırma, Yarı Doğru, Işın, Doğru Parçası

Yarı Doğru

1. XY doğrusu üzerinde, yanda görüldüğü gibi, bir A noktası alalım. A noktası X Y doğrusunu aşağıdaki biçimde üç kümeye ayırır.



a) A'nın X tarafındaki noktalar kümesi.

b) A'nın Y tarafındaki noktalar kümesi.

c) Elemanı A noktası olan küme.

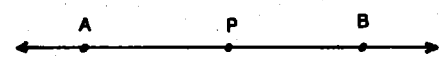
A noktasının X tarafındaki tüm noktaların oluşturduğu kümeyi]A X biçiminde yazar, "A X yarı doğrusu" diye okuruz.

A noktasının Y tarafındaki tüm noktaların oluşturduğu kümeyi]A Y biçiminde yazar, "AY yarı doğrusu" diye okuruz.

A noktası bu yarı doğrulara ait değildir.

2. Bir doğru üzerinde alınan bir nokta, o doğruyu iki **yarı doğruya** ayırır. Bu noktaya, **ayırma noktası** denir. Yukarıdaki şekilde A noktası ayırma noktasıdır.

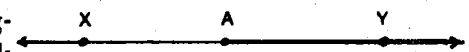
Örnek : Yandaki şekilde, P noktası AB doğrusunu]PA ve]PB gibi iki yarı doğruya ayırır. P noktası ayırma noktasıdır ve bu yarı doğrulara ait değildir.



Yarı doğru, doğruda ayırma noktasının herhangi bir yanındaki noktaların oluşturduğu kümedir.

Işın

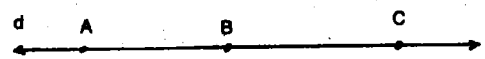
1. A noktası ile]AY yarı doğrusunun birleşim kümesine **ışın** adı verilir. Bunu,



{A} ∪]AY = [AY biçiminde yazar, "AY ışını" diye okuruz.

[AY ışını yukarıdaki şekilde koyu renkte gösterilmiştir.

Örnek : Bir d doğrusu üzerinde sıra ile A, B, C noktaları alınıyor. Bu şekildeki ışınları okuyup yazalım.



d doğrusu üzerinde şu ışınları okuyabiliriz.

[AC, [CA, [A B, [B C, [C B, [B A ışınları.

2. Bir XY doğrusu üzerinde bir A başlangıç noktası alalım. A noktasından başka hiç bir ortak noktaları olmayan [A X ve [A Y ışınlarına **zıt ışınlar** denir. Burada,

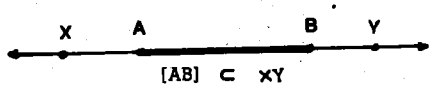
[A X U [A Y = X Y'dir.

Işın, doğruda ayırıcı nokta ile bunun herhangi bir yanındaki noktaların birleşim kümesidir.

Doğru parçası

1. XY doğrusu üzerinde, yanda görüldüğü gibi farklı A ve B noktaları alalım. [A Y ışını ile [B X ışınının kesişim kümesine **doğru parçası** adı verilir. Bunu, [A Y ∩ [B X = [A B] biçiminde yazar, "AB doğru parçası" diye okuruz. Yukarıdaki şekilde [A B] doğru parçası koyu renkte gösterilmiştir. A ve B noktalarına [A B] doğru parçasının uçları denir.

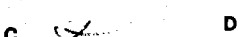
2. [A B] doğru parçası A, B noktaları arasındaki tüm noktalarla, A ve B noktalarının oluşturduğu bir kümedir. Öyleyse, [A B] doğru parçası X Y doğrusunun bir alt kümesidir. (Küme parçasıdır).



Doğru parçası, doğru üzerindeki farklı iki nokta ile bu noktalar arasındaki tüm noktaların birleşim kümesidir.

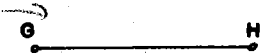
3. Yandaki doğru parçası, [A B] biçiminde gösterilir. A ve B noktaları kümeye aittir.

4. Yandaki doğru parçası,]C D[biçiminde gösterilir. C noktası kümeye ait değildir, içi boş bir yuvarlakla gösterilmiştir. D noktası kümeye aittir.



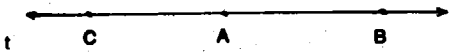
5. Yandaki doğru parçası [E F[biçiminde gösterilir. E noktası kümeye aittir. F noktası, kümeye ait değildir.

6. Yandaki doğru parçası]G H[biçiminde gösterilir. G ve H noktaları kümeye ait değildir.



Örnekler

1. Örnek : Yandaki [A B ve [A C ışınlarının :



a) Birleşim kümesini,

b) Kesişim kümesini bulalım.

Burada, [A B, [A C ışınları ile t doğrusu birer nokta kümesidir.

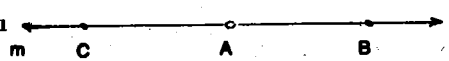
a) İki kümenin birleşim kümesi, iki kümenin elemanlarından oluşturduğundan,

[A B U [A C = t olur.

b) İki kümenin kesişim kümesi, iki kümenin ortak elemanlarından oluşturduğundan,

[A B ∩ [A C = { A } olur.

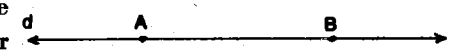
2. Örnek : Yandaki]AB ve]AC yarı doğrularının kesişim kümesini bulalım.



A noktası bu yarı doğrulara ait olmadığından,

]A B ∩] A C = Ø olur.

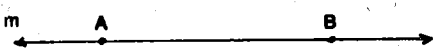
3. Örnek : [A B] doğru parçası ile d doğrusu ve [A B ışını arasında nasıl bir ilişki vardır?



[A B] ⊂ d ve

[A B] ⊂ [A B'ır.

4. Örnek : A, B noktaları ile [AB] doğru parçası, [AB ışını ve m doğrusu arasında nasıl bir ilişki vardır?



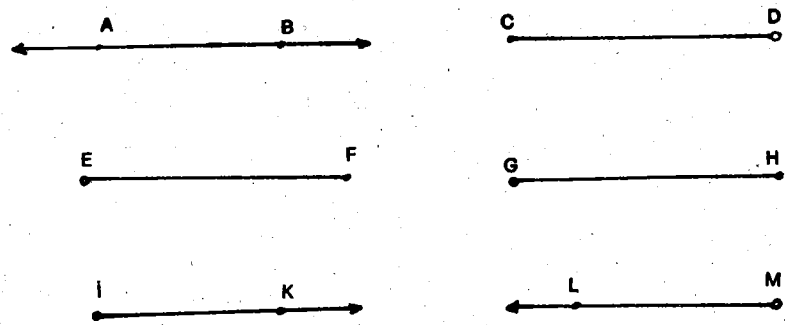
A ∈ [AB] ve B ∈ [AB]

A ∈ [AB ve B ∈ [AB

A ∈ m ve B ∈ m dir.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki şekillerden, okuduğunuz doğru parçalarını yazınız.



2. Defterinize bir d doğrusu çiziniz. Üzerinde farklı A ve B noktalarını işaretleyiniz. [AB] doğru parçasını kırmızı kalemle çiziniz.

3. Defterinize bir m doğrusu çiziniz. Üzerinde sıra ile C, D, E noktalarını işaretleyiniz. [DC ışınını kırmızı kalemle, [DE ışınını da mavi kalemle çiziniz.

[DC ∪ [DE kümesi neyi verir? [DC ve [DE ışınları nasıl ışınlardır?

4. Başlangıç noktaları ortak olan ışınların zıt ışınlar olması için ne gereklidir?

4-3. Doğru ve Düzlemlerin Birbirine Göre Durumları

Bir Doğru ile Bir Düzlemin Birbirine Göre Durumları

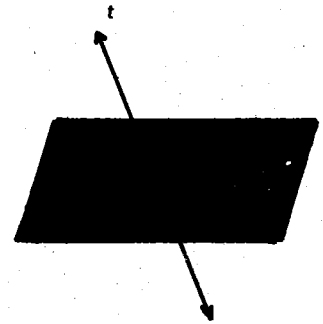
1. Yandaki şekilde olduğu gibi defterinize bir E düzlemi çiziniz. E düzlemi üzerinde farklı A ve B noktalarını işaretleyiniz. Cetvelinizle A, B noktalarından geçen t doğrusunu çiziniz. A ∈ E ve B ∈ E'dir. t doğrusunu oluşturan tüm noktalar, E düzleminin elemanları mıdır? t doğrusunu oluşturan tüm noktalar, E düzleminin birer elemanıdır. Öyleyse,

$t \subset E$ ve

$t \cap E = t$'dir.

Farklı iki noktası bir düzleme ait olan doğru tamamen o düzlemin içindedir.

2. Yandaki şekilde E düzlemi içinde olmayan t doğrusunu görüyorsunuz.



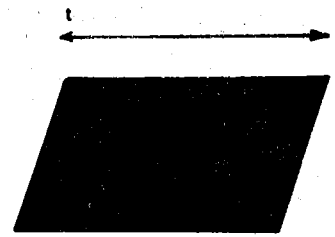
Burada,

$A \in t$, $A \in E$ ve

$t \cap E = \{A\}$ dır.

Bir doğru ile bir düzlemin ortak bir noktası varsa, doğru düzlemi bir noktada kesiyor ya da doğru düzlemi deliyor denir

3. Yandaki şekilde E düzlemi içinde olmayan t doğrusunu görüyorsunuz. t doğrusu ile E düzleminin hiç bir ortak noktası yoktur.



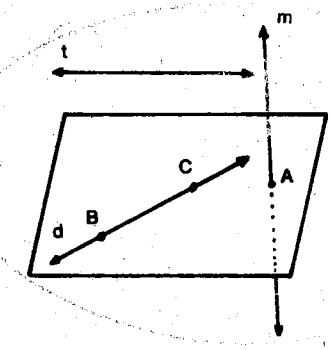
$t \cap E = \emptyset$ dir.

t doğrusu E düzlemine paraleldir denir ve

$t \,//\, E$ yazılır.

Bir doğru ile bir düzlemin hiç bir ortak noktası yoksa, doğru düzleme paraleldir.

Örnek : Yandaki şekilde :



a) d doğrusu E düzlemi içindedir.

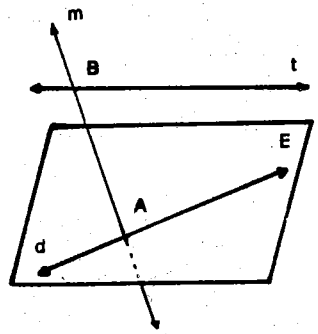
b) m doğrusu E düzleminin A noktasında kesiyor.

c) t doğrusu E düzlemine paraleldir.

Alıştırmalar

1. Sınıfınızda bir düzlem içinde olan noktalar gösteriniz.
2. Sınıfınızda düzlemi kesen doğrular gösteriniz.
3. Sınıfınızda düzleme paralel olan doğrular gösteriniz.

4. Yandaki şekle bakarak, aşağıdaki soruları yanıtlayınız..



a) $d \cap m = ?$

b) $t \cap m = ?$

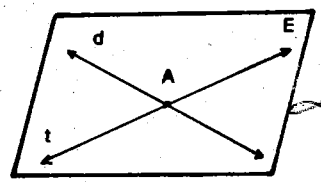
c) $m \cap E = ?$

d) $d \cap E = ?$

e) $t \cap E = ?$

İki doğrunun Birbirine Göre Durumları

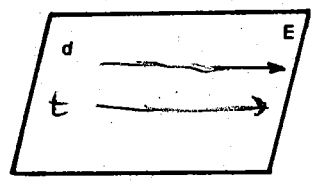
1. Yandaki şekilde, E düzlemi içindeki d ve t doğrularının bir ortak noktası var. Burada,



$d \cap t = \{A\}$ dır.

Böyle doğrulara, **kesişen doğrular** denir.

2. Yandaki şekilde, E düzlemi içindeki d ve t doğrularının hiç bir ortak noktası yok. Burada,

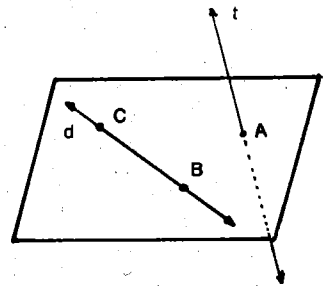


$d \cap t = \emptyset$ dir.

d ve t doğruları **birbirine paraleldir** denir ve $d // t$ yazılır.

Bir düzlem içinde olan ve hiç bir ortak noktaları olmayan doğrulara, paralel doğrular denir.

3. Yandaki şekilde, d doğrusu E düzlemi içindedir. t doğrusu ise E düzlemini A noktasında kesiyor. d doğrusu A noktasından geçmiyor. Burada,



$d \subset E$,

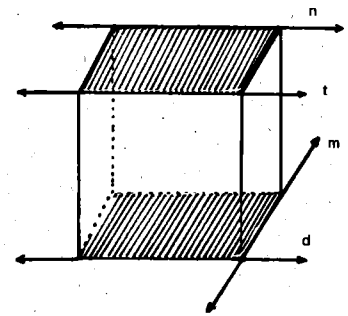
$t \cap E = \{A\}$ ve

$d \cap t = \emptyset$ dir.

d doğrusu ile t doğrusu bir düzlem içinde değildir. Böyle doğrulara **aykırı doğrular** denir.

Bir düzlem içinde olmayan doğrulara aykırı doğrular denir.

Örnek : Şekilde küpün ayırtlarının belirttiği doğrulardan,



a) d ile m kesişen doğrular,

b) t ile n paralel doğrular,

c) m ile t aykırı doğrulardır.

Alıştırmalar

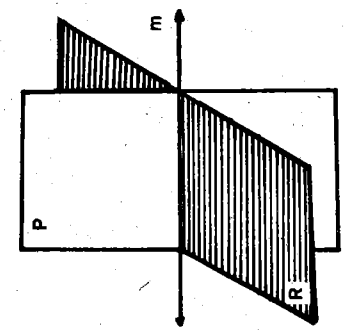
1. Sınıfınızda, kesişen, paralel ve aykırı doğrular gösteriniz.

2. Elinize bir kibrit kutusu alarak, kesişen, paralel ve aykırı doğrular belirten ayrıtları gösteriniz.

İki Düzlemin Birbirine Göre Durumları

Sınıfınızın taban, tavan ve duvarlarının yüzleri birer düzlem parçasıdır. Bu düzlem parçalarının her yönde sınırsız uzadığını kabul ederseniz birer düzlem düşünmüş olursunuz.

1. Sınıfınızda taban düzlemi ile bir duvar düzlemini gözleyiniz. Bu iki düzlemin ortak noktaları var mıdır? Yandaki şekilde duvar düzlemi P, taban düzlemi de R ile gösterilmiştir. Bu iki düzlemin ortak noktaları m doğrusu üzerindedir. Bu iki düzlemin arakesiti m doğrusudur. Burada,

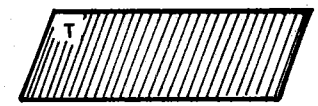


$P \cap R = m$ dir.

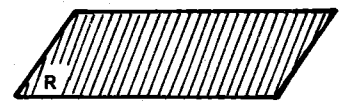
Bu durumdaki düzlemlere **kesişen düzlemler** denir.

Kesişen iki düzlemin arakesiti bir doğrudur.

2. Sınıfınızda taban ve tavan düzlemlerini gözleyiniz. Bu iki düzlemin ortak noktaları var mıdır? Yandaki şekilde taban düzlemi R, tavan düzlemi de T ile gösterilmiştir.



Bu iki düzlemin ortak noktaları yoktur. Burada,



$R \cap T = \emptyset$ dir.

Bu durumdaki düzlemlere **paralel düzlemler** denir ve

R // T yazılır.

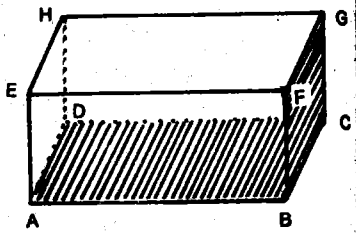
Hiç ortak noktaları olmayan düzlemlere, paralel düzlemler denir.

Alıştırmalar

1. Sınıfınızda kesişen düzlemler gösteriniz.

2. Sınıfınızda paralel düzlemler gösteriniz.

3. Yandaki dikdörtgenler prizmasına bakarak aşağıdaki soruları yanıtlayınız.



a) (ABCD) düzlemi ∩ (BCGF) düzlemi = ?

b) (ABCD) düzlemi ∩ (EFGH) düzlemi = ?

c) (EFGH) düzlemi ∩ (DCGH) düzlemi = ?

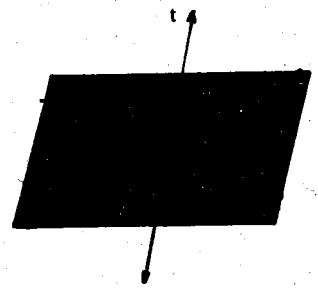
d) EF doğrusu hangi iki düzlemin arakesitidir?

e) AD doğrusu hangi iki düzlemin arakesitidir?

f) F noktası hangi düzlemler içindedir?

4-4. Düzlemde ve Uzayda Ayırmalar

Düzlemde Ayırma



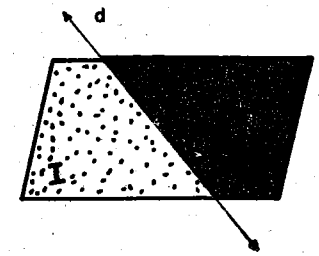
1. Şekilde görüldüğü gibi bir E düzlemi içinde t doğrusu çizelim. Bu doğrunun farklı yanlarında A, B noktalarını işaretleyelim. t doğrusu E düzlemini aşağıdaki biçimde üç kümeye ayırır.

a) t doğrusunun A tarafındaki noktalar kümesi.

b) t doğrusunun B tarafındaki noktalar kümesi.

c) t doğrusu.

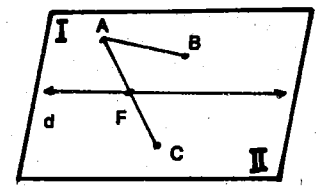
t doğrusunun A tarafındaki noktaların oluşturduğu kümeye **yarı düzlem** denir. Aynı şekilde t doğrusunun B tarafındaki noktaların oluşturduğu küme de bir yarı düzlemdir. t doğrusu bu yarı düzlemlere ait değildir. t doğrusuna bu iki yarı düzlemin **ayırma doğrusu** denir.



2. Şekilde, d doğrusu P düzlemini I ve II gibi iki yarı düzleme ayırmıştır.

d ∪ I'e **kapalı yarı düzlem** adı verilir. Aynı şekilde d ∪ II'de kapalı bir yarı düzlemdir.

I ∪ d ∪ II = P'dir.



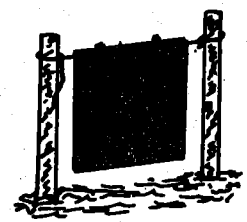
3. E düzlemi üzerinde şekilde olduğu gibi bir d doğrusu çizelim. Bu doğru E düzlemi I ve II gibi iki yarı düzleme ayırır. I yarı düzlemi içinde A, B ve II yarı düzlemi içinde de C noktasını işaretleyelim. A ile B ve C noktalarını birleştirelim.

[A B] ∪ d = Ø ve

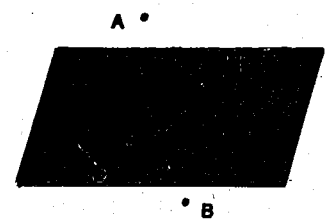
[A C] ∪ d = { F } dir.

Öyleyse, bir yarı düzlem içinde alınan farklı iki noktayı birleştiren doğru parçası, ayırma doğrusunu kesmez.

Uzayda Ayırma



1. Annenizin çamaşır ipine astığı çarşafı bir düzlem olarak düşününüz. Bu çarşaf, uzayı iki kısma ayırır mı? Şekilde gördüğünüz gibi iki direk arasına asılan bir çarşaf, uzayı iki kısma ayırır.



2. Şekildeki gibi bir E düzlemi ile uzayda E düzleminin farklı taraflarında A ve B noktalarını düşünelim. E düzlemi uzayı aşağıdaki biçimde üç kümeye ayırır.

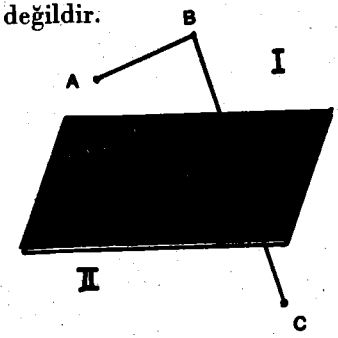
a) E düzleminin A tarafındaki noktalar kümesi.

b) E düzleminin B tarafındaki noktalar kümesi.

c) E düzlemi.

E düzleminin A tarafındaki noktalar kümesine **yarı uzay** denir. Aynı şekilde E düzleminin B tarafındaki noktaların oluşturduğu küme de bir yarı uzaydır. E düzlemine bu yarı uzayların **yüzü** denir.

E yüzü bu iki yarı uzayın hiçbirine ait değildir.



3. Şekilde E düzlemi uzayı I ve II yarı uzaylarına ayırmıştır. I yarı uzayında A, B ve II yarı uzayında C noktasını aldığımızı, B noktası ile A ve C noktalarını birleştirdiğimizi düşünelim.

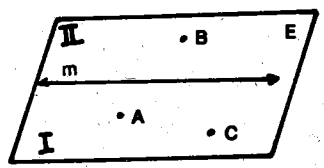
$[AB] \cap E = \emptyset$ ve

$[BC] \cap E = \{F\}$ dir.

Öyleyse, bir yarı uzay içinde alınan farklı iki noktayı birleştiren doğru parçası, yarı uzayların ayırma yüzünü kesmez.

Alıştırmalar

1. Bir nokta uzayı ayırabilir mi
2. Bir nokta içinde bulunduğu düzlemi ayırabilir mi?
3. Bir nokta üzerinde bulunduğu doğruyu ayırabilir mi?
4. Bir doğru uzayı ayırabilir mi?
5. Bir doğru içinde bulunduğu düzlemi ayırabilir mi?
6. Bir düzlem uzayı ayırabilir mi?
7. Şekilde m doğrusu E düzlemini I ve II yarı düzlemlerine ayırmıştır.

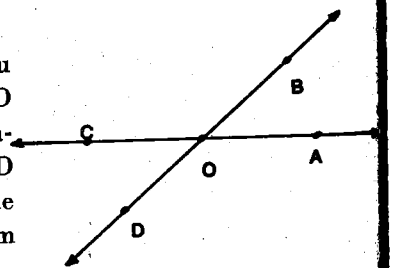


$A, C \in I$ ve $B \in II$'dir.

[AB] ve [AC] doğru parçalarını çizerek aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

a) $[AB] \cap m = ?$
b) $[AC] \cap m = ?$
c) $I \cup m \cup II = ?$

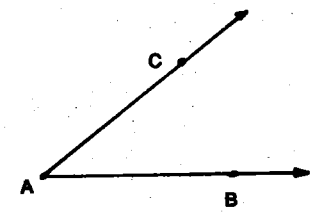
8. Defterinize yandaki şekilde olduğu gibi birbirini 0 noktasında kesen AC ve BD doğrularını çiziniz. AC doğrusunun B tarafındaki yarı düzlemi siyah kalemle, BD doğrusunun A tarafındaki yarı düzlemi de kırmızı kalemle tarayınız. Hem siyah, hem de kırmızı ile taralı bölge neresidir?



4-5. Açılar ve Üçgenler

Açılar

1. Yandaki şekilde olduğu gibi, defterinize başlangıç noktaları ortak olan ve aynı doğru üzerinde bulunmayan [AB ve [AC ışınlarını çiziniz. Bu iki ışının birleşimine **açı** denir. A noktasına açının **köşesi** [AB ve [AC ışınlarına da açının **kenarları** denir.

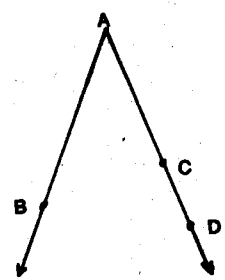


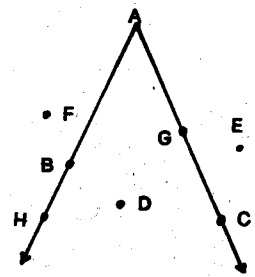
2. [AB ve [AC ışınlarının birleşim kümesi olan açıyı, $B\hat{A}C$ ya da $C\hat{A}B$ biçimlerinde yazar, "BAC acısı, ya da CAB açısı" diye okuruz. Bu açıyı köşesindeki harfle $\hat{A}$ biçiminde yazar "A açısı" diye de okuyabiliriz.

$BAC = [AB \cup [AC$ dır. Öyleyse,

Açı, aynı noktadan çıkan ve doğrusal olmayan iki ışının birleşim kümesidir.

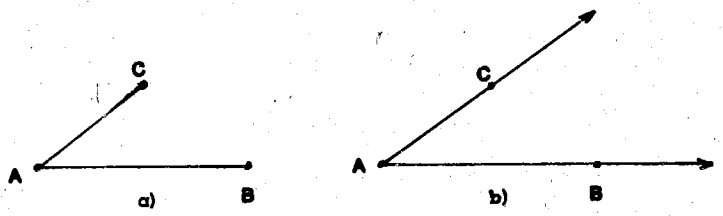
3. Şekildeki açıyı, $B\hat{A}C$ ya da $C\hat{A}B$ biçiminde yazarız. Aynı açıyı, $B\hat{A}D$ ya da $D\hat{A}B$ biçiminde de yazabiliriz. Aynı açıyı istersek $\hat{A}$ biçiminde de yazabiliriz.





4. Açı, bir noktalar kümesi olduğundan, A, B, C, G, H noktaları $B\hat{A}C$ açısına ait; D, E, F noktaları ise bu açıya ait değildir.

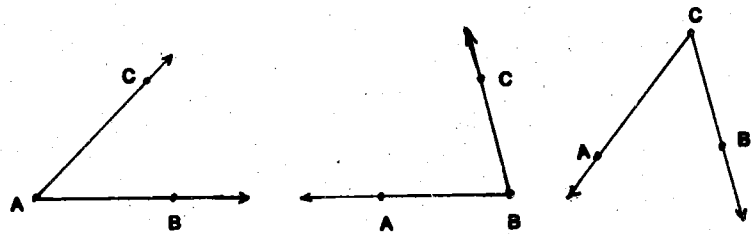
5. Aşağıdaki (a) şekli, (b) şeklindeki duruma getirildiğinde bir açı belirtir.



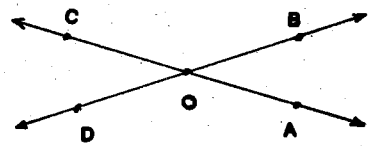
Örnekler

1. Örnek : Defterinize doğrusal olmayan A, B, C noktalarını işaretleyiniz. Bu üç noktayı kullanarak kaç açı çizebilirsiniz?

Bu üç noktayı kullanarak, aşağıda gördüğünüz üç açıyı çizebiliriz.



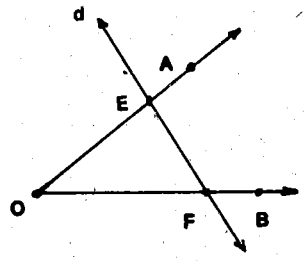
2. Yandaki şeklin belirttiği açıları yazalım.



Bu açılar,

$A\widehat{O}B$, $B\widehat{O}C$, $C\widehat{O}D$ ve $A\widehat{O}D$ açılarıdır.

3. Örnek : Şekildeki $A\widehat{O}B$ açısı ile d doğrusunun kesişimini bulalım.



$d \cap A\widehat{O}B = \{E, F\}$ dir.

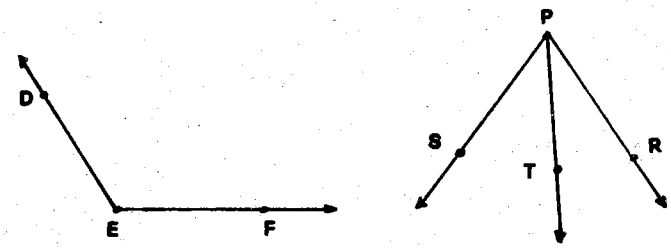
Alıştırmalar

1. Açı bir noktalar kümesi idi. Açıyı oluşturan noktalar düzlemsel midir?

2. Kesişen iki doğru kaç açı belirtir?

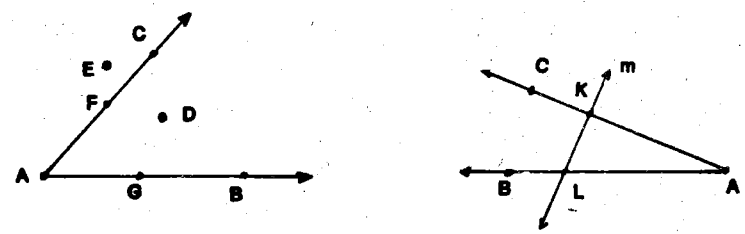
3. A, B, C noktaları doğrusal olmayan üç nokta olduğuna göre [CA ve [CB ışınları hangi açıyı belirtir?

4. Aşağıda çizilmiş olarak verilen açıları okuyunuz.



5. Defterinize, üçü doğrusal olmayan herhangi dört nokta işaretleyiniz. Bu noktalardan herhangi üçünü kullanarak kaç tane açı çizebilirsiniz?

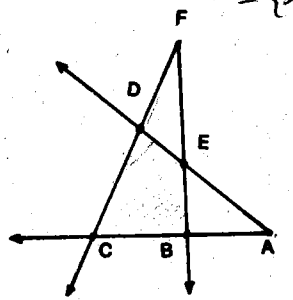
6. Aşağıdaki birinci şekilde hangi noktalar $B\widehat{A}C$ açısına ait, hangileri ait değildir ?$\in$ ve $\notin$ işaretleri ile gösteriniz.



7. Yukarıdaki ikinci şekilde $B\widehat{A}C$ açısını kesen m doğrusu verilmiştir.

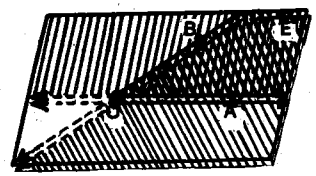
$m \cap B\widehat{A}C = ?$ yazınız.

8. Aşağıdaki şekle bakarak, $B\hat{A}D \cap B\hat{F}C = ?$ yazınız.



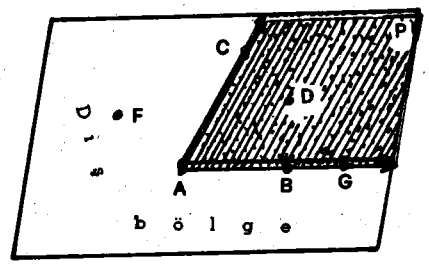
Açının iç ve Dış Bölgeleri

1. Bir E düzlemi içinde verilen $A\hat{O}B$ açısının kenarlarını ters yöne doğru uzatalım. ([OA ve [OB ışınlarının zıt ışınlarını çizelim).



OA ayırma doğrusunun B tarafındaki yarı düzlemi siyah kalemle, OB ayırma doğrusunun A tarafındaki yarı düzlemi de kırmızı kalem ile tarayalım. Hem siyah, hem de kırmızı kalemle taralı olan bölge neresidir? Bu bölgeye $A\hat{O}B$ açısının **iç bölgesi** ya da **içi** denir.

2. Şekilde, P düzlemi içinde çizilen $B\hat{A}C$ açısının iç bölgesi taranmıştır. Taralı olmayan bölgeye $B\hat{A}C$ açısının **dış bölgesi** ya da **dışı** denir. Burada, D noktası $B\hat{A}C$ açısının içinde, F noktası $B\hat{A}C$ açısının dışında, G noktası da $B\hat{A}C$ açısının üzerindedir.



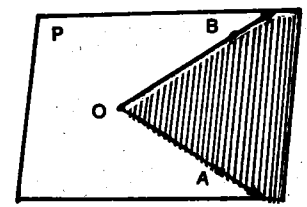
$B\hat{A}C$ açısı P düzlemini aşağıdaki biçimde üç kümeye ayırır.

a) $B\hat{A}C$ açısının içindeki noktalar kümesi.

b) $B\hat{A}C$ açısının dışındaki noktalar kümesi.

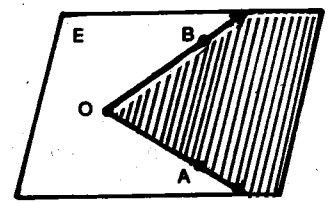
c) $B\hat{A}C$ açısı.

3. Yandaki şekilde P düzlemi içindeki $A\hat{O}B$ açısının iç bölgesi taranmıştır. $A\hat{O}B$ açısı ile taralı olan bu bölgenin birleşim kümesine AOB **açısal bölgesi** denir, $(A\hat{O}B)$ biçiminde yazılır ve "AOB açısal bölgesi" diye okunur.



Örnekler

1. Örnek : Şekil de E düzlemi içinde çizilen $A\hat{O}B$ açısı, E düzlemini üç kümeye ayırır. Bu üç kümenin birleşim kümesini bulalım.



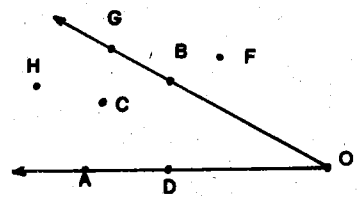
($A\hat{O}B$'nın içi) ∪ $A\hat{O}B$ ∪ ($A\hat{O}B$'sının dışı) = E olur.

2. Örnek : Şekilde hangi noktalar :

a) $A\hat{O}B$ açısının içindedir?

b) $A\hat{O}B$ açısının dışındadır?

c) $A\hat{O}B$ açısının üzerindedir?



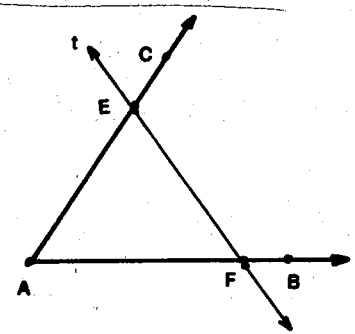
Yanıtlar

a) H, C noktaları $A\hat{O}B$ açısının içindedir.

b) F noktası $A\hat{O}B$ açısının dışındadır.

c) A, D, O, B, G noktaları $A\hat{O}B$ açısının üzerindedir.

3. Örnek : Şekilde t doğrusu $B\hat{A}C$ açısını kesmektedir. Aşağıdaki soruları yanıtlandıralım.



a) $t \cap B\hat{A}C = ?$

b) $t \cap (B\hat{A}C$'nin içi$) = ?$

c) $t \cap (B\hat{A}C) = ?$

Yanıtlar

a) E $F \in t$ ve $E, F \in B\widehat{A}C$ olduğundan

$t \cap B\widehat{A}C = \{E, F\}$ dir.

b) $E, F \in t$ ve $E, F \notin$ ($B\widehat{A}C$'nın içi) olduğundan,

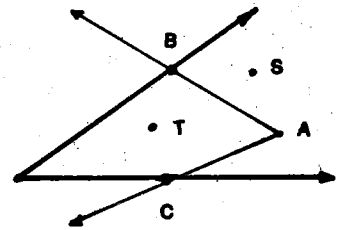
$t \cap$ ($B\widehat{A}C$'nın içi) $=]EF[$ dir.

c) $E, F \in t$ ve $E, F \in (B\widehat{A}C)$ olduğundan,

$t \cap (B\widehat{A}C) = [EF]$ dir.

Alıştırmalar

1. Şekildeki $B\widehat{A}C$, $B\widehat{D}C$ açılarının içlerini tarayınız.

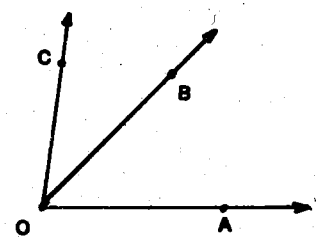


a) S noktası hangi açının içindedir?

b) T noktası hangi açıların içindedir?

c) ($B\widehat{A}C$'nın içi) $\cap$ ($B\widehat{D}C$'nın içi) hangi bölgedir?

2. Şekle bakarak aşağıdaki soruları yanıtlayınız.



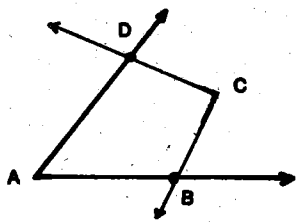
a) $A\widehat{O}B \cap B\widehat{O}C = ?$

b) ($A\widehat{O}B$'nın içi) $\cap$ ($B\widehat{O}C$'nın içi) $= ?$

c) $A\widehat{O}B \cap A\widehat{O}C = ?$

d) $(A\widehat{O}B) \cap (B\widehat{O}C) = ?$

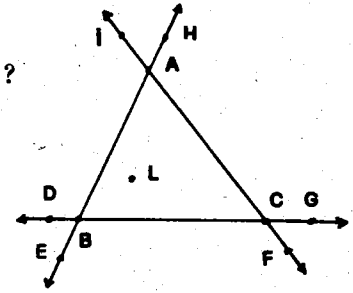
3. Yandaki şekle göre, aşağıdaki soruları yanıtlayınız.



a) A, B, D noktaları, $B\widehat{C}D$ açısının neresindedirler?

b) B, C, D noktaları, $B\widehat{A}D$ açısının neresindedirler?

4. Aşağıdaki şekle bakarak aşağıdaki soruları yanıtlayınız.



a) Şekilde kaç tane açı vardır? Bu açıları yazınız.

b) L noktası hangi açıların içindedir?

c) G noktası hangi açıların üzerindedir?

d) $AC \cap H\widehat{B}G = ?$

e) $[AC] \cap$ ($H\widehat{B}G$'nın içi) $= ?$

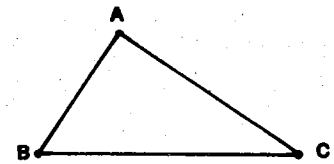
f) $B\widehat{C}A \cap H\widehat{B}G = ?$

g) ($B\widehat{C}A$'nın içi) $\cap$ ($H\widehat{B}G$'nın içi) $= ?$

h) $(B\widehat{C}A) \cap (H\widehat{B}G) = ?$

Üçgenler

1. Defterinize üçü bir doğru üzerinde olmayan A, B, C noktalarını işaretleyiniz. Bu noktalar arasını cetvelinizle birleştiriniz.



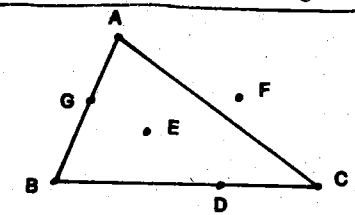
[AB], [AC] ve [BC] doğru parçalarının birleşimine **üçgen** denir. A, B, C noktalarına **üçgenin köşeleri**, [AB], [AC] ve [BC] doğru parçalarına da **üçgenin kenarları** denir.

2. [AB], [AC] ve [BC] doğru parçalarının birleşiminden oluşan üçgeni, $\widehat{ABC}$ biçiminde yazar, "ABC üçgeni" diye okuruz. Üçgeni okurken ya da yazarken köşelerinin söyleniş sırası önemli değildir. $\widehat{ABC}$ üçgeni; $\widehat{ACB}$, $\widehat{BAC}$, $\widehat{BCA}$, $\widehat{CAB}$ ve $\widehat{CBA}$ biçimlerinde de yazılıp okunabilir.

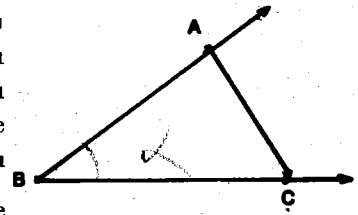
$\widehat{ABC} = [AB] \cup [AC] \cup [BC]$ dir. Öyleyse,

Üçgen, doğrusal olmayan üç noktayı ikişer ikişer birleştiren doğru parçalarının birleşim kümesidir.

3. Üçgen bir noktalar kümesi olduğundan, A, B, C, D, G noktaları $\widehat{ABC}$ üçgenine ait; E, F noktaları ise bu üçgene ait değildir.

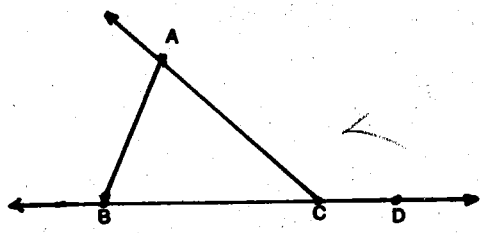


4. Üçgenin kenarları birer doğru parçası olduğundan, iki tanesinin birleşimi açı değildir. Örneğin, [AB] ∪ [BC] bir açı değildir. Bunlar bir açı belirtir. Bu açıyı elde etmek için şekilde olduğu gibi, [BA ve [BC ışınlarını çizmek gerekir. Elde edilen bu açı $\widehat{ABC}$ açısı ya da $\widehat{B}$ açısı olarak okunur ve yazılır. Diğer açıları da siz çiziniz.



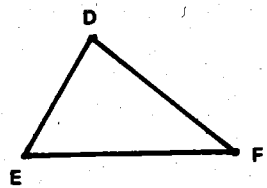
Bir $\widehat{ABC}$ üçgeninde, $\widehat{BAC}$, $\widehat{ABC}$ ve $\widehat{ACB}$ gibi üç tane açı vardır. Bu açılara $\widehat{ABC}$ üçgeninin **iç açıları** denir.

5. Yandaki şekilde $\widehat{ABC}$ üçgeninin [BC] kenarını kapsayan BC doğrusu ile [CA ışını çizilerek $\widehat{ACB}$ açısı ile $\widehat{ACD}$ açısı elde edilmiştir. $\widehat{ACD}$ açısına, C köşesindeki **dış açı** denir, $\widehat{C'}$ biçiminde yazılır ve "C üssü açısı" diye okunur. $\widehat{C}$ iç açısı ile $\widehat{C'}$ dış açılarının [CA kenarları ortak, [CB kenarı ile [CD kenarı ise zıt ışınlardır.



Örnekler

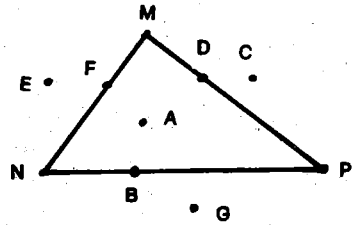
1. Örnek : Yandaki üçgeni kaç biçimde okuyup yazabiliriz?



Bu üçgeni,

$\widehat{DEF}$, $\widehat{DFE}$, $\widehat{EDF}$, $\widehat{EFD}$, $\widehat{FDE}$, $\widehat{FED}$ üçgenleri biçiminde okuyup yazabiliriz.

2. Örnek Şekilde hangi noktalar üçgenin elemanı, hangi noktalar üçgenin elemanı değildir?

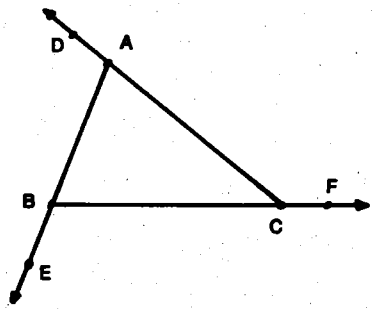


Üçgen bir noktalar kümesi olduğundan,

M, F, N, B, P, D ∈ $\widehat{MNP}$ ve A, C, E, G ∉ $\widehat{MNP}$ dir.

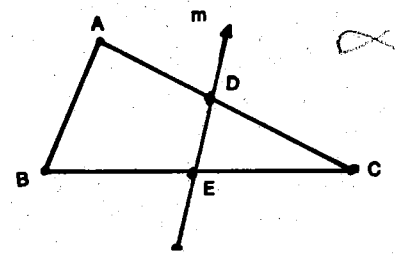
3. Örnek : Aşağıdaki ABC üçgeninin dış açılarını yazalım.

Bu açılar,



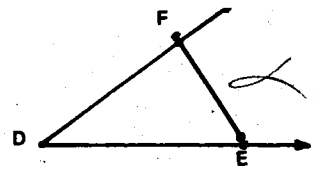
$\widehat{DAE}$, $\widehat{EBF}$ ve $\widehat{ACF}$'dir.

4. Örnek : Yanda verilen $\widehat{ABC}$ üçgeni ile m doğrusunun ara kesitini bulalım.



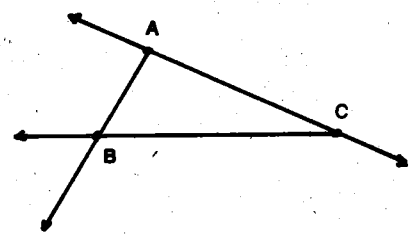
m ∩ $\widehat{ABC}$ = {D, E} dir.

5. Örnek : Şekildeki $\widehat{DEF}$ üçgeni ile $\widehat{EDF}$ açısının arakesitini bulalım.



$\widehat{DEF}$ ∩ $\widehat{EDF}$ = [DE] ∪ [DE] olur.

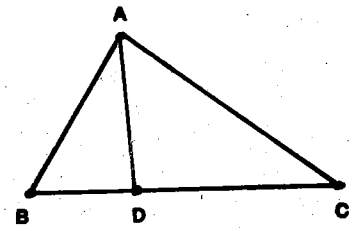
6. Örnek : Şekilde $\widehat{ABC}$ üçgeninde çizilen $\widehat{BAC}$ açısı ile $\widehat{ACB}$ açısının kesişimini bulalım.



$\widehat{BAC}$ ∩ $\widehat{ACB}$ = {B} ∪ [AC] olur.

Alıştırmalar

1. Şekildeki üçgenleri okuyunuz ve yazınız.

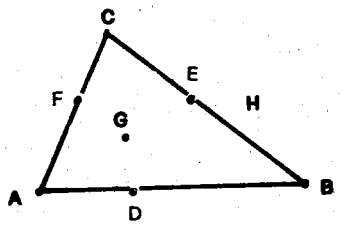


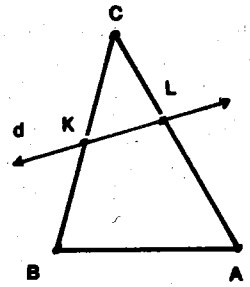
2. Bir $\widehat{DEF}$'ni ile bu üçgenin $\widehat{D}$, $\widehat{E}$, $\widehat{F}$ açılarını çiziniz.

3. $\widehat{ABC}$ üçgeninde kaç tane iç ve kaç tane dış açı vardır?

4. Bir $\widehat{DEF}$ üçgeninin, $\widehat{D}$, $\widehat{E}$, $\widehat{F}$ açılarının birleşimi $\widehat{DEF}$ üçgenini kapsar mı? Şekil çizerek gösteriniz.

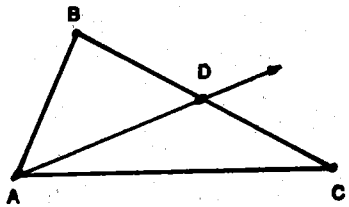
5. Aşağıdaki şekilde hangi noktalar $\widehat{ABC}$' nin elemanlarıdır?





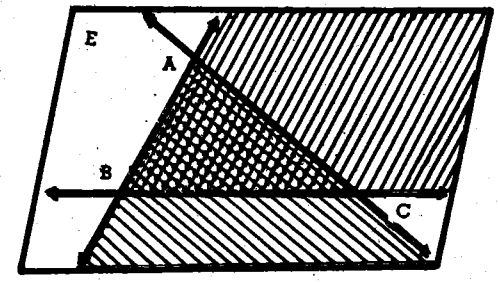
6. Yukarıdaki şekle bakarak $\widehat{ABC}$ ile d doğrusunun arakesitini bulunuz.

7. Aşağıdaki şekle bakarak, $\widehat{ABC}$ ile [CD ışınının arakesitini bulunuz.



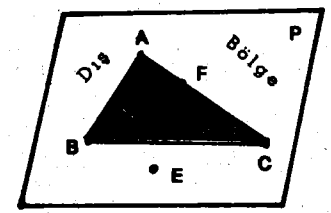
Üçgenin iç ve Dış Bölgeleri

1. Bir E düzlemi içinde verilen $\widehat{ABC}$ üçgeninin kenarlarını kapsayan doğruları çizelim.



$\widehat{ABC}$'nın içini siyah, $\widehat{BAC}$'nın içini kırmızı kalemle tarayalım. Hem siyah, hem de kırmızı kalemle taralı bölge neresidir? Bu bölgeye $\widehat{ABC}$ üçgeninin **iç bölgesi** ya da **içi** denir.

2. Şekilde P düzlemi içinde verilen $\widehat{ABC}$ üçgeninin içi taranmıştır. Taralı olmayan bölgeye $\widehat{ABC}$ üçgeninin **dış bölgesi** ya da **dışı** denir. Burada, D noktası $\widehat{ABC}$ üçgeninin içinde, E noktası $\widehat{ABC}$ üçgeninin dışında F noktası da $\widehat{ABC}$ üçgeninin üzerindedir. $\widehat{ABC}$ üçgeni P düzlemini aşağıdaki biçimde üç kümeye ayırır.

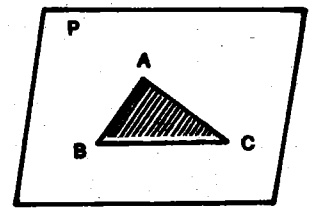


a) $\widehat{ABC}$ üçgeninin içindeki noktalar kümesi.

b) $\widehat{ABC}$ üçgeninin dışındaki noktalar kümesi.

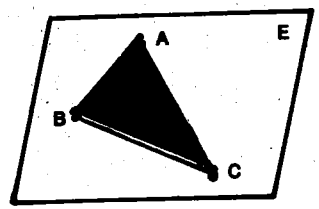
c) $\widehat{ABC}$ üçgeni.

3. Yandaki şekilde P düzlemi içindeki $\widehat{ABC}$ üçgeninin iç bölgesi taranmıştır. $\widehat{ABC}$ üçgeni ile taralı olan bu bölgenin birleşim kümesine ABC **üçgensel bölgesi** denir, ($\widehat{ABC}$) biçiminde yazılır ve "ABC üçgensel bölgesi" diye okunur.



Örnekler

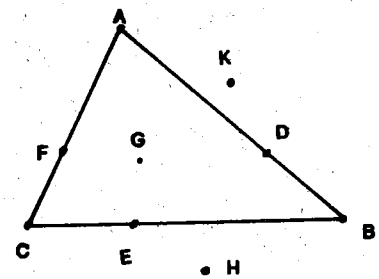
1. Örnek : Şekilde E düzlemi içinde çizilen $\widehat{ABC}$ üçgeni, E düzlemini üç kümeye ayırır. Bu üç kümenin birleşim kümesini yazalım.



($\widehat{ABC}$'nin içi) ∪ $\widehat{ABC}$

∪ ($\widehat{ABC}$'nin dışı) = E olur.

2. Örnek : Şekilde hangi noktalar :



a) $\widehat{ABC}$ üçgeninin içindedir?

b) $\widehat{ABC}$ üçgeninin dışındadır?

c) $\widehat{ABC}$ üçgeninin üzerindedir?

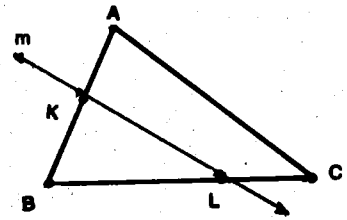
Yanıtlar

a) G noktası $\widehat{ABC}$ üçgeninin içindedir.

b) H, K noktaları $\widehat{ABC}$ üçgeninin dışındadır.

c) A, B, C, D, E, F noktaları $\widehat{ABC}$ üçgeninin üzerindedir.

3. Örnek : Şekilde m doğrusu $\widehat{ABC}$ üçgenini kesmektedir.



a) m ∩ $\widehat{ABC}$ = ?

b) m ∩ ($\widehat{ABC}$'nin içi) = ?

c) m ∩ ($\widehat{ABC}$) = ?

Yanıtlar

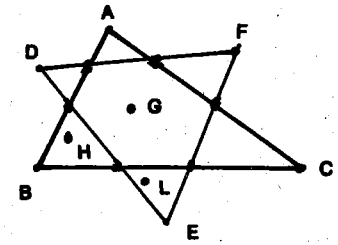
a) K, L ∈ m ve K, L ∈ $\widehat{ABC}$ olduğundan,
m ∩ $\widehat{ABC}$ = {K, L} dir.

b) K, L ∈ m ve K, L ∉ ($\widehat{ABC}$'nın içi) olduğundan,
m ∩ ($\widehat{ABC}$'nin içi) =]KL[olur.

c) K, L ∈ m ve K, L ∈ ($\widehat{ABC}$) olduğundan,
m ∩ ($\widehat{ABC}$) = [KL] olur.

Alıştırmalar

1. Şekildeki $\widehat{ABC}$ üçgeni ile $\widehat{DEF}$ üçgenin içlerini tarayınız.



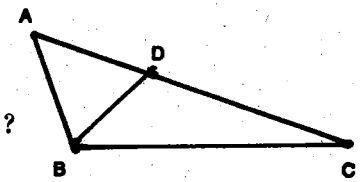
a) H noktası hangi üçgenin içindedir?

b) L noktası hangi üçgenin içindedir?

c) G noktası hangi üçgenlerin içindedir?

d) ($\widehat{ABC}$'nin içi) ∩ ($\widehat{DEF}$'nin içi) hangi bölgedir? Tarayınız.

2. Şekle bakarak aşağıdaki soruları yanıtlayınız.



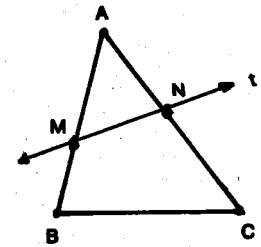
a) $\widehat{ABD}$ ∩ $\widehat{BCD}$ = ?

b) $\widehat{ABC}$ ∩ $\widehat{BCD}$ = ?

c) ($\widehat{ABD}$'nin içi) ∩ ($\widehat{BCD}$'nin içi) = ?

d) ($\widehat{ABD}$) ∪ ($\widehat{BCD}$) = ?

3. Şekle bakarak :



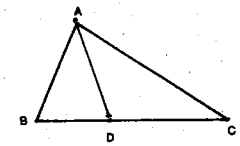
a) $\widehat{ABC}$ ∩ t = ?

b) ($\widehat{ABC}$) ∩ t = ?

c) ($\widehat{ABC}$'nin içi) ∩ t = ?

Sorularını yanıtlayınız.

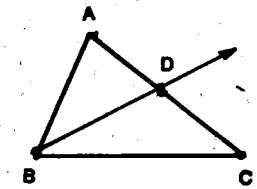
4. Aşağıdaki şekle bakarak aşağıdaki soruları yanıtlayınız.



a) ($\widehat{ABC}$'nin içi) ∩ ($\widehat{ACD}$'nın içi) = ?

b) ($\widehat{ABC}$) ∩ ($\widehat{ACD}$) = ?

5. Aşağıdaki şekilde $\widehat{ABC}$ ve [BD ışını çizilmiştir. Aşağıdaki soruları yanıtlayınız.



a) [BD ∩ $\widehat{ABC}$ = ?

b) [BD ∩ ($\widehat{ABC}$'nin içi) = ?

c) [BD ∩ ($\widehat{ABC}$) = ?

4. BÖLÜM ÜZERİNDE ALIŞTIRMALAR

1. Elemanları A, B, C, D, E noktaları olan M kümesini liste biçiminde yazınız.

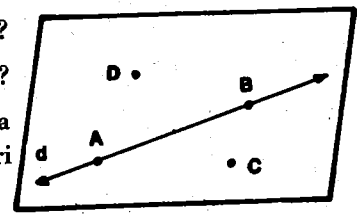
2. N = {G, H, İ, K, L} ve P = {H, İ, K, S, R} kümelerinin elemanları birer noktadır. Bu kümeleri Venn şeması ile gösteriniz.

3. Uzay bir noktalar kümesi midir?

4. Düzlem nasıl bir noktalar kümesidir?

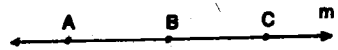
5. Doğru nasıl bir noktalar kümesidir?

6. Şekildeki hangi noktalar d doğrusuna ait, hangileri ait değildir? $\in$ ve $\notin$ sembolleri ile gösteriniz.



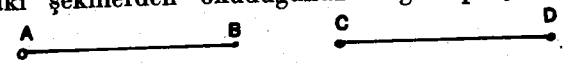
7. Uzayda, herhangi üçü bir doğru üzerinde olmayan A, B, C, D noktaları veriliyor. Bu dört nokta kaç düzlem belirtir?

8. Yandaki şekilde m doğrusu üzerinde sıra ile A, B, C noktaları işaretlenmiştir. Aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

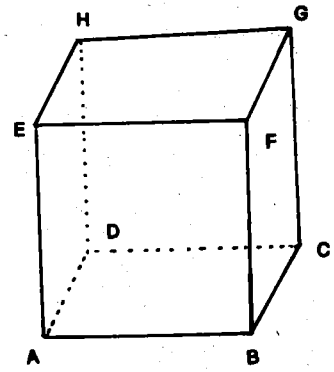


a) [BC] ∪ [AC = ?
b) [BA ∪ [BC = ?
c) [AB] ∪ [BC] = ?
d) [BC] ∩ [AC = ?
e) [BA ∩ [BC = ?
f)]BA ∩]BC = ?
g) [AC] ∩ [BC] = ?

9. Aşağıdaki şekillerden okuduğunuz doğru parçalarını yazınız.

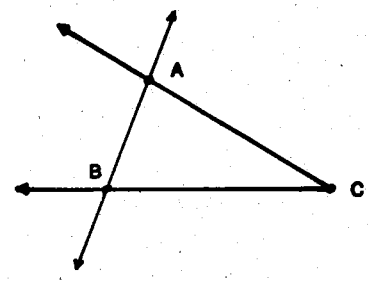


10. Yanda resmini gördüğünüz küpün her ayrıtı bir doğru, her yüzü de bir düzlem belirtir. Bu küpte :



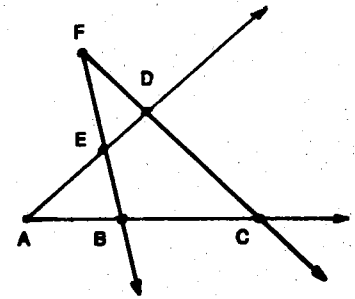
a) Kesişen doğrular,
b) Paralel doğrular,
c) Aykırı doğrular,
d) Paralel düzlemler,
e) Kesişen düzlemler, gösteriniz.

11. Aşağıdaki şekle bakarak aşağıdaki soruları yanıtlayınız.



a) $\widehat{ACB} \cap AB = ?$
b) ($\widehat{ACB}$'nın içi) $\cap$ AB = ?
c) $\widehat{ACB} \cap \widehat{ABC} = ?$
d) ($\widehat{ABC}$'nin içi) $\cap$ AB = ?
e) ($\widehat{ABC}$) $\cap$ AB = ?

12. Aşağıdaki şekle bakarak aşağıdaki soruları yanıtlayınız.



a) $C\widehat{A}D \cap B\widehat{F}C = ?$
b) $C\widehat{A}D \cap [FB = ?$
c) ($\widehat{CAD}$'nın içi) $\cap$ [FC = ?
d) $\widehat{ABC} \cap [FB = ?$
e) ($\widehat{ABC}$'nin içi) $\cap$ [FB = ?
f) ($\widehat{ABC}$) $\cap$ [FB = ?

DEĞERLENDİRME SORULARI : IV

Aşağıdaki sorulara verilen yanıtlardan bir tanesi doğru, öbürleri yanlıştır. Doğru yanıtı bularak, yanıt kartında, her sorunun karşısındaki dört paralel çizgiden birisinin içini karalayınız.

Yanıt kartı

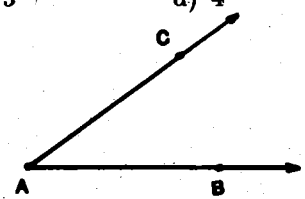
	a	b	c	d		a	b	c	d
1.	=	=	=	=	11.	=	=	=	=
2.	=	=	=	=	12.	=	=	=	=
3.	=	=	=	=	13.	=	=	=	=
4.	=	=	=	=	14.	=	=	=	=
5.	=	=	=	=	15.	=	=	=	=
6.	=	=	=	=	16.	=	=	=	=
7.	=	=	=	=	17.	=	=	=	=
8.	=	=	=	=	18.	=	=	=	=
9.	=	=	=	=	19.	=	=	=	=
10.	=	=	=	=	20.	=	=	=	=

Sorular

1. Aşağıdaki nokta kümelerinden hangisi düzlemseldir?
   a) Doğru b) Işın c) Yarı düzlem d) Yarı doğru
2. Aşağıdaki nokta kümelerinden hangisi doğrusaldır?
   a) Işın b) Düzlem c) Yarı Düzlem d) Uzay
3. Aşağıdakilerden hangisi uzayı ayırır?
   a) Nokta b) Doğru c) Işın d) Düzlem
4. Aşağıdakilerden hangisi düzlemi ayırır?
   a) Doğru b) Yarı doğru c) Işın d) Nokta
5. Düzlemi kaç nokta belirtir?
   a) 4 b) 3 c) 1 d) 6
6. Doğruyu kaç nokta belirtir?
   a) 1 b) 3 c) 2 d) 4

7. İki düzlemin arakesiti aşağıdakilerden hangisidir?
   a) Yarı doğru b) Işın c) Doğru parçası d) Doğru
8. İki doğrunun arakesiti aşağıdakilerden hangisidir?
   a) Yarı doğru b) Nokta c) Işın d) Doğru parçası
9. Bir doğru bir düzlemi kestiğine göre, arakesit aşağıdakilerden hangisidir?
   a) Doğru b) Işın c) Nokta d) Doğru parçası
10. Bir doğru ile bir düzlemin ortak iki noktası varsa, aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?
    a) Doğru düzlemin dışındadır.
    b) Doğru düzlemi deler.
    c) Doğrunun diğer noktaları düzleme ait değildir.
    d) Doğru düzlemin içindedir.
11. Bir açının kenarları aşağıdakilerden hangisidir?
    a) Işın b) Yarı doğru c) Doğru Doğru parçası
12. Bir doğru bir açıyı en çok kaç noktada keser?
    a) 1 b) 2 c) 3 d) 4
13. Bir doğru bir açıyı en az kaç noktada keser?
    a) 1 b) 3 c) 4 b) 2
14. Yandaki doğru parçasının doğru yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

    a) [AB] b)]AB] c) [AB[d)]AB[
15. Doğrusal olmayan üç ıoktayı kullanarak kaç tane açı çizebilirsiniz?
    a) 3 b) 2 c) 1 d) 6
16. Uzayda doğrusal olmayan dört nokta kaç tane düzlem belirtir?
    a) 1 b) 2 c) 3 d) 4
17. Yandaki açının doğru yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?



    a) $\widehat{ACB}$ b) $\widehat{BAC}$ c) $\widehat{ABC}$ d) $\widehat{CBA}$

18. Yandaki şekle göre,

$m \cap \widehat{DEF} = ?$

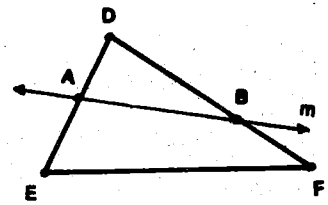
aşağıdakilerden hangisidir?

a) $m \cap \widehat{DEF} = [AB]$

b) $m \cap \widehat{DEF} =]AD[$

c) $m \cap \widehat{DEF} = \{A\}$

d) $m \cap \widehat{DEF} = \{A, B\}$



19. Yandaki şekle göre,

$\widehat{EAC} \cap \widehat{CBD} = ?$

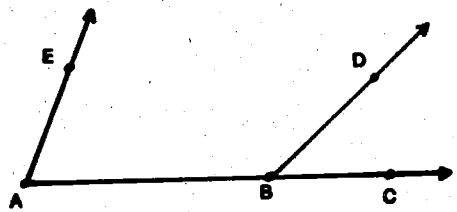
aşağıdakilerden hangisidir?

a) $\widehat{EAC} \cap \widehat{CBD} = [AB]$

b) $\widehat{EAC} \cap \widehat{CBD} = [BC$

c) $\widehat{EAC} \cap \widehat{CBD} = [BC]$

d) $\widehat{EAC} \cap \widehat{CBD} = [AC]$



20. Yandaki şekle göre,

$\widehat{ABC} \cap \widehat{ABC} = ?$

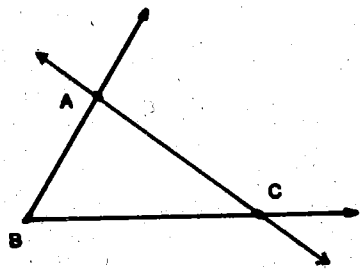
aşağıdakilerden hangisidir?

a) $\widehat{ABC} \cap \widehat{ABC} = \{A, C\}$

b) $\widehat{ABC} \cap \widehat{ABC} = [AB]$

c) $\widehat{ABC} \cap \widehat{ABC} = [BC$

d) $\widehat{ABC} \cap \widehat{ACB} = [AB] \cup [BC]$



5. BÖLÜM — ASAL SAYILAR ve ÇARPANLARA AYIRMA

Konunun anahatları

5–1. Asal Sayılar
5–2. Bölünebilme
5–3. Çarpanlar ve Çarpanlara Ayırma
5–4. Ortak Bölenlerin En Büyüğü (O. B. E. B)
5–5. Bölmede Kalanlar (Bölme Algoritması)
5–6. Ortak katların En Küçüğü (O. K. E. K.)

5–1. Asal Sayılar

Çarpan		Çarpan		Çarpım	Bölünen		Bölen		Bölüm
↙		↘		↓	↓		↓		↓
3	×	7	=	21	21	:	3	=	7
7	×	3	=	21	21	:	7	=	3
1	×	21	=	21	21	:	1	=	21
21	×	1	=	21	21	:	21	=	1

1. Yukarıdaki işlemleri inceleyelim. 21 sayısının çarpanları 3, 7, 1 ve 21 sayılarıdır. Bölme, çarpmanın ters işlemi olduğundan, bu çarpanlar 21 sayısını kalansız olarak bölerler. 3, 7, 1 ve 21 sayılarına, 21 sayısının **bölenleri** denir.

21 : 3 = 7 iken 3 × 7 = 21'dir. Bunun anlamı şudur, 3 sayısı 21 sayısının böleni, ya da 21 sayısı 3 sayısının katıdır. 21 sayısı; 3'ün 7 katı, 7'nin 3 katı, 1'in 21 katı ve 21'in de 1 katıdır. Öyleyse, her doğal sayı, böleninin bir katıdır. 21 sayısını bölen sayıların kümesi ya da 21 sayısının çarpanlarının kümesi {1, 3, 7, 21} dir. Böylece, bir doğal sayının bölenleri aynı zamanda o sayının çarpanları olur.

2. 12 sayısının bölenlerinin kümesini yazalım.

1 × 12 = 12 iken	12 : 1 = 12
12 × 1 = 12 iken	12 : 12 = 1
2 × 6 = 12 iken	12 : 2 = 6

$6 \times 2 = 12$ iken $\quad 12 : 6 = 2$

$3 \times 4 = 12$ iken $\quad 12 : 3 = 4$

$4 \times 3 = 12$ iken $\quad 12 : 4 = 3$ dür.

12 sayısının bölenlerinin kümesi $= \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ dir.

3. 1 sayısı çarpma işleminin etkisiz elemanı idi. Öyleyse, her doğal sayı 1'in katıdır. Örneğin $5 = 5 \times 1$ dir. Her doğal sayı 1'e bölünür. Fakat her doğal sayı, kendinden küçük bazı sayıların katı değildir.

4. 1'den 30'a kadar olan sayma sayılarını yazıp, 2'nin katlarını araştıralım. 2'nin kendinden sonra gelen ilk katı 4'tür. 4'ü ve 4'ten sonra gelen 2'nin katı olan sayıları çizelim.

1	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	27	~~28~~	29	~~30~~

Bu kez, 3'ün kendinden sonra gelen katlarını çizelim. (3'ten sonra, 1, 2, 3; 1, 2, 3 ... diye sayıp çizeriz). 3'ün katı olan sayılardan bazıları 2'nin katı olduğundan daha önce çizilmiştir.

4, ikinin katıdır. 4'ün katı olan sayılar 2'nin katıdır. 4'ün katı olan sayılar 2'nin katları çizilirken çizilmiştir.

5'in katı olan sayılardan bazıları 2 ve 3'ün katları olduklarından önce çizilmiştir. Çizilmedik yalnız 25 sayısı kalmıştır. onu da çizelim. Böylece 30 sayıdan 19 tanesi çizilmiş oldu.

Tabloda üzeri çizilmiş olan sayılara **asal olmayan** sayılar adı verilir.

1 hariç, kendinden küçük olan bir sayma sayısına bölünebilen her doğal sayıya **asal olmayan sayı** denir.

Tabloda 1 hariç, üzeri çizilmemiş olan sayılara **asal sayılar** adı verilir.

1 hariç, 1 sayısından ve kendisinden başka sayılara bölünemeyen sayılara **asal sayı** denir.

5. 1'den 100'e kadar sayıları yazıp, asal sayıları bulalım.

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

Yukarıdaki yöntemi uygulayalım.

1 asal sayı değildir. Çizelim,

2 asal sayıdır. 2'den sonra gelen her ikinci sayı, (çift sayılar) 2'nin katı olduğundan asal değildir. Çizelim.

3 asal sayıdır. 3'ten sonra gelen her üçüncü sayı, 3'ün katı olduğundan asal değildir. Çizelim.

4 ve 4'ün katı olan sayılar 2'nin katları olduğundan asal değildirler, önce çizilmiştir.

5 asaldır. 5'ten sonra gelen her beşinci sayı, 5'in katı olduğundan asal değildir. Çizelim.

7 asaldır. 7'den sonra gelen her yedinci sayı, 7'nin katı olduğundan asal değildir. Çizelim.

11, 13 sayıları da asaldır. Bunların katları daha önce çizilmiş midir? Araştırınız.

1'den 100'e kadar asal sayıları veren tabloya Eratosthenes (Eratosten) kalburu denir.

Örnekler

1. Örnek : 2'nin katı olan doğal sayılara **çift sayılar** ve bunların oluşturduğu kümeye de **çift sayılar kümesi** denir.

Bu küme,

$Ç = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, \ldots\}$ dır.

Bu kümede, 2'den başka asal sayı yoktur.

2. Örnek : **Çift** olmayan doğal sayılara **tek sayılar** ve bunların oluşturduğu kümeye de **tek sayılar kümesi** denir. Bu küme,

$T = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, \ldots\}$ dır.

Bu kümede, çok asal sayı vardır. 3, 5, 7, ... gibi.

3. Örnek : $A = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}$ kümesinin elemanlarından hangileri asal, hangileri asal değildir?

$10 : 2 = 5$, $12 : 2 = 6$, $14 : 2 = 7$, $15 : 3 = 5$ ve

$16 : 2 = 8$ olduğundan; 10, 12, 14, 15, 16 sayıları asal değildir.

$11 : 11 = 1$, $13 : 13 = 1$ ve $17 : 17 = 1$ olduğundan; 11, 13, 17 sayıları asaldır.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki sayıları, iki sayma sayısının çarpımı biçiminde yazınız. Hangileri asal sayıdır? Nedenini söyleyiniz.

a) 7 b) 12 c) 19 d) 20

2. 3 sayısının katlarının oluşturduğu kümeyi yazınız. Bu kümenin elemanlarından 3'ten başka asal sayı var mıdır?

3. 10 ile 50 arasında kaç tane asal sayı vardır?

4. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ kümesinin elemanlarından hangileri asaldır?

5-2. Bölünebilme

Bir sayının bölenlerini ancak deneyerek ya da tahmin ederek bulabiliriz. Bölme işlemi yapmadan, bir sayının bazı sayılara bölünüp bölünemediğini anlatan kurallar vardır. Bu kurallardan bazılarını görelim.

2 ile Bölünebilme

Eratosten kalburunda 2'nin katı olan sayılar,

4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, ... idi. Bu sayıların birler basamaklarında 2, 4, 6, 8, 0 rakamları vardır. Bu sayılar çift sayılardır ve her biri 2 ile kalansız olarak bölünebilir. Öyleyse,

Bir Doğal sayının birler basamağında 2, 4, 6, 8, 0 rakamları bulunuyorsa ya da birler basamağındaki rakamların sayı değerleri çift ise, O sayı 2 ile bölünebilir.

Örnekler

1. Örnek : 2 4 8 sayısı 2 ile bölünebilir mi?

Sayının birler basamağındaki rakamı □ içine alalım. 24 [8]. Bu rakamın sayı değeri sekizdir. Öyleyse, bu sayı 2 ile bölünebilir. Deneyelim.

```
 248 | 2
-2  |---
 04 | 124
-4
 08
-8
  0
```

$248 : 2 = 124$'tür.

2. Örnek : 175 sayısı 2 ile bölünebilir mi?

Birler basamağındaki rakamı □ içine alalım. 17 [5].
Bu rakamın sayı değeri beştir. 5 sayısı tek olduğundan 2 ile bölünemez. Deneyelim.

```
 175 | 2
-16  |---
 015 | 87
-14
   1 ← Kalan
```

175 sayısı tek sayıdır. 2'ye bölümünden kalan 1'dir. Tek sayıların 2'ye bölümünden kalan daima 1 olur.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki sayılardan hangileri 2 ile bölünebilir?

a) 63 b) 384 c) 3129 d) 2086

2. 11 ile 31 arasındaki sayılardan, 2 ile bölünebilen sayıların oluşturduğu kümeyi yazınız.

3. (254 m) sayısının 2 ile bölünebilmesi için, m yerine yazılabilecek rakamların kümesini yazınız.

4. 8, 9, 12, 18, 25, 30, 32, 41, 45, 48 sayılarından 2 ile bölünebilenlerin kümesini yazınız.

5 ile Bölünebilme

Eratosten kalburunda 5'in katı olan sayılar,

10, 15, 20, 25, 30, 45, ... idi.

Bu sayıların birler basamaklarında 0 ve 5 rakamları vardır. 0 ile 5 sayısı 5 ile kalansız olarak bölünebilir. Öyleyse,

Bir doğal sayının birler basamağında sıfır ya da 5 rakamı bulunuyorsa, o sayı 5 ile bölünebilir.

Örnekler

1. Örnek : 340 sayısı 5 ile bölünür mü?

Sayının birler basamağındaki rakamı □ içine alalım. 34 $\boxed{0}$. Bu rakam 0'dır. Öyleyse, bu sayı 5 ile bölünebilir. Deneyelim.

$$\begin{array}{r|l} 340 & 5 \\ \cline{2-2} -\ 30 & 68 \\ \hline 40 & \\ -\ 40 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

340 : 5 = 68'dir.

2. Örnek : 445 sayısı 5 ile bölünebilir mi?

Birler basamağındaki rakamı □ içine alalım. 44 $\boxed{5}$. Bu rakam 5'tir. 445 sayısı 5 ile bölünebilir.

$$\begin{array}{r|l} 445 & 5 \\ \cline{2-2} -\ 40 & 89 \\ \hline 45 & \\ -\ 45 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

445 : 5 = 89'dur.

3. Örnek : 573 sayısı 5 ile bölünebilir mi?

Sayının birler basamağındaki rakamı □ içine alalım. 57 $\boxed{3}$. Bu rakam 3'tür. Bu sayı 5 ile bölünemez. Deneyelim.

$$\begin{array}{r|l} 573 & 5 \\ \cline{2-2} -\ 5 & 114 \\ \hline 07 & \\ -\ 5 & \\ \hline 23 & \\ -\ 20 & \\ \hline 3 \leftarrow \text{kalan.} & \end{array}$$

4. Örnek : 447 sayısı 5 ile bölünebilir mi?

Birler basamağındaki rakamı □ içine alalım. 44 $\boxed{7}$. Bu rakam 7'dir. Bu sayı 5 ile bölünemez. Deneyelim.

$$\begin{array}{r|l} 447 & 5 \\ \cline{2-2} -\ 40 & 89 \\ \hline 047 & \\ -\ 45 & \\ \hline 2 \leftarrow \text{kalan.} & \end{array}$$

Bir doğal sayı 5 ile bölünemiyorsa, kalan 1, 2, 3, 4 sayılarından biri olur. Bölme yapmadan 5 ile bölümden kalanı bulmak için, sayının birler basamağındaki rakama bakmak yeter. Birler basamağındaki rakamın sayısı 5'ten az ise kalan 0'olur; 5'ten büyük ise, kalan 0 sayı ile 5 arasındaki farktır.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki sayılardan hangileri 5 ile bölünebilir?

   a) 80 b) 364 c) 2475 d) 4759

2. 8 ile 39 arasındaki sayılardan 5 ile bölünebilen sayıların kümesini yazınız.

3. (58 m) sayısının 5 ile bölünebilmesi için, m yerine yazılacak olan rakamların kümesini yazınız.

4. 11, 15, 18, 20, 27, 35, 43, 50, 61, 65 sayılarından 5 ile bölünebilenlerin kümesini yazınız.

3 ile Bölünebilme

Eratosten kalburunda 3'ün katı olan sayılar,
6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, ... idi.

Bu sayıların birler basamaklarında, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 rakamları var. Bu rakamlara bakarak 2 ve 5 ile bölünebilmede olduğu gibi bir kural söylenemez. Başka bir yöntem uygulayalım. Bu sayıların rakamlarının sayı değerlerini toplayalım.

3'ün katları	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39
Sayının rakamlarının sayı değerleri toplamı.	6	9	3	6	9	3	6	9	3	6	9	12

Yukarıdaki tabloya dikkat edersek, 3'ün katı olan sayıların rakamlarının sayı değerleri toplamı, 3, 6, 9, 12, ... gibi 3'ün katı olan sayılardır. Öyleyse,

Bir doğal sayının rakamlarının sayı değerleri toplamı, 3 ya da 3'ün katı ise, o sayı 3 ile bölünebilir.

Örnekler

1. Örnek : 264 sayısı 3 ile bölünebilir mi?

Sayının rakamlarının sayı değerleri toplamını bulalım.

$264 \rightarrow 2 + 6 + 4 = 2 + (6 + 4)$ **(Toplamada birleşme özeliği)**
$= 2 + 10$
$= 12$

12 sayısı 3'ün katıdır. Ya da $12 \rightarrow 1 + 2 = 3$ olduğundan, 264 sayısı 3 ile bölünebilir. Deneyelim.

$$\begin{array}{r|l} 264 & 3 \\ \hline -\ 24 & 88 \\ \hline 24 & \\ -\ 24 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

264 : 3 = 88'dir.

2. Örnek : 547 sayısı 3 ile bölünebilir mi?

547 $5 + 4 + 7 = (5 + 4) + 7$ (toplamada birleşme özeliği)
$= 9 + 7$
$= 16 \rightarrow 1 + 6 = 7$ olur.

16 ya da 7 sayıları 3'ün katı olmadığından, 547 sayısı 3 ile bölünemez. Deneyelim.

$$\begin{array}{r|l} 547 & 3 \\ \hline -\ 3 & 182 \\ \hline 24 & \\ -\ 24 & \\ \hline 07 & \\ -\ 6 & \\ \hline 1 \rightarrow \text{kalan.} & \end{array}$$

Bir doğal sayı 3 ile bölünemiyorsa, kalan 1, 2 sayılarından birisidir. Bölme yapmadan, sayının rakamlarının sayı değerleri toplamı, 3'e bölünerek kalan bulunabilir.

Yukarıda, 547 sayısını 3'e bölünce kalanın 1 olduğunu gördük. Kalanı söylediğimiz yöntem ile bulalım. 547 sayısının rakamlarının sayı değerleri toplamı 16'dır. 16'yı ya da 7'yi 3'e bölelim.

$$\begin{array}{r|l} 16 & 3 \\ \hline -\ 15 & 5 \\ \hline 1 \rightarrow \textbf{(kalan)} & \end{array} \qquad \text{ya da} \qquad \begin{array}{r|l} 7 & 3 \\ \hline -\ 6 & 2 \\ \hline 1 \rightarrow \textbf{(kalan)} & \end{array}$$

3. Örnek : (23 m6) sayısının 3 ile bölünebilmesi için, sayının onlar basamağındaki m yerine yazılabilecek rakamların kümesini yazalım.

$23\,m6 \rightarrow 2 + 3 + m + 6 = 2 + 3 + 6 + m$ **(Toplamada değişme özeliği)**
$= (2 + 3) + 6 + m$ **(Toplamada birleşme özeliği)**
$= 5 + 6 + m$
$= (5 + 6) + m$ **(Toplamada birleşme özeliği)**
$= 11 + m$ olur.

11 üzerine 1 eklersek 12'yi; 4 eklersek 15'i ve 7 eklersek 18'i buluruz. 12, 15, 18 sayıları 3'ün katı olduğundan, m yerine 1, 4, 7 rakamlarını yazarsak, elde edilen sayılar 3 ile bölünebilir.

m yerine yazılacak rakamların kümesine A dersek,
$A = \{1, 4, 7\}$ olur.

3 ile Bölünebilme

Eratosten kalburunda 3'ün katı olan sayılar,
6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, ... idi.

Bu sayıların birler basamaklarında, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 rakamları var. Bu rakamlara bakarak 2 ve 5 ile bölünebilmede olduğu gibi bir kural söylenemez. Başka bir yöntem uygulayalım. Bu sayıların rakamlarının sayı değerlerini toplayalım.

3'ün katları	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39
Sayının rakamlarının sayı değerleri toplamı.	6	9	3	6	9	3	6	9	3	6	9	12

Yukarıdaki tabloya dikkat edersek, 3'ün katı olan sayıların rakamlarının sayı değerleri toplamı, 3, 6, 9, 12, ... gibi 3'ün katı olan sayılardır. Öyleyse,

Bir doğal sayının rakamlarının sayı değerleri toplamı, 3 ya da 3'ün katı ise, o sayı 3 ile bölünebilir.

Örnekler

1. Örnek : 264 sayısı 3 ile bölünebilir mi?

Sayının rakamlarının sayı değerleri toplamını bulalım.

$264 \rightarrow 2 + 6 + 4 = 2 + (6 + 4)$ **(Toplamada birleşme özeliği)**
$= 2 + 10$
$= 12$

12 sayısı 3'ün katıdır. Ya da $12 \rightarrow 1 + 2 = 3$ olduğundan, 264 sayısı 3 ile bölünebilir. Deneyelim.

```
 264 | 3
-24  | 88
 24
-24
  0
```

264 : 3 = 88'dir.

2. Örnek : 547 sayısı 3 ile bölünebilir mi?

547 $5 + 4 + 7 = (5 + 4) + 7$ (toplamada birleşme özeliği)
$= 9 + 7$
$= 16 \rightarrow 1 + 6 = 7$ olur.

16 ya da 7 sayıları 3'ün katı olmadığından, 547 sayısı 3 ile bölünemez. Deneyelim.

```
 547 | 3
-3   | 182
 24
-24
  07
 -6
```

$1 \rightarrow$ kalan.

Bir doğal sayı 3 ile bölünemiyorsa, kalan 1, 2 sayılarından birisidir. Bölme yapmadan, sayının rakamlarının sayı değerleri toplamı, 3'e bölünerek kalan bulunabilir.

Yukarıda, 547 sayısını 3'e bölünce kalanın 1 olduğunu gördük. Kalanı söylediğimiz yöntem ile bulalım. 547 sayısının rakamlarının sayı değerleri toplamı 16'dır. 16'yı ya da 7'yi 3'e bölelim.

```
 16 | 3
-15 | 5
```

$1 \rightarrow$ **(kalan)**

ya da

```
 7 | 3
-6 | 2
```

$1 \rightarrow$ **(kalan)**

3. Örnek : (23 m6) sayısının 3 ile bölünebilmesi için, sayının onlar basamağındaki m yerine yazılabilecek rakamların kümesini yazalım.

$23\,m6 \rightarrow 2 + 3 + m + 6 = 2 + 3 + 6 + m$ **(Toplamada değişme özeliği)**
$= (2 + 3) + 6 + m$ **(Toplamada birleşme özeliği)**
$= 5 + 6 + m$
$= (5 + 6) + m$ **(Toplamada birleşme özeliği)**
$= 11 + m$ olur.

11 üzerine 1 eklersek 12'yi; 4 eklersek 15'i ve 7 eklersek 18'i buluruz. 12, 15, 18 sayıları 3'ün katı olduğundan, m yerine 1, 4, 7 rakamlarını yazarsak, elde edilen sayılar 3 ile bölünebilir.

m yerine yazılacak rakamların kümesine A dersek,
$A = \{1, 4, 7\}$ olur.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki sayılardan hangileri 3 ile bölünebilir?

a) 345 b) 1245 c) 2484 d) 5718

2. 7 ile 30 arasındaki sayılardan 3 ile bölünebilen sayıların oluşturduğu kümeyi yazınız.

3. (3 m 52) sayısının 3 ile bölünebilmesi için, yüzler basamağındaki m yerine yazılabilecek olan rakamların kümesini yazınız.

4. 9, 14, 18, 21, 32, 38, 46, 48, 57 sayılarından 3 ile bölünebilenlerin kümesini yazınız.

9 ile Bölünebilme

Eratosten kalburunda 9'un katı olan sayılar,

18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99 idi.

Bu sayıların rakamlarının sayı değerlerini toplayalım.

9'un katları	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99
Sayının rakamlarının sayı değerleri toplamı	9	9	9	9	9	9	9	9	9	18

Yukarıdaki tabloda 9'un katı olan sayıların rakamlarının sayı değerleri toplamı, 9, 18, ... gibi 9'un katı olan sayılardır. Öyleyse,

Bir doğal sayının rakamlarının sayı değerleri toplamı 9 ya da 9'un katı ise, o sayı 9 ile bölünebilir

Örnekler

1. Örnek : 324 sayısı 9 ile bölünebilir mi?

Sayının rakamlarının sayı değerleri toplamını bulalım.

$$324 \rightarrow 3 + 2 + 4 = (3 + 2) + 4 \quad \text{(toplamada birleşme özeliği)}$$
$$= 5 + 4$$
$$= 9$$

324 sayısı 9 ile bölünebilir. Deneyelim.

$$\begin{array}{r|l} 324 & 9 \\ \hline -\ 27 & 36 \\ \hline 54 & \\ -\ 54 & \\ \hline 0 & \end{array} \qquad 324 : 9 = 36\text{'dır.}$$

2. Örnek : 3792 sayısı 9 ile bölünebilir mi?

$$3792 \rightarrow 3 + 7 + 9 + 2 = (3 + 7) + (9 + 2 \quad \text{(Toplamada birleşme özeliği)}$$
$$= 10 + 11$$
$$= 21 \rightarrow 2 + 1 = 3$$

21 ya da 3 sayıları 9'un katı olmadığından, 3792 sayısı 9 ile bölünemez. Deneyelim.

$$\begin{array}{r|l} 3792 & 9 \\ \hline -\ 36 & 421 \\ \hline 19 & \\ -\ 18 & \\ \hline 12 & \\ -\ 9 & \\ \hline 3 \leftarrow \text{kalan} & \end{array}$$

Bir doğal sayı 9 ile bölünemiyorsa, kalan 9'dan küçük olan sayma sayılarıdır. Bölme yapmadan, sayının rakamlarının sayı değerleri toplamı 9'a bölünerek kalan bulunur. 3792 sayısının 9'a bölümünden kalanı bu yöntemle bulmak için, 3792 sayısının rakamlarının sayı değerleri toplamını 9'a bölelim.

$$\begin{array}{r|l} 21 & 9 \\ \hline -\ 18 & 2 \\ \hline 3 \leftarrow \text{Kalan} & \end{array}$$

3. Örnek : (56 m 4) sayısının 9 ile bölünebilmesi için, onlar basamağındaki m yerine hangi rakam yazılmalıdır?

$$56\,m\,4 \rightarrow 5 + 6 + m + 4 = 5 + 6 + 4 + m \quad \text{(Toplamada değişme özeliği)}$$
$$= 5 + (6 + 4) + m \quad \text{(Toplamada birleşme özeliği)}$$
$$= 5 + 10 + m$$
$$= (5 + 10) + m \quad \text{(Toplamada birleşme özeliği)}$$
$$= 15 + m$$

$m = 3$ yazılmalıdır.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki sayılardan hangileri 9 ile bölünebilir?

a) 546 b) 1263 c) 2418 d) 5427

2. 11 ile 65 arasındaki sayılardan 9 ile bölünebilen sayıların oluşturduğu kümeyi yazınız.

3. (23 m 45) sayısının 9 ile bölünebilmesi için yüzler basamağındaki m yerine hangi rakam yazılmalıdır?

4. 8, 10, 12, 15, 18, 24, 27, 30, 36, 45 sayılarından hangileri :

a) 2 ile bölünebilir?

b) 3 ile bölünebilir?

c) 5 ile bölünebilir?

d) 9 ile bölünebilir?

5-3. Çarpanlar ve Çarpanlara Ayırma

12 sayısını iki sayının çarpımı olarak,

$12 = 1 \times 12$

$12 = 2 \times 6$

$12 = 3 \times 4$ biçiminde yazarız.

12'nin çarpanları 1, 2, 3, 4, 6 ve 12'dir. $12 = 2 \times 6$ ifadesinde 2 çarpanı asal, fakat 6 çarpanı asal değildir. 6 sayısı, kendinden küçük sayma sayılarının çarpımı olarak, $6 = 2 \times 3$ biçiminde yazılabilir. $12 = 2 \times 6$ eşitliğinde, 6 yerine 2×3 yazalım.

$12 = 2 \times 2 \times 3$ olur. 2 ve 3 sayıları asaldır. Bu sayılardan her biri, kendinden küçük iki sayının çarpımı biçiminde yazılamaz. Bu işte daha ileriye gidemeyiz. 12'yi $2 \times 2 \times 3$ ya da $2^2 \times 3$ biçiminde yazmaya, 12'yi **asal çarpanlara ayırma** adı verilir. Öyleyse,

Bir sayma sayısını asal çarpanlarının çarpımı biçiminde yazmaya, o sayıyı asal çarpanlara ayırma denir.

Örnek : 60 sayısını asal çarpanlara ayıralım.

1. Yöntem

60 sayısını iki sayının çarpımı olarak,

$60 = 6 \times 10$ biçiminde yazalım.

Burada 6 ve 10 çarpanları, $6 = 2 \times 3$ ve $10 = 2 \times 5$ biçiminde asal sayıların çarpımı olarak yazılırsa,

$60 = 2 \times 3 \times 2 \times 5$

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ **(Çarpmada değişme özeliği)**

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ biçiminde asal çarpanlarına ayrılır.

2. Yöntem

Bir sayısnın bölenleri aynı zamanda o sayının çarpanları idi. Asal çarpanlara ayırmayı, yanda görüldüğü gibi, sürekli bölme ile yaparız. 60'ın sağına düşey bir doğru çizeriz. 60 sayısı 2'ye bölünür. Bulduğumuz 30 sayısı 60'ın altına yazılır. 30 sayısı tekrar ikiye bölünür. Bölüm olan 15, 30'un altına yazılır. 15, 2'ye bölünmez, 3'e bölünür. Bölüm 5 olur. 5 asal olduğundan kendisine bölünür. Bölüm 1'dir. 1, 5'in altına yazılır. Sağ taraftaki sayılar 60'ın asal çarpanlarıdır. 60 sayısı,

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$ biçiminde asal çarpanlara ayrılır.

Diğer taraftan 60 sayısı,

$60 = 3 \times 20$ $\quad$ $60 = 4 \times 15$

$= 3 \times 2 \times 2 \times 5$ ya da $= 2 \times 2 \times 3 \times 5$

$= 3 \times 2^2 \times 5$ $\quad$ $= 2^2 \times 3 \times 5$

biçimlerinde de çarpanlara ayrılır. $3 \times 2 \times 2 \times 5$ ile $2 \times 2 \times 3 \times 5$ ifadeleri aynı çarpanlardan oluşmuştur. Yalnız çarpanlardan yerleri değişik olanlar vardır. Öyleyse,

Asal olmayan ve 1 sayısından büyük her doğal sayı, çarpanların sırası nasıl olursa olsun, ancak bir tek biçimde asal çarpanlarına ayrılabilir.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki sayıların, çarpanlarının kümesini yazınız.

a) 15 b) 24 c) 42 d) 72

2. Aşağıdaki sayıları asal çarpanlara ayırınız.

a) 80 b) 124 c) 264 d) 270

e) 280 f) 348 g) 504 h) 600

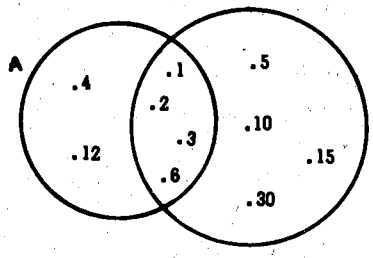
5-4. Ortak Bölenlerin En Büyüğü (O. B. E. B)

12'yi bölen sayıların kümesine A, 30'u bölen sayıların kümesine de B diyelim. Bu kümeler,

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ ve

$B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$ olur.

Hem 12, hem de 30'u bölen sayıların kümesi $A \cap B$ kümesidir. Bu küme,



$A \cap B = \{1, 2, 3, 6\}$ dir.

$A \cap B$ kümesinin elemanları olan sayılar, hem 12 sayısını, hem de 30 sayısını bölerler. Bu sayılara, 12 ve 30 sayılarının **ortak bölenleri** denir.

Bu ortak bölenlerin en büyüğü 6 sayısıdır. 6'ya 12 ve 30'un **ortak bölenlerinin en büyüğü** denir, (12 ; 30) obeb = 6 biçiminde yazılır ve "12 ile 30'un ortak bölenlerinin en büyüğü 6'dır" diye okunur.

İki ya da ikiden fazla doğal sayının ortak bölenlerinin en büyüğüne, o sayıların ortak bölenlerinin en büyüğü denir.

(OBEB) in Bulunuşu

Örnekler

1. Örnek : 18 ve 24 sayılarının obeb'ini bulalım.

1. Yöntem

18'in bölenlerinin kümesi, $A = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ ve

24'ün bölenlerinin kümesi, $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$ dür.

$A \cap B = \{1, 2, 3, 6\}$ kümesi, 18 ve 24 sayılarının ortak bölenlerinin kümesidir. En büyük eleman 6'dır.

Öyleyse,

(18 ; 24) obeb = 6 olur.

2. Yöntem

18 ve 24 sayılarını asal çarpanlara ayıralım.

18	2	24	2
9	3	12	2
3	3	6	2
1		3	3
		1	

$18 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2$ ve

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3$ olur.

2, hem 18'i, hem de 24'ü böler. 3'te hem 18'i, hem de 24'ü böler. (2×3)'te hem 18'i, hem de 24'ü böler. (2×3) ten daha büyük bir ortak bölen yoktur.

Öyleyse,

(18 : 24) obeb $= 2 \times 3 = 6$ olur.

2. Örnek : 24, 36, 48 sayılarının obeb'ini bulalım.

Bu sayıları asal çarpanlara ayıralım.

24	2	36	2	48	2
12	2	18	2	24	2
6	2	9	3	12	2
3	3	3	3	6	2
1		1		3	3
				1	

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3$

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$

$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3$ olur.

24, 36, 48 sayılarının üçünü birden bölen en büyük sayı $2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$'tür. Öyleyse,

(24 ; 36 ; 48) obeb $= 2^2 \times 3 = 12$'dir.

İki ya da ikiden fazla doğal sayının obeb'ini bulmak için, sayılar asal çarpanlara ayrılır. Ortak olan asal çarpanlardan üsleri en küçük olanlarla; ortak olan asal çarpanlardan üsleri eşit olanlarının bir tanesi alınarak çarpılır.

3. Örnek : $\frac{18}{24}$ **kesrini sadeleştirelim.**

(Kesirlerde sadeleştirmeyi ilkokul beşinci sınıfta öğrenmiştiniz.)

a) 2, 18 ve 24 sayılarının ortak bölenidir. $\frac{18}{24}$ kesrini 2 ile sadeleştirirsek, $\frac{9}{12}$ kesrini buluruz. 3, 9 ve 12 sayılarının ortak bölenidir. $\frac{9}{12}$ kesrini 3 ile sadeleştirirsek, $\frac{3}{4}$ kesrini buluruz. $\frac{18}{24}$ kesrinin sadeleşmiş biçimi $\frac{3}{4}$ olur.

b) Sadeleştirmeyi 18 ve 24'ün ortak ~~katlarının~~ bölenlerinin en büyüğünü bularak yapalım.

18	2	24	2	$18 = 2 \times 3^2$
9	3	12	2	$24 = 2^3 \times 3$
3	3	6	2	
1		3	3	(18 : 24) obeb $= 2 \times 3 = 6$'dır.
		1		

$\frac{18}{24}$ kesrinin pay ve paydasını 6 ile bölersek, yine $\frac{3}{4}$ kesrini elde ederiz. Öyleyse,

Kesirlerde sadeleştirmeyi, pay ve paydadaki sayıların obeb'i ile yapabiliriz.

Sadeleştirmeyi rasyonel sayılar bölümünde daha geniş göreceksiniz.

Aşağıdaki kesirleri, pay ve paydalarının obeb'leri ile sadeleştiriniz.

1) $\frac{8}{12}$ 2) $\frac{30}{48}$ 3) $\frac{27}{63}$ 4) $\frac{36}{84}$

Aralarında Asal Sayılar

9 ile 20 sayılarının obeb'ini bulalım.

9	3	20	2	$9 = 3 \times 3 = 3^2$
3	3	10	2	$20 = 2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5$ olur.
1		5	5	
		1		

9 ve 20'nin asal çarpanları arasında ortak olan bir asal sayı yoktur. Bu sayıların ikisini birden bölen sayı 1'dir. Öyleyse,

(9 ; 20) obeb = 1'dir.

Ortak bölenlerinin en büyüğü 1 olan sayılara, aralarında asal sayılar denir.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki sayıların bölenlerinin kümelerini yazınız.
   a) 30 b) 45 c) 56 d) 96

2. 40'ın bölenlerinin kümesi A, 56'nın bölenlerinin kümesi B olduğuna göre,
   a) A kümesini yazınız.
   b) B kümesini yazınız.
   c) $A \cap B$ kümesini yazınız.
   d) 40 ve 56'nın obeb'i kaçtır?

3. Aşağıdaki sayıların obeb'ini bulunuz.
   a) 14, 70 b) 15, 75 c) 30, 80
   d) 16, 40, 72 e) 20, 60, 120 f) 24, 72, 96

4. Aşağıdaki soruları yanıtlayınız.
   a) (15 ; 15) obeb = ? b) (27 ; 54) obeb = ?
   c) (18, 45 , 90) obeb = ? d) (36, 72, 84) obeb = ?

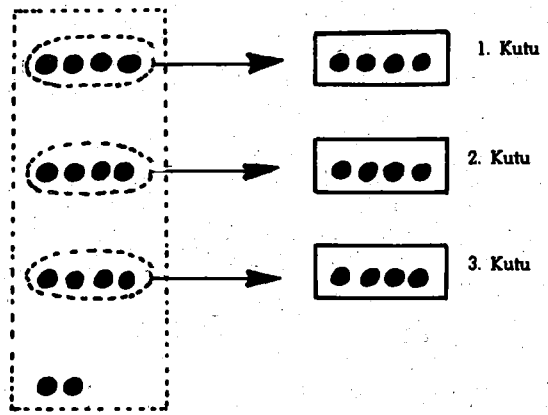
5. Aşağıdaki sayı çiftlerinden hangileri, aralarında asaldır?
   a) 8 ile 15 b) 9 ile 21 c) 12 ile 25

6. Bir odanın uzunluğu 360 cm, genişliği 252 cm'dir. Bu odanın tabanını bir kenarının uzunluğu en büyük ölçüde olmak üzere kare şeklindeki taşlarla döşemek istiyoruz. (Döşeme işi, taşlar kırılmadan yapılacak.)
   a) Taşın bir kenarının uzunluğu kaç santimetre olmalıdır?
   b) Tabanın döşenmesi için kaç tane taşa gereksinim vardır?

7. 12 litrelik, 20 litrelik ve 36 litrelik üç kap su ile doludur. Bu üç kabın içindeki suları geride artık kalmıyacak biçimde en büyük ölçüdeki bir kapla boşaltmak istiyoruz.
   a) Bu kap kaç litrelik olmalıdır?
   b) Her kap, bu kap ile kaç defa boşalır?

5-5. Bölmede Kalanlar (Bölme Algoritması)

1. 14 bilyeyi, her birinde 4 bilye bululunacak şekilde kaç tane kutuya koyabiliriz?



Yukarıda görüldüğü gibi, 1. kutuya 4 bilye koyunca geriye, $14 - 4 = 10$ bilye kalır. 2. kutuya 4 bilye koyunca geriye, $10 - 4 = 6$ bilye kalır. 3. kutuya 4 bilye koyunca geriye, $6 - 4 = 2$ bilye kalır. 14 bilye, herbirinde 4 bilye olmak üzere, 3 kutuya konur, geriye 2 bilye kalır. Bunu,

$15 = (4 \times 3) + 2$ biçiminde yazabiliriz.

- 2 → Artan bilye sayısı
- 3 → Kutu sayısı
- 4 → Bir kutudaki bilye sayısı
- 15 → Kutulara koyduğumuz bilye sayısı.

14'ü 4'e bölelim.

$$\begin{array}{r|l} 14 & 4 \\ \hline -\ 12 & 3 \\ \hline 2 & \end{array}$$

2 → **kalan**

Bu bölme işleminde, bölünen 14, bölen 4, bölüm 3'tür. 2'ye **kalan** denir.

2. 219'u 24'e bölelim.

$$\begin{array}{r|l} 219 & 24 \\ \hline -\ 216 & 9 \\ \hline 3 & \end{array}$$

olur.

$219 = (24 \times 9) + 3$ eşitliği doğru mudur?

Bu eşitlikle, 219 bölünen, 24 bölen, 9 bölüm ve 3'te kalan mıdır?

Genel olarak, a, c, k birer doğal sayı, b bir sayma sayısı olduğuna göre,

$$\begin{array}{r|l} \text{a (bölünen)} & \text{b (bölen)} \\ \hline - & \text{c (Bölüm)} \\ \hline \text{k} \rightarrow \text{(Kalan)} & \end{array}$$

ise $a = (b \times c) + k$ dır.

$a = (b \times c) + k$ eşitliği bölme eşitliğidir. Bölmenin kontrolü bu eşitlikle yapılır.

Örnekler

1. Örnek : 347 bölünen 27 bölen olduğuna göre, bölme eşitliğini yazalım.

Bölüm ve kalanı bulmak için bölme işlemi yaparız.

$$\begin{array}{r|l} 347 & 27 \\ \hline -\ 27 & 12 \\ \hline 77 & \\ -\ 54 & \\ \hline 23 & \end{array}$$

Bölme eşitliği,

$347 = (27 \times 12) + 23$ dür.

2. Örnek : $37 = (5 \times c) + k$ eşitliğinin sağlanması için, c ve k sayıları ne olmalıdır?

c bölüm k da kalandır. 37'yi 5'e bölelim.

$$\begin{array}{r|l} 37 & 5 \\ \hline -\ 35 & 7 \\ \hline 2 & \end{array}$$

$c = 7$, $k = 2$'dir.

3. Örnek : Aşağıdaki bölme işleminin kontrolünü yapalım.

$$\begin{array}{r|l} 562 & 32 \\ \hline -\ 32 & 17 \\ \hline 242 & \\ -\ 224 & \\ \hline 18 & \end{array}$$

$a = (b \times c) + k$ olmalıdır.

$562 = (32 \times 17) + 18$

$= 544 + 18$

$= 562$ olur.

Bölme işlemi doğru yapılmıştır.

Kalanlı bölme işleminde, kalan, bölenden küçüktür.

Alıştırmalar

(1) Aşağıdaki tabloda boş olan yerleri $a = (b \times c) + k$ eşitliğinden yararlanarak tamamlayınız.

Sorular	a	b	c	k
1.	22	7	3	...
2.	74	6	...	...
3.	142	...	11	...
4.	...	30	15	17
5.	762	36	...	6
6.	672	...	...	0

Tablodan yararlanarak aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

a) b, a'dan büyük olabilir mi?
b) c, a'dan büyük olabilir mi?
c) k, b'den büyük olabilir mi?
d) k, c'den büyük olabilir mi?
e) b, c'den büyük olabilir mi?
f) c, b'den büyük olabilir mi?
g) a, her doğal sayı olabilir mi?

2. Bir bölme işleminde bölen 46, bölüm 18, kalan 22'dir. Bölüneni bulunuz.

3. Bir bölme işleminde bölünen 2517, bölen 27'dir. Bölüm ve kalanı bulunuz.

(4) Hangi sayının 12 katının 14 fazlası 554 eder?

5. Hangi sayının 25 katının 7 noksanı 793 eder?

6. Aşağıdaki bölme işlemlerinin kontrolünü yapınız.

a)
$$\begin{array}{r|l} 217 & 18 \\ \hline -\ 18 & 12 \\ \hline 37 & \\ -\ 36 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r|l} 1248 & 80 \\ \hline -\ 80 & 15 \\ \hline 448 & \\ -\ 400 & \\ \hline 48 & \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r|l} 415 & 4 \\ \hline -\ 4 & 13 \\ \hline 015 & \\ -\ 12 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

(7) Bir bölme işleminde bölen 18, bölüm 24 ve kalan 7'dir. Bölüneni bulunuz.

8. Bir bölme işleminde bölünen 524, bölüm 21 ve kalan 20'dir. Bölüneni bulunuz.

5-6. Ortak Kartların En Küçüğü (O. K. E. K.)

3'ün katları olan sayma sayıları kümesine A, 4'ün katları olan sayma sayıları kümesine de B diyelim. Bu kümeler,

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, \ldots\}$ ve

$B = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, \ldots\}$ olur.

Hem A, hem de B'de bulunan elemanların oluşturduğu küme, $A \cap B$ kümesidir. Bu küme,

$A \cap B = \{12, 24, 36, \ldots\}$ dir.

$A \cap B$ kümesinin elemanları, A ve B kümelerinin ortak katlarıdır. Bu elemanlara 3 ve 4 sayılarının **ortak katları** denir.

3 ve 4 sayılarının ortak katları sonsuz sayıdadır. Bu ortak katların en küçüğü 12'dir. 12'ye 3 ve 4'ün **ortak katlarının en küçüğü** denir. (3 ; 4) okek = 12 biçiminde yazılır ve "3 ile 4'ün ortak katlarının en küçüğü 12'dir." diye okunur.

İki ya da ikiden fazla doğal sayının ortak katlarının en küçüğüne, o sayıların ortak katlarının en küçüğü denir.

(O. K. E. K.) in bulunuşu

Örnekler

1. Örnek : 6 ile 9 sayılarının okek'ini bulalım.

1. Yöntem

6'nın katları olan sayma sayıları kümesi A, 9'un katları olan sayma sayıları kümesi B olsun.

$A = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, \ldots\}$ ve

$B = \{9, 18, 27, 36, 45, \ldots\}$ dir.

$A \cap B = \{18, 36, 54, 72, \ldots\}$ kümesi 6 ve 9'un ortak katlarının kümesidir. En küçük eleman 18'dir. Öyleyse,

$(6 ; 9)$ okek $= 18$ olur.

2. Yöntem

6 ve 9 sayılarını asal çarpanlara ayıralım.

6	2	9	3	$6 = 2 \times 3$	$= 2 \times 3$
3	3	3	3	$9 =$	$3 \times 3 = 3^2$
1		1			

(2×3), 6'nın katıdır, fakat 9'un katı değildir.

(3×3), 9'un katıdır, fakat 6'nın katı değildir.

$(2 \times 3 \times 3)$, hem 6, hem de 9'un katıdır. Öyleyse,

$(6 ; 9)$ okek $= 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2 = 18$ olur.

2. Örnek : 18, 36 ve 90 sayılarının okek'ini bulalım.

Bu sayıları asal çarpanlara ayıralım.

18	2	36	2	90	2	$18 = (2) \times$	$(3) \times (3)$ $= 2 \times 3^2$
9	3	18	2	45	3	$36 = (2) \times (2) \times$	$(3) \times (3)$ $= 2^2 \times 3^2$
3	3	9	3	15	3	$90 = (2) \times$	$(3) \times (3) \times (5) = 2 \times 3^2 \times 5$
1		3	3	5	5		
		1		1			

18, 36 ve 90 sayılarının ortak katlarının en küçüğü,

$(2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5) = 2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$'dir. Öyleyse,

$(18 ; 24 ; 36)$ okek $= 2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$'dir.

İki ya da ikiden fazla doğal sayının okek'ini bulmak için, sayılar asal çarpanlara ayrılır. Ortak olan asal çarpanlardan üsleri en büyük olanlarla, üsleri eşit olanlardan biri ve üsleri eşit olmayanların hepsi alınarak çarpılır.

3. Örnek : İki kesri karşılaştıralım ve toplayalım.

(İlkokul beşinci sınıfta, paydaları eşit olmayan kesirleri karşılaştırmayı ve böyle iki kesri toplamayı öğrenmiştiniz.)

a) $\frac{3}{4}$ ve $\frac{5}{6}$ kesirlerinden hangisi küçüktür?

$\frac{3}{4}$ kesrini 6 ile genişletelim. $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 6}{4 \times 6} = \frac{18}{24}$ olur.

$\frac{5}{6}$ kesrini 4 ile genişletelim. $\frac{5}{6} = \frac{5 \times 4}{6 \times 4} = \frac{20}{24}$ olur.

$\frac{18}{24} < \frac{20}{24}$ olur. Öyleyse,

$\downarrow \quad \downarrow$

$\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$'dır.

Paydaları 24'de değil de, 4 ve 6'nın okek'i olan 12'de eşitleyelim.

$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$ olur.

(3)

$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{10}{12}$ olur.

(2)

$\frac{9}{12} < \frac{10}{12}$ olur. Öyleyse,

$\downarrow \quad \downarrow$

$\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$ 'dır.

b) $\frac{4}{6} + \frac{3}{8} = ?$ Toplama işlemini yapalım.

$\frac{4}{6} + \frac{3}{8} = \frac{32}{48} + \frac{18}{48} = \frac{50}{48}$ olur.

(8) (6)

paydaları 6 ve 8'in okek'i olan 24'te eşitleyelim.

$$\frac{4}{6}+\frac{3}{8}=\frac{16}{24}+\frac{9}{24}=\frac{25}{24} \text{ olur.}$$

$$(\ )\quad(\ )$$

$\frac{25}{24}$ ile $\frac{50}{48}$ aynı niceliği gösterir. Öyleyse,

Paydaları eşit olmayan kesirlerin karşılaştırılması, toplama ve çıkarma işlemleri okek'ten yararlanılarak yapılır. Bunları rasyonel sayılar bölümünde daha geniş göreceksiniz.

Aşağıdaki kesirleri karşılaştırırken ve toplama işlemlerini yaparken, paydaların okek'ini bulunuz.

1. $\frac{2}{4}$ ile $\frac{5}{8}$'i karşılaştırınız.

2. $\frac{9}{12}$ ile $\frac{14}{18}$'i karşılaştırınız.

3. $\frac{5}{8}+\frac{9}{10}=\ ?$

4. $\frac{17}{16}+\frac{5}{12}=\ ?$

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki sayılardan her birinin katları olan sayma sayılarının, oluşturdukları kümeleri yazınız.

a) 2 b) 5 c) 6 d) 12

2. Aşağıdaki sayı çiftlerinin sayma sayısı olan ortak katlarının kümelerini yazınız.

a) 4,5 b) 5,6 c) 8,12 d) 15,21

3. 6'nın katları olan sayma sayıları kümesi A, 8'in katları olan sayma sayıları kümesi B olduğuna göre,

a) A kümesini yazınız.

b) B kümesini yazınız.

c) $A \cap B$ kümesini yazınız.

d) 6 ve 8'in okek'i kaçtır?

4. Aşağıdaki sayıların okek'ini bulunuz.

a) 2,6 b) 5,4 c) 18,42 d) 6,24,40

e) 15, 36, 60 f) 14, 56, 70

5. Aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

a) (12, 12) okek = ? b) (15, 45) okek = ?

c) (7, 21, 28) okek = ? d) (8, 18, 40) okek = ?

6) Boyutları 20 cm, 12 cm ve 8 cm olan tuğlaları yanyana ve üst üste koyarak en küçük boyutlu bir küp yapmak istiyoruz.

a) Küpün bir ayrıtı kaç santimetre olur?

b) Bu küpü yapmak için kaç tane tuğlaya gereksinme vardır?

7) İstanbul limanından aynı günde A, B, C gemileri, başka başka limanlara gitmek üzere sefere çıkıyorlar. İstanbul'a A gemisi 6 günde, B gemisi 15 günde, C gemisi de 18 günde dönüyor. Gemiler döndükleri gün tekrar sefere çıkıyorlar.

a) Bu gemilerin üçü birden kaç gün sonra aynı günde İstanbul'a dönerler?

b) Gemilerden üçü birden aynı anda İstanbul limanına döndüklerinde, her gemi kaç sefer yapmış olur?

5. BÖLÜM ÜZERİNDE ALIŞTIRMA VE PROBLEMLER

1. Aşağıdaki sayıları iki sayma sayısının çarpımı biçiminde yazınız. Hangileri asal sayılardır? Nedenini söyleyiniz.

a) 6 b) 11 c) 36 d) 73

2. 30 ile 70 arasında kaç tane asal sayı vardır?

3. Aşağıdaki sayılardan hangileri 2 ile bölünür?

a) 42 b) 146 c) 2574 d) 5387

4. Aşağıdaki sayılardan hangileri 5 ile bölünür. 5 ile bölünemeyen sayıları 5'e bölmeden kalanları bulunuz.

a) 90 b) 573 c) 1288 d) 3645

5. Aşağıdaki sayılardan hangileri 3 ile bölünür? 3 ile bölünemeyen sayıları, 3'e bölmeden kalanları bulunuz.

a) 39 b) 342 c) 2561 d) 6763

6. Aşağıdaki sayılardan hangileri 9 ile bölünür? 9 ile bölünemeyen sayıları, 9'a bölmeden kalanları bulunuz.

a) 5346 b) 576 c) 375 d) 5673

7. (94 m) sayısının 2 ile bölünebilmesi için, birler basamağındaki m yerine yazılabilecek rakamların kümesini yazınız.

8. (235 m) sayısının 5 ile bölünebilmesi için birler basamağındaki m yerine yazılabilecek rakamların kümesini yazınız.

9. (3 m 4) sayısının 3 ile bölünebilmesi için onlar basamağındaki m yerine yazılabilecek rakamların kümesini yazınız.

10. (2 m 732) sayısının 9 ile bölünebilmesi için binler basamağındaki m yerine hangi rakam yazılmalıdır?

11. 6, 15, 20, 48, 72, 81, 125, 2547 sayılarından hangileri,

a) 2 ile bölünebilir?

b) 3 ile bölünebilir?

c) 5 ile bölünebilir?

d) 9 ile bölünebilir?

12. 9 ile bölünen bir sayı 3 ile de bölünür. Niçin?

13. Aşağıdaki sayıları asal çarpanlara ayırınız.

a) 324 b) 660 c) 1950 d) 5600

14. Aşağıdaki sayıların obeb'ini bulunuz.

a) 14, 70 b) 24, 40, 72 c) 60, 105, 150

15. Aşağıdaki sayıların okek'ini bulunuz.

a) 17, 30 b) 35, 75 c) 18, 30, 45

16. Bir sayının 14 katının 7 fazlası 301'dir. Bu sayıyı bulunuz.

17. Uzunlukları 16 cm, 48 cm, ve 72 cm olan üç teli en büyük uzunlukta olmak üzere eşit parçalara ayırmak istiyoruz.

a) Bu parça kaç santimetre uzunlukta olmalıdır?

b) Her tel kaç parçaya ayrılır?

18. İstanbuldaki bir Turizm şirketi, Ankara'ya her 4 satte bir, İzmir'e her 6 saatte bir ve Antalya'ya da her 8 saatte bir otobüs kaldırıyor. İstanbul'dan bu üç kente aynı anda üç otobüs hareket ettikten en az kaç saat sonra, üç kente birden aynı anda birer otobüs daha hareket eder?

DEĞERLENDİRME SORULAR : V

Aşağıdaki sorulara verilen yanıtlardan bir tanesi doğru, öbürleri yanlıştır. Doğru yanıtı bularak, yanıt kartında, her sorunun karşısındaki dört paralel çizgiden birisinin içini karalayınız.

Yanıt kartı

	a	b	c	d		a	b	c	d
1.	=	=	=	=	11.	=	=	=	=
2.	=	=	=	=	12.	=	=	=	=
3.	=	=	=	=	13.	=	=	=	=
4.	=	=	=	=	14.	=	=	=	=
5.	=	=	=	=	15.	=	=	=	=
6.	=	=	=	=	16.	=	=	=	=
7.	=	=	=	=	17.	=	=	=	=
8.	=	=	=	=	18.	=	=	=	=
9.	=	=	=	=	19.	=	=	=	=
10.	=	=	=	=	20.	=	=	=	=

Sorular

1. En küçük asal sayı nedir?
   a) 1 b) 2 c) 3 d) 5
2. Aşağıdaki sayılardan hangisi asaldır?
   a) 6 b) 21 c) 29 d) 51
3. Asal olan kaç tane çift sayı vardır?
   a) 1 b) 3 c) 10 d) Çok
4. Aşağıdaki sayı çiftlerinden hangileri aralarında asaldır?
   a) 4 ile 8 b) 9 ile 27 c) 15 ile 60 d) 16 ile 35
5. Aşağıdaki sayılardan hangisi 2 ile bölünür?
   a) 17 b) 84 c) 347 d) 5763
6. Aşağıdaki sayılardan hangisi 5 ile bölünür?
   a) 32 b) 44 c) 248 d) 2565
7. Aşağıdaki sayılardan hangisi 3 ile bölünür?
   a) 16 b) 76 c) 642 d) 7514

8. Aşağıdaki sayılardan hangisi 9 ile bölünür?
   a) 5247 b) 345 c) 1256 d) 8940
9. Aşağıdaki sayılardan hangisi hem 2, hem de 5 ile bölünür?
   a) 42 b) 240 c) 385 d) 7546
10. Aşağıdaki sayılardan hangisi hem 3 hem de 9 ile bölünür?
    a) 66 b) 345 c) 1266 d) 2574
11. (244m) sayısının 2 ile bölünebilmesi için, birler basamağındaki m yerine yazılabilecek rakamların kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
    a) $\{1, 2, 3, 5\}$ b) $\{0, 2, 4, 6, 8\}$ c) $\{3, 5, 7, 9, 0\}$ d) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$
12. (254m) sayısının 5 ile bölünebilmesi için, birler basamağındaki m yerine yazılabilecek rakamların kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
    a) $\{0, 4\}$ b) $\{2, 5, 7\}$ c) $\{0, 5\}$ d) $\{6, 8\}$
13. (35m2) sayısının 3 ile bölünebilmesi için, onlar basamağındaki m yerine yazılabilecek rakamların kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
    a) $\{1, 4, 7\}$ b) $\{2, 3, 5\}$ c) $\{0, 6, 8\}$ d) $\{2, 5, 8\}$
14. (m 5243) sayısının 9 ile bölünebilmesi için, on binler basamağındaki m yerine yazılacak rakam nedir?
    a) 5 b) 4 c) 8 d) 7
15. 180 sayısı, aşağıdaki çarpımlardan hangisidir?
    a) $2^2 \times 3^2 \times 5$ b) $2^3 \times 3^2 \times 5$ c) $2 \times 3 \times 5^2 \times 7$ d) $3 \times 5^3 \times 7$
16. 18, 54, 90 sayılarının obeb'i kaçtır?
    a) 6 b) 12 c) 18 d) 9
17. 20, 36, 45 sayılarının okek'i kaçtır?
    a) 90 b) 120 c) 260 d) 180
18. Bir bölme işleminde bölen 22, bölüm 17, kalan da 16'dır. Bölünen kaçtır?
    a) 290 b) 390 c) 180 d) 280
19. $412 = 27 \times m + 7$ eşitliğinin sağlanması için, m yerinde hangi sayı olmalıdır?
    a) 12 b) 30 c) 45 d) 15
20. $1573 = 36 \times 43 + k$ eşitliğinin sağlanması için, k yerinde hangi sayı olmalıdır?
    a) 25 b) 17 c) 19 d) 28

6. BÖLÜM

RASYONEL SAYILAR

Konunun anahatları

6–1. Kesirler

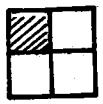
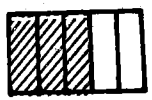
6–2. Denk Kesirler ve Rasyonel Sayılar

6–3. Rasyonel Sayılarla Dört işlem ve özelikleri

6–4. Ondalık Sayılar ve Dört İşlemi

6-1. Kesirler

1. Aşağıdaki tabloda her şekil eş parçalara ayrılmış ve bazı parçaları taranmıştır. Taralı bölgeler, karşılarında kesir adı verilen bir sayı çeşidi ile gösterilmiştir. İnceleyiniz.

Şekil	Şekil kaç eş parçaya ayrılmıştır?	Taralı parça sayısı kaçtır?	Taralı parça sayısının yazılışı	Taralı parçayı gösteren sayısının okunuşu.
	2	1	$\frac{1}{2}$	**"Bir bölü iki" ya da "ikide bir"**
	3	2	$\frac{2}{3}$	**"iki bölü üç" ya da "üçte iki"**
	4	1	$\frac{1}{4}$	**"Bir bölü dört" ya da "dörtte bir"**
	5	3	$\frac{3}{5}$	**"Üç bölü beş" ya da "Beşte üç"**

Tablodaki daire, karesel ve dikdörtgensel bölgeleri birer bütün olarak düşünürsek :

Eş parçalara ayrılmış bir bütünün "ikide biri"ni "$\frac{1}{2}$", "üçte iki"sini "$\frac{2}{3}$", "dörtte biri"ni "$\frac{1}{4}$" ve "beşte üçü"nü "$\frac{3}{4}$" biçiminde gösteririz. Bunlardan her biri birer kesirdir. Öyleyse,

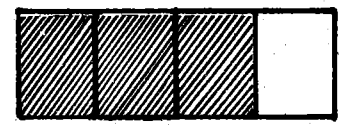
Bir bütünün eş parçalarından bir ya da birkaçını gösteren sayıya kesir denir.

2. $\frac{3}{5}$ kesrinde 5'e **payda**, 3'e **pay** adı verilir. 5, bütünün beş eş parçaya bölündüğünü, 3'de bu eş parçalardan 3 tanesinin alındığını gösterir. Pay ile payda kesir çizgisi (—) ile birbirinden ayrılır.

Pay ⟶ $\frac{3}{5}$ ⟵ Kesir çizgisi
Payda

Örnekler

1. Örnek : Yandaki şekle göre :



a) Büyük dikdörtgensel bölge kaç eş parçaya ayrılmıştır?

b) Kaç parça taranmıştır?

c) Taralı kısım bütünün kaçta kaçıdır? Yazınız.

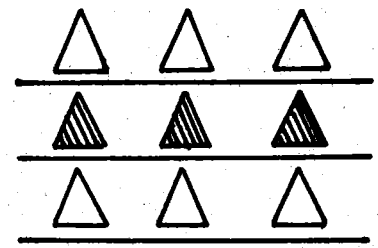
Çözüm

a) Büyük dikdörtgensel bölge 4 eş parçaya ayrılmıştır.

b) Taralı parça sayısı 3'tür.

c) Taralı kısım bütünün "dörtte üçü" dür. Bunu, "$\frac{3}{4}$" biçiminde yazar, "3 bölü 4 ya da 4'te 3" diye okuruz.

2. Örnek : Yandaki şekilde,



a) Kaç tane üçgen vardır?

b) Kaç tane üçgen taranmıştır?

c) Taralı üçgenler tüm üçgenlerin kaçta kaçıdır?

Çözüm

a) 9 üçgen vardır.

b) 3 tane üçgen taralıdır.

c) Taralı üçgenler tüm üçgenlerin "dokuzda üçü" dür. Bunu, $\frac{3}{9}$ biçiminde yazar, "3 bölü 9" ya da "9'da 3" diye okuruz.

3. Örnek : $A = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7} \right\}$ kümesinin elemanları birer kesirdir.

4. Örnek : Yandaki şekilde taralı kısım $\frac{1}{4}$ kesri ile gösterilebilir mi?

Gösterilemez. Çünkü dikdörtgensel bölge eş parçalara ayrılmamış, gelişigüzel dört parçaya ayrılmıştır.

E

$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{4}{1}$	$\frac{5}{1}$
$\frac{0}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{5}{2}$
$\frac{0}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$
$\frac{0}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{5}{4}$
$\frac{0}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{5}$

5. Örnek : Yandaki E kümesi kesirlerden oluşan bir kümedir.

a) A = Payları 2 olan kesirlerin kümesini,

b) B = paydaları 3 olan kesirlerin kümesini,

c) C = kesir biçiminde yazılan doğal sayıların kümesini yazalım.

Çözüm

a) $A = \left\{ \frac{2}{1}, \frac{2}{2}, \frac{2}{3}, \frac{2}{4}, \frac{2}{5} \right\}$

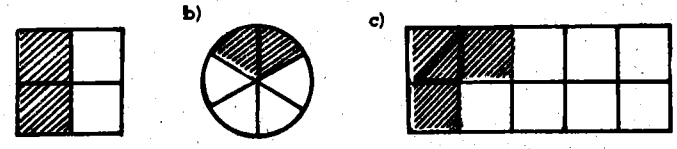
b) $B = \left\{ \frac{0}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3} \right\}$

c) $C = \left\{ \frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \frac{4}{1}, \frac{5}{1} \right\}$ olur.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki şekillerde taranmış kısımları birer kesirle gösteriniz.

a) b) c)



2. Aşağıdaki kesirleri okuyunuz.

a) $\frac{3}{7}$ b) $\frac{8}{5}$ c) $\frac{6}{15}$ d) $\frac{12}{20}$

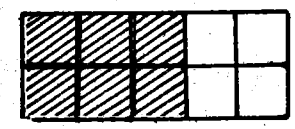
3. Aşağıdaki kesirleri birer şekille ifade ediniz.

a) $\frac{9}{5}$ b) $\frac{7}{12}$ c) $\frac{6}{10}$ d) $\frac{8}{15}$

Kesir Çeşitleri

Birim Kesir

Yandaki şekilde dikdörtgensel bölge 10 eş parçaya bölünmüş ve bu parçalardan 6 tanesi taranmıştır.



Taralı parçayı $\frac{6}{10}$ kesri ile gösteririz.

Şekilden kolayca anlaşılacağı gibi, $\frac{6}{10}$ kesri 6 kez $\frac{1}{10}$ i ifade eder.

Bu da $\frac{6}{10} = 6 \times \frac{1}{10}$ biçiminde gösterilir.

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \ldots$ gibi payı "1" olan kesirlere **birim kesir** denir.

Birim kesirler kümesi $= \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \ldots \right\}$ dir.

Bütünün eş parçaları ya da kesirler, birim kesirlerde ifade edilebilir.

Örneğin, $\frac{3}{8}$ kesri, birim kesir türünden, $3 \times \frac{1}{8}$ biçiminde ifade edilir.

Genel olarak a bir doğal sayı, b de bir sayma sayısı olduğuna göre,

$$\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b} \text{ dir.}$$

Örnekler

1. Örnek : $\frac{5}{9}$ kesrini birim kesir türünden ifade edelim.

Bu kesrin birim kesri $\frac{1}{9}$ dur.

$\frac{5}{9} = 5 \times \frac{1}{9}$ biçiminde yazılır.

2. Örnek : 1 doğal sayısı kesir olarak,

$1 = \frac{1}{1}$ biçiminde yazılır.

$\frac{1}{1}$ 'de bir birim kesirdir.

3. Örnek : 4 doğal sayısını kesir olarak yazalım.

$4 = 4 \times 1$ dir. 1 yerine $\frac{1}{1}$ yazalım.

$4 = 4 \times \frac{1}{1}$ ya da $4 = \frac{4}{1}$ yazılır.

4 doğal sayısı, $\frac{4}{1}$ biçiminde yazılınca, kesir olarak yazılmış olur.

Doğal sayılar,

$\frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \frac{4}{1}, \frac{5}{1}, \ldots$ gibi kesir biçiminde de yazılabilirler.

Genel olarak a bir doğal sayı olduğuna göre,

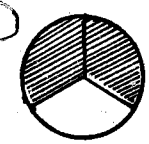
$a = \frac{a}{1}$ 'dir.

Aşağıdaki kesirleri birim kesir türünden yazınız.

1) $\frac{7}{8}$ 2) $\frac{12}{15}$ 3) $\frac{9}{20}$

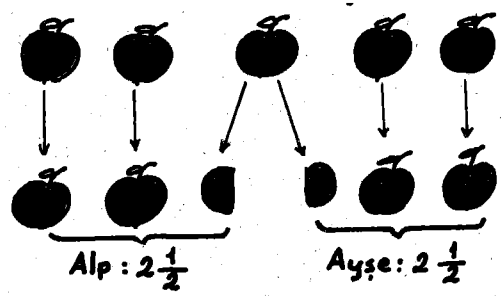
Basit Kesir

Payı paydasından küçük olan kesirlere **basit kesir** denir. Örneğin, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{45}{60}$ gibi kesirler basit kesirlerdir.



$\frac{2}{3}$

Tamsayılı Kesir



5 elmayı Alp ve Ayşe eşit olarak paylaşmak istiyorlar. Her birine kaç elma düşer?

Bu soruyu cevaplamak için 5'i 2'ye böleriz. Bölüm 2, kalan 1' olur. Başka bir deyişle, her birine 2 şer elma düşer, 1 elma da artar. Bu bir elmayı da 2 eş parçaya bölerek paylaşırlar. Yukarıdaki şekilleri inceleyiniz.

Her birine düşen elma,

"$2\ \frac{1}{2}$" biçiminde yazılır, "2 tam 1 bölü 2" diye okunur. $2\ \frac{1}{2}$ 'ye **tamsayılı kesir** adı verilir.

Bir sayma sayısı ile beraber yazılan kesirlere tamsayılı kesir denir.

Bileşik Kesir

5 elmayı ikişer eş parçaya ayırarak Alp ve Ayşe'ye dağıtalım. $2 \times 5 = 10$ dilim (eş parça) elma olur. Her birine $10 : 2 = 5$ dilim (eş parça) elma düşer.

Her birine düşen elma :

$5 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$, dir.

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

$\frac{5}{2}$ 'ye **bileşik kesir** adı verilir.

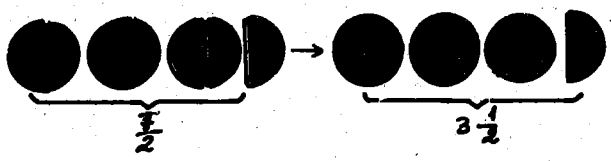
Payı paydasına eşit ya da payı paydasından büyük olan kesirlere bileşik kesir denir.

Bu açıklamalardan anlaşıldığına göre, "5 : 2" bölmesi ile "$\frac{5}{2}$" kesri aynı anlamdadır. Öyleyse, iki doğal sayının bölümü (bölen sıfır olmamak koşulu ile bir kesir ve her kesir de iki doğal sayının bölümü gibi düşünebilir.

Örnek : $12 : 4 = 3$ bölmesi yerine $\frac{12}{4} = 3$ yazılabilir.

Bileşik Kesri Tamsayılı Kesre Çevirmek

$\frac{7}{2}$ bileşik kesrini tamsayılı kesir biçiminde gösterelim.



$\frac{7}{2}$ kesrini "7 : 2" olarak düşünebiliriz. Ayrıca $\frac{7}{2} = 7 \times \frac{1}{2}$ ve $2 \times \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$'dir. 2 tane $\frac{1}{2}$, 1 tam olduğundan, 7 tane $\frac{1}{2}$ içinde, 3 tam vardır ve bir tane de $\frac{1}{2}$ artar.

7'yi 2'ye bölelim.

$$(7:2) \longrightarrow \begin{array}{r|l} 7 & 2 \\ \hline -\ 6 & 3 \\ \hline 1 & \end{array} \qquad 3\frac{1}{2}$$

$\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$ olur.

Birleşik kesri tamsayılı kesre çevirmek için, kesrin payı paydasına bölünür. Bölüm tamsayı, kalan pay ve bölen de payda olarak yazılır.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki boş yerleri tamamlayınız.

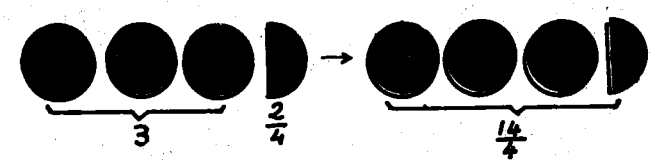
a) $\frac{8}{5} = \ldots\frac{3}{5}$ b) $\frac{12}{9} = 1\frac{\ldots}{9}$ c) $\frac{17}{7} = 2\frac{3}{\ldots}$

2. Aşağıdaki bileşik kesirleri tamsayılı kesre çeviriniz.

a) $\frac{6}{4}$ b) $\frac{13}{8}$ c) $\frac{32}{7}$ d) $\frac{48}{9}$

Tamsayılı Kesri Bileşik Kesre Çevirmek

Aşağıdaki şekil ve işlemler $3\frac{2}{4}$ tamsayılı kesrinin bileşik kesre çevrilişini öğrenmede size yardımcı olacaktır. İnceleyiniz.



$3\frac{2}{4}$ tamsayılı kesrinde 3 tam ile 2 tane $\frac{1}{4}$ vardır. $1 = 4 \times \frac{1}{4}$ olduğundan, 3 tamda $3 \times 4 = 12$ tane $\frac{1}{4}$ vardır. Öyleyse, $3\frac{2}{4}$'de $12 + 2 = 14$ tane $\frac{1}{4}$ vardır. Bu da, $14 \times \frac{1}{4}$ biçiminde gösterilirse,

$3\frac{2}{4} = 14 \times \frac{1}{4} = \frac{14}{4}$ olur.

Bileşik kesir tamsayılı kesre çevrilirken, pay paydaya bölünüyordu. $3\frac{2}{4}$ tamsayılı kesrinde 4 bölen, 3 bölüm ve 2'de kalandır. Kalanlı bölme eşitliğine göre,

$$\begin{array}{r|l} ? & 4 \\ \hline - & 3 \\ \hline 2 & \end{array}$$

$? = (3 \times 4) + 2$ olur.

$\rightarrow ? = 12 + 2$

$? = 14$ bulunur. Ve

$3\frac{2}{4} = \frac{(3 \times 4) + 2}{4} = \frac{14}{4}$ yazılır. Öyleyse, $3\frac{2}{4}$ tamsayılı kesri, $\frac{14}{4}$ biçiminde bileşik kesir olarak yazılır.

Tamsayılı kesri bileşik kesre çevirmek için, tam kısım payda ile çarpılır, bu çarpıma kesrin payı eklenip paya yazılır. Kesrin paydası da payda olarak yazılır.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki kesirlerden, bileşik kesirlerin kümesini yazınız.

$$\frac{3}{4}, \frac{4}{3}, \frac{6}{8}, \frac{8}{8}, \frac{9}{8}, \frac{5}{10}, \frac{10}{5}, \frac{1}{1}, \frac{7}{6}, \frac{12}{12}, \frac{11}{7}$$

2. Aşağıdaki kesirlerden, basit kesirlerin kümesini yazınız.

$$\frac{5}{5}, \frac{1}{3}, \frac{4}{7}, \frac{11}{8}, \frac{5}{6}, \frac{8}{7}, \frac{12}{15}, \frac{7}{3}, \frac{2}{10}, \frac{3}{6}, \frac{9}{15}$$

3. $A = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{3}{5}, \frac{6}{7}, \frac{8}{9}, \frac{11}{5}, \frac{1}{1}, \frac{8}{5}, \frac{5}{5}, \frac{4}{3}, \frac{3}{6}, \frac{6}{3} \right\}$ kümesi veriliyor.

a) A kümesinin, elemanları basit kesir olan B alt kümesini yazınız.

b) A kümesinin, elemanları bileşik kesir olan C alt kümesini yazınız.

4. Aşağıdaki kesirleri bileşik kesre çevrinizi.

$$5\frac{1}{3}, 6\frac{2}{8}, 3\frac{1}{7}, 4\frac{5}{6}, 2\frac{9}{10}, 7\frac{4}{5}, 9\frac{3}{9}$$

5. Aşağıdaki kesirleri tamsayılı kesre çeviriniz.

$$\frac{12}{5}, \frac{27}{6}, \frac{49}{12}, \frac{52}{3}, \frac{67}{13}, \frac{15}{15}, \frac{96}{12}, \frac{105}{12}$$

6. $\frac{7}{\square}$ kesrinde, $\square$ yerine en küçük hangi doğal sayı yazılırsa, bu kesir basit kesir olur?

7. $\frac{8}{\square}$ kesrinde, $\square$ yerine hangi en büyük doğal sayı yazılırsa, bileşik kesir olur?

8. $\frac{\square}{10}$ kesrinin basit kesir olması için, $\square$ yerine hangi sayma sayılarını koymalıyız? Bu kesirleri yazınız.

9. $\frac{\square}{12}$ kesrinin bileşik kesir olabilmesi için, $\square$ yerine en küçük hangi doğal sayı yazılmalıdır?

10. $2 \times \frac{1}{4}$ kesri ile $2\frac{1}{2}$ kesirlerinin farklı olup olmadıklarını araştırınız.

Kesirlerde sıralama

1. Doğal sayılar, doğal sayılar kümesini oluşturuyordu. Kesirler de kesirler kümesini oluşturur. Kesirler kümesine K diyelim. Bu kümeyi.

$$K = \left\{ \begin{array}{l} \frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \frac{4}{1}, \frac{5}{1}, \ldots \\ \frac{0}{2}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{3}{2}, \frac{4}{2}, \frac{5}{2}, \ldots \\ \frac{0}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \ldots \\ \frac{0}{4}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{5}{4}, \ldots \\ \frac{0}{5}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{5}{5}, \ldots \\ \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \\ \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \\ \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \end{array} \right\}$$

biçiminde yazabiliriz. Doğal sayılar kümesinin elemanlarının hepsini yazamadığımız gibi, kesirler kümesinin de elemanlarının hepsini yazamayız.

2. Doğal sayıların sıralanışı gibi, kesirler de sıralanabilir.

Örnekler

1. Örnek : $\frac{4}{6}$ ve $\frac{5}{6}$ kesirlerini karşılaştıralım.

Bu kesirleri birim kesir türünden yazalım.

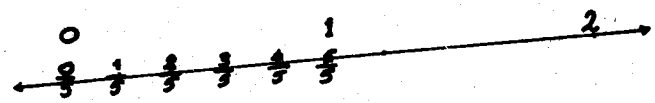
$\frac{4}{6} = 4 \times \frac{1}{6}$ ve $\frac{5}{6} = 5 \times \frac{1}{6}$ ' dır.

$\frac{4}{6}$, $\frac{1}{6}$ lardan 4 taneyi, $\frac{5}{6}$ 'da $\frac{1}{6}$ lardan 5 taneyi gösterir. $4 < 5$'dir. Öyleyse,

$\frac{4}{6} < \frac{5}{6}$ 'dır. Ya da $\frac{5}{6} > \frac{4}{6}$ 'dır.

2. Örnek : $\frac{3}{5}$ ve $\frac{4}{5}$ kesirlerini sayı doğrusunda karşılaştıralım.

Sayı doğrusu üzerinde ardışık iki doğal sayı arasındaki uzunluk bir bütünü gösterir. Biz 0 ve 1 doğal sayıları arasındaki uzunluğu (bütünü) 5 eş parçaya bölelim.



$\frac{0}{5}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{5}$ kesirlerinin görüntüleri yukarıdaki sayı doğrusunda işaretlenmiştir. İnceleyiniz.

$\frac{3}{5}$ kesri sayı doğrusu üzerinde $\frac{4}{5}$ kesrinin solunda olduğundan,

$\frac{3}{5} < \frac{4}{5}$ ya da $\frac{4}{5} > \frac{3}{5}$ ' tir.

Sayı doğrusu üzerinde her kesre karşı gelen bir nokta vardır.

Paydaları eşit olan kesirlerden, payı küçük olan kesir daha küçüktür.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki kesir çiftleri arasına ($<$, $>$) işaretlerinden uygun olanını yazınız.

a) $\frac{3}{5} \cdots \frac{5}{5}$ b) $\frac{7}{8} \cdots \frac{3}{8}$ c) $\frac{12}{15} \cdots \frac{9}{15}$ d) $\frac{15}{24} \cdots \frac{21}{24}$

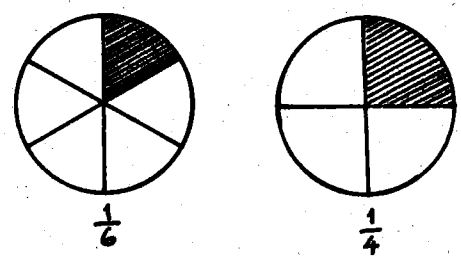
2) Aşağıdaki boş yerlere uygun olan birer doğal sayı yazınız.

a) $\frac{3}{7} < \frac{\cdots}{7}$ b) $\frac{\cdots}{9} > \frac{2}{9}$ c) $\frac{9}{15} < \frac{12}{\cdots}$ d) $\frac{5}{\cdots} < \frac{7}{10}$

3. Aşağıdaki kesirleri küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

$\frac{3}{8}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{8}{8}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{4}{8}$

3. Örnek : $\frac{1}{6}$ ve $\frac{1}{4}$ kesirlerini karşılaştıralım.



Yukarıdaki şekilde bütünün (dairenin) $\frac{1}{6}$ 'ni gösteren taralı alanı, $\frac{1}{4}$ 'ni gösteren taralı alandan daha küçüktür. Öyleyse,

$\frac{1}{6} < \frac{1}{4}$ ya da $\frac{1}{4} > \frac{1}{6}$ 'dır.

Paydası büyük olan birim kesir daha küçüktür.

4. Örnek : $\frac{2}{3}$ ve $\frac{2}{4}$ kesirlerini karşılaştıralım.

Bu kesirleri birim kesir türünden yazalım.

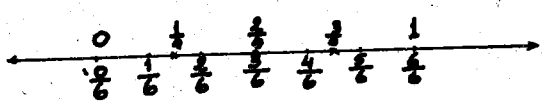
$\frac{2}{3} = 2 \times \frac{1}{3}$ ve $\frac{2}{4} = 2 \times \frac{1}{4}$ 'dır.

$\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$ 'tür. $2 \times \frac{1}{4} < 2 \times \frac{1}{3}$ olur. Öyleyse,

$\frac{2}{4} < \frac{2}{3}$ 'tür. Ya da $\frac{2}{3} < \frac{2}{4}$ 'tür.

5. Örnek : $\frac{3}{4}$ ve $\frac{3}{6}$ kesirlerini sayı doğrusunda karşılaştıralım.

Sayı doğrusunda 0 ile 1 arasını bir kez 4, biz kez de 5 eş parçaya bölelim.



$\frac{0}{6}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, \frac{6}{6}$ ve $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}$ kesirlerinin görüntüleri yukarıdaki sayı doğrusunda işaretlenmiştir. İnceleyiniz.

$\frac{3}{6}$ kesri sayı doğrusu üzerinde $\frac{3}{4}$ kesrinin solunda olduğundan,

$\frac{3}{6} < \frac{3}{4}$ ya da $\frac{3}{4} > \frac{3}{6}$ 'dır.

Payları eşit olan kesirlerden, paydası büyük olan kesir daha küçüktür.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki kesir çiftleri arasına $(<, =, >)$ işaretlerinden uygun olanını yazınız.

a) $\frac{4}{7} \cdots \frac{4}{6}$ b) $\frac{9}{3} \cdots \frac{9}{6}$ c) $\frac{15}{20} \cdots \frac{15}{23}$ d) $\frac{32}{48} \cdots \frac{32}{48}$

2. Aşağıdaki boş yerlere uygun olan birer doğal sayı yazınız.

a) $\frac{6}{7} \; \frac{\cdots}{5}$ b) $\frac{8}{\cdots} \; \frac{8}{6}$ c) $\frac{12}{\cdots} \; \frac{12}{7}$ d) $\frac{25}{21} \; \frac{25}{\cdots}$

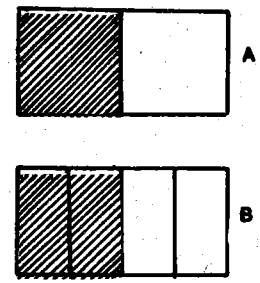
3. Aşağıdaki kesirleri küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

$\frac{5}{7}, \frac{5}{12}, \frac{5}{9}, \frac{5}{11} \; \frac{5}{5}, \frac{5}{4}, \frac{5}{6}, \frac{5}{3}, \frac{5}{2}$

6-2. Denk Kesirler ve Rasyonel Sayılar

Denk Kesirler

Aynı büyüklükte iki parça kâğıt alarak yanda görüldüğü gibi, A kâğıdını 2 eş parçaya, B kâğıdını 4 eş parçaya ayırınız. A'da 1 parçayı, B'de 2 parçayı tarayınız.



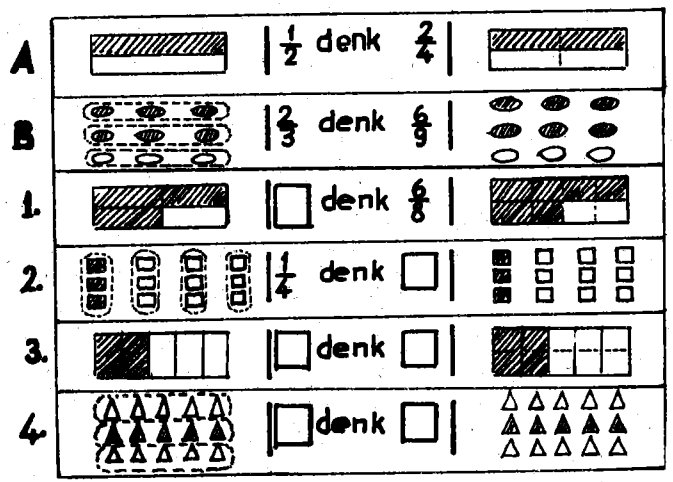
A'daki taralı kısım bütün kâğıdın $\frac{1}{2}$'i, B'deki taralı kısım da bütün kâğıdın $\frac{2}{4}$'sidir. Dikkat edilirse taralı kısımlar bütün kâğıdın yarısıdır. Öyleyse, $\frac{1}{2}$ ile $\frac{2}{4}$ kesirleri kâğıdın (bütünün) aynı büyüklükte bir parçasını göstermektedir.

$\frac{1}{2}$ ile $\frac{2}{4}$ kesirleri aynı parçanın iki ayrı gösterim biçimleridir.

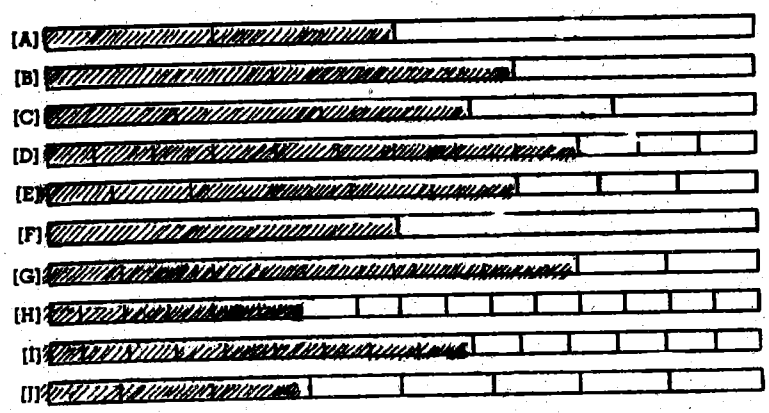
$\frac{1}{2}$ ile $\frac{2}{4}$'e **denk kesirler** denir, $\frac{1}{2} \equiv \frac{2}{4}$ biçiminde yazılır ve " $\frac{1}{2}$ denk $\frac{2}{4}$ " diye okunur. " $\equiv$ " işaretine denklik işareti denir.

Alıştırmalar

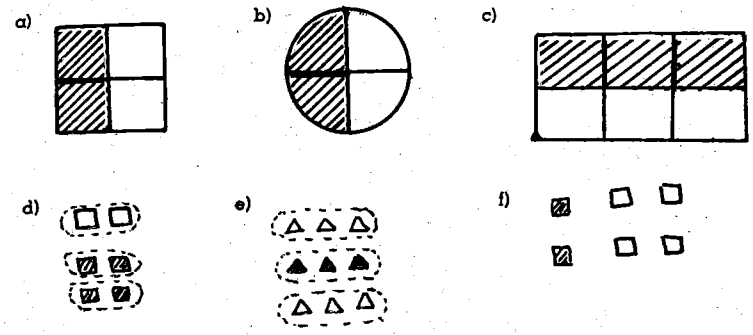
1. Aşağıdaki tablonun 1. ve 2. satırındaki A ve B örneklerini inceleyiniz. Sonra öteki satırlardaki eksik kesirleri tamamlayınız.



2. Aşağıdaki şekillerde taralı kısımları gösteren kesirleri yazınız. B ve E şekillerinin taralı kısımlarını gösteren $\frac{2}{3}$ ve $\frac{6}{9}$ kesirleri denk kesirlerdir. Diğer denk kesir çiftlerini siz bulunuz.

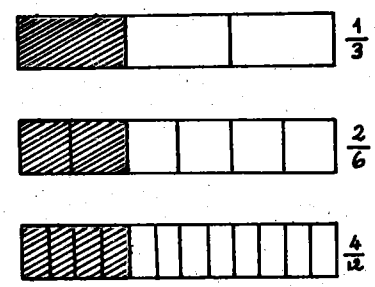


3. Aşağıdaki her şekil bir denk kesir çiftini göstermektedir. Örneğin, 1. şekil $\frac{1}{2}$ ve $\frac{2}{4}$ denk kesir çifti için fikir vermektedir. Bu na göre, her şekil için denk kesir çiftlerini yazınız.



Örnekler

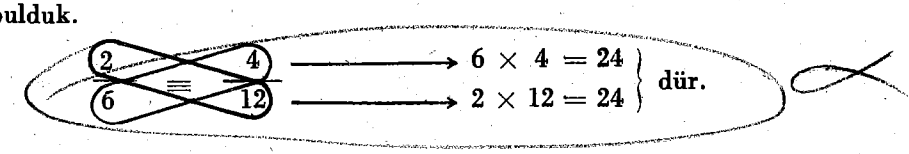
1. Örnek : Yandaki şekle bakarak, $\frac{1}{3}$ kesrine denk olan kesirlerin kümesini yazalım.



$\frac{1}{3}$ kesrine denk kesirlerin kümesine A dersek,

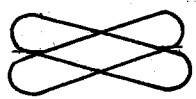
$A = \left\{ \frac{1}{3} , \frac{2}{6} , \frac{4}{12} \right\}$ olur.

2. Örnek : $\frac{2}{6}$ kesri ile $\frac{4}{12}$ kesrinin denk olduklarını yukarıda bulduk.



Denk iki kesirde, birinci kesrin payı ile ikinci kesrin paydası çarpımı, birinci kesrin paydası ile ikinci kesrin payı çarpımına (çapraz çarpımlar birbirine) eşittir.

3. Örnek : $\frac{3}{5}$ kesri ile $\frac{6}{10}$ kesirlerinin denk olup olmadıklarını araştıralım.



Çapraz çarpımlar,
$5 \times 6 = 30$
$3 \times 10 = 30$ olduğundan,

$\frac{3}{5} \equiv \frac{6}{10}$ ' dur.

4. Örnek : $\frac{2}{3}$ kesrinin $\frac{4}{5}$ kesrine denk olup olmadığını araştıralım.

$3 \times 4 = 12$
$2 \times 5 = 10$ olur.

Çapraz çarpım sonuçları eşit olmadığından,

$\frac{2}{3} \not\equiv \frac{4}{5}$ ' tir.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki alıştırmalarda her bir kesir çifti,

$\left\{ \frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{51}, \frac{12}{18}, \frac{14}{21}, \frac{16}{24}, \ldots \right\}$ kümesinden

alınmıştır. Her alıştırmada çapraz çarpımları bulunuz ve çarpımları karşılaştırınız.

a) b) c) d)

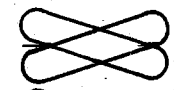
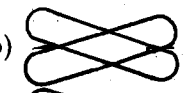
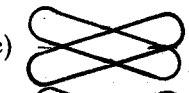
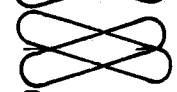
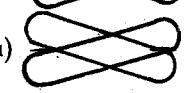
2. $\left\{ \frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \frac{3}{12}, \frac{4}{16}, \frac{5}{20}, \frac{6}{24} \right\}$ kümesi veriliyor.

Aşağıdaki ifadeyi okuyunuz, sonra çarpımları bulunuz.

a) $\frac{2}{8}$ denk $\frac{3}{12}$
$2 \times 12 = \square$
$8 \times 3 = \square$

b) $\frac{3}{12}$ denk $\frac{5}{20}$
$3 \times 20 = \square$
$12 \times 5 = \square$

3. Aşağıdaki boş yerlere (= ya da $\neq$) işaretlerinden uygun olanını yazınız (Kapalı eğriler denk kesirleri bulmanıza yardımcı olmak için verilmiştir.)

a) 
b) 
c) 
d)
e) 
f)
g)
h) 

4. Aşağıdaki kesir çiftlerinin denk olup olmadığını söyleyiniz. (Bunun için çapraz çarpma yöntemi kullanınız.)

a) $\frac{1}{2}, \frac{7}{14}$ b) $\frac{3}{8}, \frac{9}{24}$ c) $\frac{3}{3}, \frac{8}{8}$

d) $\frac{6}{8}, \frac{7}{10}$ e) $\frac{6}{10}, \frac{9}{15}$ f) $\frac{12}{10}, \frac{6}{15}$

g) $\frac{6}{14}, \frac{2}{5}$ h) $\frac{15}{35}, \frac{3}{7}$

5. Aşağıdaki her alıştırmada (n) harfinin yerine öyle bir sayı koyunuz ki iki kesir denk olsun. (Cevap için, çapraz çarpma yöntemini kullanınız).

Örnek : $\frac{2}{3}, \frac{n}{12}$ $n = 8$ kontrol : $2 \times 12 = 3 \times 8$ dir.

a) $\frac{3}{4}, \frac{n}{8}$ b) $\frac{3}{4}, \frac{9}{n}$ c) $\frac{5}{10}, \frac{n}{2}$ d) $\frac{9}{12}, \frac{n}{4}$

e) $\frac{1}{2}, \frac{n}{6}$ f) $\frac{1}{2}, \frac{2}{n}$ g) $\frac{12}{8}, \frac{3}{n}$ h) $\frac{4}{8}, \frac{1}{n}$

6. Aşağıdaki pay ya da paydalardaki bilinmeyen sayıları

$\left\{ \frac{5}{6}, \frac{10}{12}, \frac{15}{18}, \frac{20}{24}, \frac{25}{30}, \frac{30}{36}, \frac{35}{42}, \ldots \right\}$

kümesinden yararlanarak bulunuz.

a) $\frac{5}{6} = \frac{\ldots}{18}$ b) $\frac{20}{24} = \frac{\ldots}{12}$ c) $\frac{10}{12} = \frac{15}{\ldots}$ d) $\frac{\ldots}{30} = \frac{5}{6}$

e) $\frac{35}{42} = \frac{\ldots}{12}$ f) $\frac{25}{\ldots} = \frac{30}{36}$

7. Aşağıdaki eşitliklerde bilinmeyen pay ya da paydaları bulunuz.

a) $\frac{2}{3} = \frac{\dots}{6}$ b) $\frac{3}{4} = \frac{6}{\dots}$ c) $\frac{7}{8} = \frac{14}{\dots}$ d) $\frac{6}{8} = \frac{3}{\dots}$

e) $\frac{4}{10} = \frac{\dots}{20}$ f) $\frac{6}{12} = \frac{4}{\dots}$ g) $\frac{\dots}{8} = \frac{9}{12}$ h) $\frac{4}{\dots} = \frac{6}{9}$

8. $\frac{3}{5}$ kesrine denk, paydası 20 olan kesri yazınız.

Kesirleri Genişletme

Aşağıdaki tabloyu inceleyiniz.

Üçte iki $\left(\frac{2}{3}\right)$
$\frac{2\times1}{3\times1}, \frac{2\times2}{3\times2}, \frac{2\times3}{3\times3}, \frac{2\times4}{3\times4}, \frac{2\times5}{3\times5}, \dots$ $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$ $\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \dots$

a) Yukarıdaki tabloda $\frac{2}{3}$ kesrinin pay ve paydaları hangi sayma sayıları ile çarpılmıştır?

b) $\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \dots$ kesirleri denk kesirler midir? Gösteriniz.

c) $\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \dots$ kesirlerine denk olan iki kesir daha yazınız.

$\frac{2}{3}$ kesrinin pay ve paydası sıra ile 1, 2, 3, 4, 5 sayma sayıları ile çarpılarak, $\frac{2}{3} \equiv \frac{4}{6} \equiv \frac{6}{9} \equiv \frac{8}{12} \equiv \frac{10}{15} \equiv \dots$ denk kesirleri elde edilmiştir.

Bir kesrin pay ve paydası aynı sayma sayısı ile çarpılırsa, kesrin değeri değişmez. Buna, kesri genişletme denir.

Örnek: $\frac{3}{5}$ kesrini 1, 2, 3 sayma sayıları ile genişleterek, $\frac{3}{5}$ kesrine denk olan kesirlerin oluşturduğu A kümesini yazalım.

$\frac{3}{5} = \frac{3\times1}{5\times1} = \frac{3}{5}$

$\frac{3}{5} = \frac{3\times2}{5\times2} = \frac{6}{10}$

$\frac{3}{5} = \frac{3\times3}{5\times3} = \frac{9}{15}$ dur. ve,

$A = \left\{\frac{3}{5}, \frac{6}{10}, \frac{9}{15}\right\}$ olur.

Genel olarak, $\frac{a}{b}$ bir kesir ve c bir sayma sayısı olduğuna göre,

$$\frac{a}{b} \equiv \frac{a\times c}{b\times c} \text{ dır.}$$

Alıştırmalar

1) Aşağıdaki kesirleri 3 ile genişletiniz.

a) $\frac{5}{7}$ b) $\frac{7}{12}$ c) $\frac{12}{25}$

2. Aşağıdaki kesirleri öyle bir sayma sayısı ile genişletiniz ki, paydaları eşit olsun.

a) $\frac{15}{20}$ b) $\frac{8}{15}$ c) $\frac{7}{12}$

Kesirleri Sadeleştirme

1. Aşağıdaki tabloyu inceleyiniz.

Otuzaltıda yirmi dört $\left(\frac{24}{36}\right)$
$\frac{24:1}{36:1}, \frac{24:2}{36:2}, \frac{24:3}{36:3}, \frac{24:4}{36:4}, \frac{24:6}{36:6}, \frac{24:12}{36:12}$ $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$ $\frac{24}{36}, \frac{12}{18}, \frac{8}{12}, \frac{6}{9}, \frac{4}{6}, \frac{2}{3}$

a) Yukarıdaki tabloda $\frac{24}{36}$ kesrinin pay ve paydası hangi sayma sayıları ile bölünmüştür?

b) 1, 2, 3, 4, 6, 12 sayma sayıları, 24 ve 36 sayılarının ortak bölenleri midir?

c) $\frac{24}{36}, \frac{12}{18}, \frac{8}{12}, \frac{6}{9}, \frac{4}{6}, \frac{2}{3}$ kesirleri denk kesirler midir? Gösteriniz.

$\frac{24}{36}$ kesrinin pay ve paydası sıra ile 1, 2, 3, 4, 6, 12 sayma sayıları ile bölünerek $\frac{24}{36} = \frac{12}{18} = \frac{8}{12} = \frac{6}{9} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ denk kesirleri elde edilmiştir.

Bir kesrin pay ve paydası aynı sayma sayısı ile bölünürse, kesrin değeri değişmez. Buna, kesri kısaltma ya da sadeleştirme denir.

Örnek : $\frac{30}{40}$ kesrini sadeleştirelim.

30 ve 40'ın bölenlerinin kümesi A = {1, 2, 5, 10} dir.

Bir kesri bu kümenin elemanlarından biri ile sadeleştirebiliriz. 5 ile sadeleştirelim. Kesrin pay ve paydasını 5'e böleriz.

$\frac{30}{40} = \frac{30 : 5}{40 : 5} = \frac{6}{8}$ olur. $\frac{6}{8}$ kesrini de 2 ile sadeleştirirsek, $\frac{6 : 2}{8 : 2} = \frac{3}{4}$ olur. $\frac{3}{4}$ kesri, $\frac{30}{40}$ kesrinin en sade biçimidir.

2. $\frac{24}{36}$ kesrini 24 ve 36 sayılarının ortak bölenlerinin en büyüğü olan 12 ile sadeleştirirsek $\frac{2}{3}$ kesrini bulunuz. $\frac{2}{3}$ artık sadeleşmez, sadeleştirme işi bitmiştir. $\frac{2}{3}$ kesrine **sadeleştirilemeyen kesir** denir.

Genel olarak $\frac{e}{f}$ bir kesir, c sayma sayısı da e ve f doğal sayılarının ortak bölenlerinin en büyüğü (obeb) olduğuna göre,

$$\frac{e}{f} = \frac{e : c}{f : c} = \frac{a}{b} \text{ dir.}$$

Örnekler

1. Örnek : $\frac{36}{48}$ kesrini sadeleştirelim.

36 ve 48'i 2 böler. $\frac{36}{48}$'i 2 ile sadeleştirirsek, $\frac{18}{24}$ kesrini buluruz. 18 ve 24'ü 2 böler. $\frac{18}{24}$'ü 2 ile sadeleştirirsek, $\frac{9}{12}$ kesrini buluruz. 9 ve 12'yi 2 bölmez, 3 böler. $\frac{9}{12}$'yi 3 ile sadeleştirirsek, $\frac{3}{4}$ kesrini buluruz. $\frac{3}{4}$ kesri sadeleştirilemeyen bir kesirdir.

$\frac{36}{48} = \frac{18}{24} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$'tür. $\frac{3}{4}$, $\frac{36}{48}$ kesrine denk olan kesirlerin en sadesidir.

2. Örnek : $\frac{24}{60}$ kesrini sadeleştirelim

Sadeleştirme işini yanda görüldüğü gibi, sürekli bölme işlemi ile yaparız. 24 ve 60'ın üzerini çizerek 2'ye böleriz. 24'ün 2'ye bölümünden bulduğumuz 12'yi 24'ün üstüne; 60'ın 2'ye bölümünden bulduğumuz 30'u 60'ın altına yazarız. 12 ve 30'un üzerini çizerek bunları 2'ye böleriz. Bölümden bulduğumuz 6 ve 15'i yanda görüldüğü gibi yazarız.

2
6
12
30
15
5

$\frac{24}{60} = \frac{2}{5}$

Kesir $\frac{6}{15}$ durumuna geldi. 6 ve 15'i 2 bölmez. 3 böler. 6 ve 15'in üzerini çizerek 3'e böleriz. Bölümden bulduğumuz 2 ve 5'i yanda gördüğü gibi yazarız. Kesir $\frac{2}{5}$ durumuna geldi. 2 ve 5'in 1'den başka ortak böleni olmadığından sadeleştirme bitmiştir. Öyleyse, $\frac{24}{60}$'ın sadeleşmiş biçimi $\frac{2}{5}$'tir.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki kesir çiftlerinden hangileri denktir?

a) $\frac{3}{8}$ ile $\frac{6}{16}$ b) $\frac{4}{5}$ ile $\frac{7}{3}$ c) $\frac{9}{6}$ ile $\frac{36}{24}$

2. $\frac{3}{5}$ kesrini 1, 2, 3, 4, 5 sayma sayıları ile genişleterek, bu kesre denk olan kesirlerin oluşturduğu kümeyi yazınız.

3. Aşağıdaki kesirleri sadeleştiriniz.

a) $\frac{45}{72}$ b) $\frac{50}{100}$ c) $\frac{16}{28}$ d) $\frac{80}{128}$

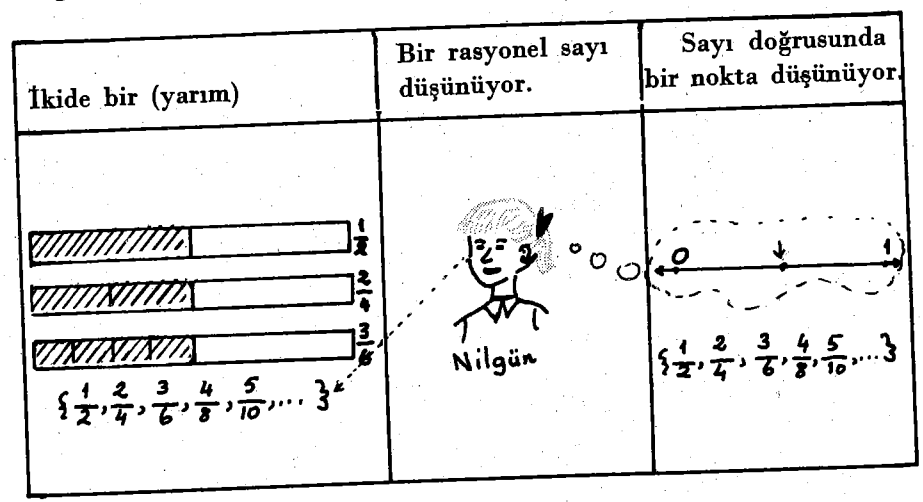
Rasyonel Sayılar

Kesirlerden Rasyonel Sayılara Giriş

Bu konuda kesirlere yeni bir açıdan bakacağız. Bir sayının değişik bir çok adları olduğunu bilirsiniz. Örneğin, 6 sayısı "VI" "2.3", "3.2" biçimlerinden biri ile yazılıp okunabilir. Aynı sayı kesirlerle, $\frac{6}{1}$, $\frac{12}{2}$, $\frac{18}{8}$, $\frac{24}{4}$ biçiminde gösterilebilir. Her kesir belli bir sayının adıdır.

$\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{5}{15}$ kesirleri de aynı sayıyı gösterirler.

Aşağıda $\frac{1}{2}$ 'ye denk kesirlerin kümesi ile bu kesir kümesi için sayı doğrusu üzerinde bir nokta işaretlenmiştir. İnceleyiniz.



$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$, ... kesirleri bir bütünün yarısını gösterirler. Böyle aynı sayıyı gösteren (sayı değerleri aynı olan) kesirlere denk kesirler denildiğini anımsayınız. $\frac{1}{2}$ 'ye denk kesirlerin oluşturduğu küme $\left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{5}{10}, \ldots\right\}$ dır. Bu kümenin elemanlarının hepsi aynı sayıyı gösterir. Öyleyse, bu kümeyi oluşturan kesirlerden her biri aynı sayının bir belirticisi olarak alınabilir. Sözgelimi, $\frac{1}{2}$ rasyonel sayısı denildiği zaman, $\frac{1}{2}$ kesrine denk olan tüm kesirler anlaşılmalıdır. Nilgün, yukarıda sözü edilen denk kesirlerin oluşturduğu küme için yalnız bir sayı ve sayı doğrusu üzerinde bir nokta düşünüyor. Nilgün'ün düşündüğü bu sayıyı söyleyiniz. Sonra bu sayıya karşılık sayı doğrusundaki noktayı gösteriniz.

Rasyonel Sayı

1. $\frac{2}{3}$ kesrini sayma sayıları kümesinin elemanları ile genişletirsek, $\frac{2}{3}$ 'e denk kesirler buluruz. Bu kesirlerin oluşturduğu A kümesini yazalım.

$A = \left\{\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \ldots\right\}$ olur.

A kümesine **rasyonel sayı** denir. A kümesini $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{10}{15}$, ... kesirlerinden birisi ile belirtebiliriz. $\frac{2}{3}$ kesri bu kümenin belirticisidir. $\frac{2}{3}$ ifadesi, $\frac{2}{3}$ kesrini gösterdiği gibi, rasyonel sayı olarak A kümesini de temsil eder. A kümesini bu kümenin her elemanı belirteceğinden $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{10}{15}$, ... kesirleri aynı rasyonel sayıyı gösterir. Onun için,

$\frac{2}{3} \equiv \frac{4}{6} \equiv \frac{6}{9} \equiv \frac{8}{12} \equiv \frac{10}{15} \equiv \ldots$ yerine,

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{16} = \ldots$ eşitlikleri yazılabilir. $\frac{2}{3}$ rasyonel sayısı yerine $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{10}{15}$, ... rasyonel sayılarından birisi alınabilir.

Birbirine denk olan tüm kesirlerin oluşturduğu kümeye, rasyonel sayı denir. Rasyonel sayılar b sıfır olmamak koşulu ile a/b biçiminde gösterilirler.

Örnek : $\left\{\frac{1}{2} , \frac{2}{4} , \frac{3}{6} , \frac{4}{8} , \ldots\right\}$ rasyonel sayısı veriliyor.

a) Bu kümenin elemanları denk kesirler midir?

b) Bu rasyonel sayı, kümenin her elemanı ile temsil edilebilir mi?

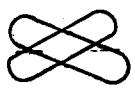
c) Bu kümenin belirticisi nedir?

d) Kümenin elemanları birbirine eşit midir?

Çözüm

a) Kümenin elemanlarının denk olduğunu gösterelim.

$2 \times 2 = 4$
$1 \times 4 = 4$
çapraz çarpımlar eşit olduğundan, $\frac{1}{2} \equiv \frac{2}{4}$ 'tür.



$4 \times 3 = 12$
$2 \times 6 = 12$
Çapraz çarpımlar eşit olduğundan $\frac{2}{4} \equiv \frac{3}{6}$ 'dır.

Öyleyse,

$\frac{1}{2} \equiv \frac{2}{4} \equiv \frac{3}{6} \equiv \frac{4}{8} \equiv \ldots$ olur.

b) Bu rasyonel sayı kümenin her elemanı ile temsil edilebilir.

c) Kümenin belirticisi $\frac{1}{2}$ ' dir.

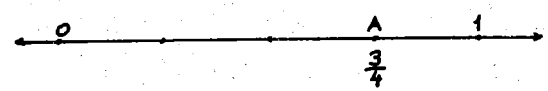
d) $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \ldots$ dir.

2. Daha önce doğal sayıları,

$0 = \frac{0}{1}$, $1 = \frac{1}{1}$, $2 = \frac{2}{1}$, $3 = \frac{3}{1}$, ... biçiminde birer kesir olarak yazmıştık. Kesirler birer rasyonel sayıyı temsil ettiğinden, tüm doğal sayılar birer rasyonel sayıdır.

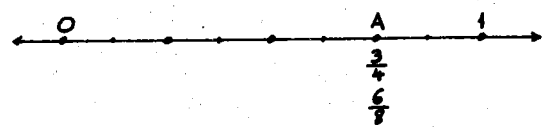
3. $\left\{\frac{3}{4} , \frac{6}{8} , \frac{9}{12} , \frac{12}{16} , \ldots\right\}$ rasyonel sayısına karşı gelen noktayı sayı doğrusu üzerinde gösterelim.

Bu rasyonel sayıyı $\frac{3}{4}$ ile gösterebiliriz. $\frac{3}{4}$ 'ü sayı doğrusu üzerinde aşağıdaki biçimde gösteririz.



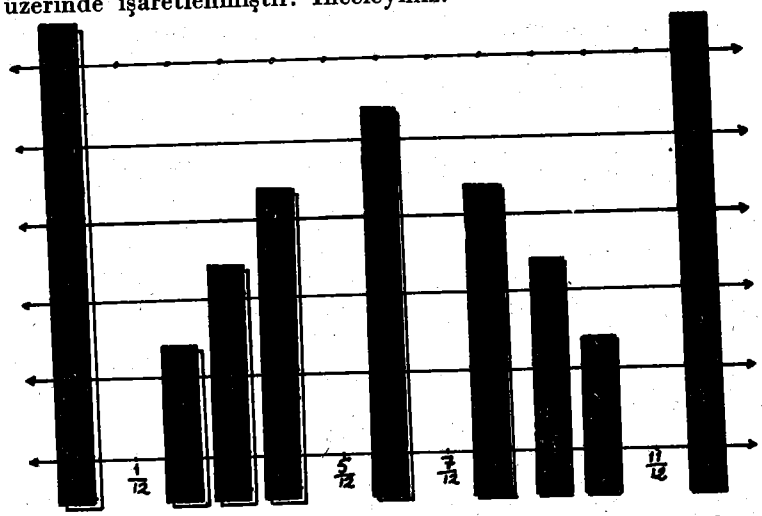
Aynı rasyonel sayıyı, $\frac{6}{8}$ ile de gösterebiliriz.

Sayı doğrusu üzerinde $\frac{6}{8}$ 'e karşı gelen noktayı bulmak için, bu kez, 0 ile 1 arasını 8 eş parçaya böleriz. $\frac{6}{8}$ 'in görüntüsü yine A noktasına gelir.



Öyleyse, her rasyonel sayıya sayı doğrusu üzerinde bir nokta karşı gelir.

Örnek : Aşağıda bazı rasyonel sayıların görüntüleri sayı doğruları üzerinde işaretlenmiştir. İnceleyiniz.



Yukarıdaki sayı doğrularına bakarak, eşit olan rasyonel sayıları yazalım.

$$\frac{0}{1} = \frac{0}{2} = \frac{0}{3} = \frac{0}{4} = \frac{0}{6} = \frac{0}{12}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{6}{12}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{12}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$$

$$\frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{6}{6} = \frac{12}{12}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{10}{12}, \text{ dir.}$$

Genel olarak, a bir doğal sayı, b de bir sayma sayısı olduğuna göre,

$\frac{a}{b}$ kesri ile belirtilen sayıya **rasyonel sayı** denir.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki rasyonel sayılardan hangileri birbirine eşittir?

$$\frac{7}{8}, \frac{14}{16}, \frac{2}{6}, \frac{6}{18}, \frac{12}{16}, \frac{3}{4}$$

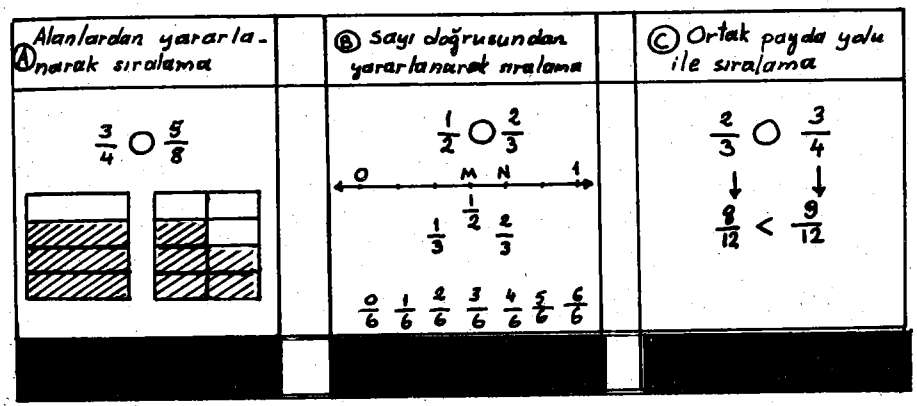
2. $\frac{5}{6}$ ve $\frac{3}{9}$ rasyonel sayılarını, paydaları 18 olan birer rasyonel sayı ile ifade ediniz.

3. $\frac{0}{4}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}$ rasyonel sayılarını sayı doğrusunda gösteriniz.

Rasyonel Sayılarda Sıralama

Daha önce her kesrin bir rasyonel sayıyı temsil ettiğini öğrendiniz. Şimdi de iki ve ikiden fazla rasyonel sayıları büyüklük ya da küçüklük sırasına göre yazmayı, kısaca, rasyonel sayıların sıralamasını öğreneceksiniz. Rasyonel sayılar arasındaki sıralama bunları temsil eden kesirler arasındaki sıralama ile aynıdır.

1. Aşağıdaki iki rasyonel sayının sıralaması örnek olarak verilmiştir. Sıralamada üç değişik yöntem uygulanmıştır. İnceleyiniz.



(A) şeklindeki iki dikdörtgensel bölgeden birincisi dört ve ikincisi sekiz eş parçaya bölünmüştür. Birinciden üç, ikinciden beş eş parça taranmıştır. Taralı bölgelerden birincisi, diğerinden daha büyüktür. Öyleyse, $\frac{3}{4} > \frac{5}{8}$ yazılabilir. Öte yandan $\frac{3}{4} = \frac{3.2}{4.2} = \frac{6}{8}$ olduğundan $\frac{6}{8} > \frac{5}{8}$ olur. Görülüyor ki,

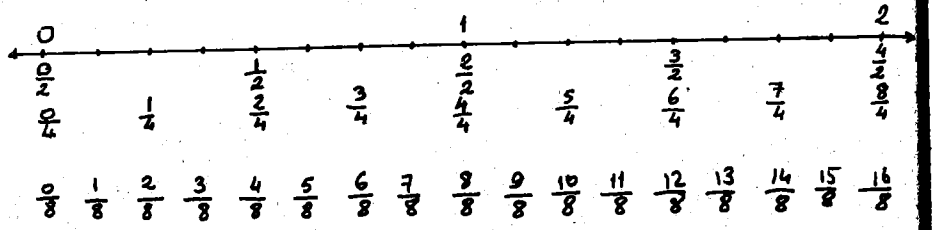
Paydaları eşit iki rasyonel sayıdan, payı büyük olan daha büyüktür.

(B) şeklindeki sayı doğrusunda 0 ve 1 aralığı altı eş parçaya ayrılmıştır. Bölüm noktalarına karşı gelen rasyonel sayılar belirtilmiştir.

$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ rasyonel sayısı, $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ rasyonel sayısının solundadır. gördüğünüz gibi verilen sayılar küçükten büyüğe doğru sıralanmıştır.

Öyleyse, $\frac{3}{6} < \frac{4}{6}$ ya da $\frac{1}{2} < \frac{2}{3}$ yazılır.

Aşağıdaki sayı doğrusunu inceleyiniz ve soruları yanıtlayınız.



$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ ün sağında mıdır? $\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$ doğru mudur.

$\frac{2}{4}$, $\frac{4}{2}$ nin solunda mıdır? $\frac{2}{4} < \frac{4}{2}$ doğru mudur?

Kolaylıkla görüldüğü gibi $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{6}{4}$ ve $\frac{8}{4}$ rasyonel sayıları küçükten büyüğe doğru sıralanmıştır.

$\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{16}{8}$ sayıları küçükten büyüğe doğru sıralanmışlarmıdır? Bu sıranın doğru olup olmadığını anlamak için, bunların farklı biçimde yazılışlarını kullanmak gerekir. Şimdi bunları yeniden şöyle yazabiliriz :

$\frac{1}{2}$ rasyonel sayısı $= \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \boxed{\frac{4}{8}}, \frac{5}{10}, \ldots \right\}$

$\frac{3}{4}$ rasyonel sayısı $= \left\{ \frac{3}{4}, \boxed{\frac{6}{8}}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \ldots \right\}$

$\frac{3}{2}$ rasyonel sayısı $= \left\{ \frac{3}{2}, \frac{6}{4}, \frac{9}{6}, \boxed{\frac{12}{8}}, \frac{15}{10}, \ldots \right\}$

$\frac{16}{8}$ rasyonel sayısı $= \left\{ \boxed{\frac{16}{8}}, \frac{32}{16}, \frac{48}{24}, \ldots \right\}$

olduğundan, verilen rasyonel sayılar yerine, sıra ile,

$\frac{4}{8}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{12}{8}$, $\frac{16}{8}$, kesirleri alınabilir.

$$\begin{array}{ccccc} \frac{4}{8} & < & \frac{6}{8} & < & \frac{12}{8} < \frac{16}{8} \text{ olduğundan} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \quad \downarrow \\ \frac{1}{2} & < & \frac{3}{4} & < & \frac{3}{2} < \frac{16}{8} \text{ yazılır.} \end{array}$$

Görüldüğü gibi, verilen rasyonel sayılar küçükten büyüğe doğru sıralanmışlardır.

Sayı doğrusunda sağa doğru gidilirse, rasyonel sayılar gittikçe büyür, sola doğru gidilirse gittikçe küçülürler.

Sayı doğrusu üzerinde her rasyonel sayı, solundaki rasyonel sayılardan büyük, sağındaki rasyonel sayılardan küçüktür.

(C) şeklinde $\frac{2}{3}$ ve $\frac{3}{4}$ rasyonel sayılarının paydalarının ortak katlarının en küçüğü (3 ; 4) okek = 12'dir.

$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ ve $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ yazılır.

$$\begin{array}{c} \frac{8}{12} < \frac{9}{12} \text{ olduğundan} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \frac{2}{3} < \frac{3}{4} \text{ olur.} \end{array}$$

Rasyonel sayıları karşılaştırırken, ortak payda yolunu kullanmak sayı doğrusu ya da alan çizmekten daha elverişlidir. Bundan böyle sayıları karşılaştırırken, ortak payda yolunu kullanacağız.

Paydaları eşit olmayan rasyonel sayıları sıralamak için, rasyonel sayıların paydaları, paydalardaki sayıların okek'inde eşitlenir. Payı küçük olan rasyonel sayı diğerlerinden küçük olur. Sonra bu rasyonel sayılar yerine, ilk verilen rasyonel sayılar yazılır.

Örnekler

1. Örnek : $\frac{2}{3}$ ile $\frac{4}{5}$ **rasyonel sayılarından hangisi büyüktür?**

Açıklama

Paydaların katlarının kümeleri bulunur. Sonra ortak katlarının en küçüğü saptanır.

Kesirlerin ortak paydası 15'dir.

Kesirler uygun sayılarla genişletilir.

Eşit paydalı kesirler karşılaştırılır.

İşlem

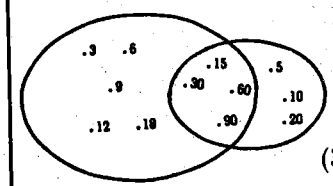
$3_k = \{\ 3, 6, 9, 12, 15, 18, \ldots\}$

$5_k = \{\ 5, 10, 15, 20, \ldots\}$

$3_k \cap 5_k = \{15, 30, 60, 90, \ldots\} = 15_k$

ya da

3	3		5	5
1			1	



$3 = 5$

$5 = 5$

$(3\ ;5)$ okek $= 3 \times 5 = 15$ olur.

$$\frac{2}{3} = \frac{2.5}{3.5} = \frac{10}{15} \text{ ve } \frac{4}{5} = \frac{4.3}{5.3} = \frac{12}{15}$$

$$\frac{10}{15} < \frac{12}{15} \text{ ya da } \frac{2}{3} < \frac{4}{5} \text{ olur.}$$

2. Örnek : $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ ve $\frac{4}{5}$ **rasyonel sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.**

Çözüm

İşlem

Açıklama

Kesirlerin ortak paydası 60 olacaktır.

3	3	4	2	5	5
1		2	2	1	
		1			

$3 = 3$

$4 = 2^2$

$5 = 5$

$(3\ ;4\ ;5)$ okek $= 2^2 \times 3 \times 5 = 60$ olur.

Kesirler uygun sayılarla genişletilir.

$$\frac{2}{3} = \frac{2.20}{3.20} = \frac{40}{60}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3.15}{4.15} = \frac{45}{60}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{4.12}{5.12} = \frac{48}{60}$$

Eşit paydalı kesirler karşılaştırılır.

$$\frac{40}{60} < \frac{45}{60} < \frac{48}{60}$$

$$\downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow$$

$$\frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5} \text{ olur.}$$

Alıştırmalar

1. $\frac{2}{5}$ ve $\frac{3}{4}$ rasyonel sayılarını büyüklük, küçüklük ve eşitlik yönünden karşılaştırınız.

2. $\frac{5}{7}$, $\frac{8}{9}$ rasyonel sayılarını karşılaştırınız.

3. $1\ \frac{1}{3}$ ile $\frac{5}{6}$ rasyonel sayılarından hangisi daha büyüktür?

4. Aşağıdaki alıştırmalarda a ve b ile gösterilen paylara konması gerekli sayıları bulunuz. Sonra boş yere ($<$ ya da $>$) işaretlerinden uygun olanını koyunuz.

a) $\left.\begin{matrix}\frac{1}{2}=\frac{a}{6}\\ \frac{1}{3}=\frac{b}{6}\end{matrix}\right\}\rightarrow \frac{1}{2}\cdots\frac{1}{3}$

b) $\left.\begin{matrix}\frac{3}{4}=\frac{a}{12}\\ \frac{5}{6}=\frac{b}{12}\end{matrix}\right\}\rightarrow \frac{3}{4}\cdots\frac{4}{6}$

c) $\left.\begin{matrix}\frac{1}{4}=\frac{a}{20}\\ \frac{1}{5}=\frac{b}{20}\end{matrix}\right\}\rightarrow \frac{1}{4}\cdots\frac{1}{5}$

d) $\left.\begin{matrix}\frac{7}{8}=\frac{a}{24}\\ \frac{2}{3}=\frac{b}{24}\end{matrix}\right\}\rightarrow \frac{7}{8}\cdots\frac{2}{3}$

e) $\left.\begin{matrix}\frac{4}{5}=\frac{a}{20}\\ \frac{3}{4}=\frac{b}{20}\end{matrix}\right\}\rightarrow \frac{4}{5}\cdots\frac{3}{4}$

f) $\left.\begin{matrix}\frac{5}{6}=\frac{a}{12}\\ \frac{2}{3}=\frac{b}{12}\end{matrix}\right\}\rightarrow \frac{5}{6}\cdots\frac{2}{3}$

5. Aşağıdaki boş yerlere ($<$, $>$ ya da $=$) işaretlerinden uygun olanını yazınız.

a) $\frac{5}{4}\cdots\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{2}\cdots\frac{4}{8}$ c) $\frac{2}{3}\cdots\frac{5}{9}$

d) $\frac{1}{2}\cdots\frac{1}{3}$ e) $\frac{5}{6}\cdots\frac{2}{3}$ f) $\frac{3}{4}\cdots\frac{7}{12}$

g) $\frac{3}{5}\cdots\frac{12}{20}$ h) $\frac{6}{10}\cdots\frac{3}{4}$ j) $\frac{7}{4}\cdots\frac{11}{8}$

6. Aşağıdaki rasyonel sayı çiftlerinden hangisi, sayı doğrusu üzerinde öbürünün sağındadır.

a) $\frac{10}{2}$, $\frac{5}{2}$ b) $\frac{5}{2}$, $\frac{9}{4}$ c) $\frac{7}{4}$, $\frac{3}{2}$

d) $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{2}$ e) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ f) $\frac{11}{5}$, $\frac{5}{4}$

7. Aşağıdaki rasyonel sayılar sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.

$\frac{1}{2}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{15}{8}$

8. Aşağıdaki rasyonel sayıları sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.

$\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{?}$, $\frac{3}{6}$

Basit problemler

1. Ayşenin sınıfının $\frac{1}{2}$ 'si kızdır. Nur'un sınıfında her 5 çocuktan 3'ü kızdır. Her iki sınıfta eşit sayıda çocuk olduğuna göre, hangisinde daha fazla kız vardır?

2. 20 dakikalık zaman ile $\frac{1}{4}$ saatlik zamandan hangisi daha uzundur?

3. 30 cm'lik uzunluk ile $\frac{2}{3}$ metrelik uzunluktan hangisi daha fazladır?

4. Bir meyve fidanlığında $\frac{2}{8}$ elma ağacı, $\frac{1}{3}$ armut ağacı, $\frac{3}{18}$ şeftali ağacı ve $\frac{3}{12}$ kayısı ağacı vardır.

a) Bu fidanlıkta en çok hangi ağaçtan vardır?

b) Bu fidanlıkta en az hangi ağaçtan vardır?

c) Bu fidanlıkta eşit sayıda hangi ağaçlar vardır?

KARIŞIK ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki her şekilde denk kesir çiftleri görmektesiniz. Bu kesir çiftlerini söyleyiniz ve yazınız.

2. Aşağıdaki her kesir kümesi için, üç tane daha kesir yazınız.

a) $\left\{\frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \ldots\right\}$ b) $\left\{\frac{7}{5}, \frac{14}{10}, \frac{21}{15}, \ldots\right\}$

c) $\left\{\frac{9}{10}, \frac{18}{20}, \frac{27}{30}, \ldots\right\}$

3. Aşağıdaki sadeleştirilemeyen her kesir için, denk kesirlerden oluşan altı elemanlı birer küme yazınız.

a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $\frac{3}{10}$

b) $\frac{1}{12}$ e) $\frac{5}{2}$ f) $\frac{7}{2}$

4. Aşağıdaki kesirleri en sade kesir biçimine indirgeyiniz.

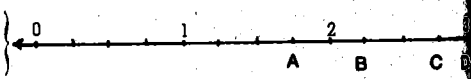
a) $\frac{7}{14}$ b) $\frac{6}{24}$ c) $\frac{16}{24}$ d) $\frac{15}{24}$ e) $\frac{7}{70}$

f) $\frac{70}{100}$ g) $\frac{40}{48}$ h) $\frac{24}{42}$

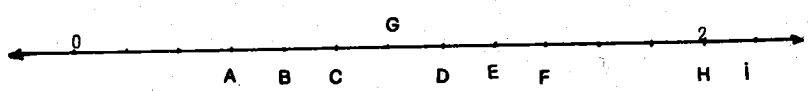
5. Aşağıdaki denk kesirler kümesinin temsil ettiği rasyonel sayıya ait noktayı bulunuz.

a) $\left\{\frac{5}{8}, \frac{10}{16}, \frac{15}{24}, \frac{20}{32}, \ldots\right\}$

b) $\left\{\frac{9}{4}, \frac{18}{8}, \frac{27}{12}, \frac{36}{16}, \ldots\right\}$



6. Aşağıdaki sayı doğrusunda her harfe karşı gelen en sade kesri bulunuz.



7. Aşağıdaki eşitliklerde n yerine konması gerekli sayıyı bulunuz.

a) $\frac{1}{2} = \frac{n}{10}$ b) $\frac{5}{8} = \frac{n}{24}$ c) $\frac{n}{12} = \frac{4}{6}$

d) $\frac{2}{3} = \frac{8}{n}$ e) $\frac{6}{n} = \frac{9}{12}$ f) $\frac{2}{8} = \frac{n}{36}$

8. Aşağıdaki boş yerlere uygun olan işareti koyunuz.

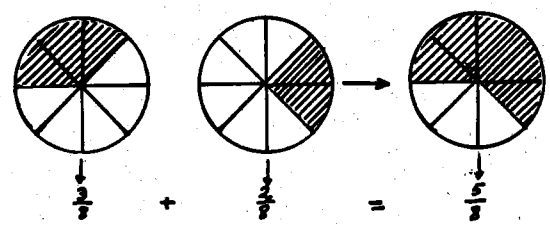
a) $\frac{11}{2} \ldots 5$ b) $\frac{3}{8} \ldots \frac{1}{4}$ c) $\frac{6}{12} \ldots \frac{5}{10}$

d) $\frac{7}{8} \ldots \frac{3}{4}$ e) $\frac{3}{4} \ldots \frac{4}{5}$ f) $\frac{8}{6} \ldots \frac{10}{5}$

6-3. Rasyonel Sayılarla Dört İşlem ve Özelikleri

Rasyonel Sayılar Kümesinde Toplama İşlemi

1. Aşağıdaki şekilleri inceleyiniz.



Aynı büyüklükteki iki daireyi sekizer eş parçaya bölelim. Birinci daireden 3 parça, ikinci daireden 2 parça alalım ve bunları yukarıda görüldüğü gibi bir araya getirelim.

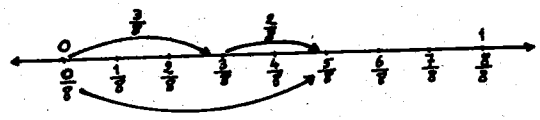
3 parça + 2 parça = 5 parça olur.

Daireyi bir bütün olarak düşünürsek, 5 parça bütünün $\frac{5}{8}$ 'idir.

Öyleyse,

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3+2}{8} = \frac{5}{8} \text{ 'dir.}$$

2. $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = ?$ Toplama işlemini sayı doğrusu üzerinde yapalım.



$$\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3+2}{8} = \frac{5}{8}$$

0 ile 1 arasını 8 eş parçaya böleriz. $\frac{3}{8} = 3 \times \frac{1}{8}$ ve $\frac{2}{8} = 2 \times \frac{1}{8}$ olduğundan, başlangıçtan sağa doğru önce 3, sonra 2 tane $\frac{1}{8}$'lik sayarak, $\frac{5}{8}$'i buluruz.

Paydaları eşit olan rasyonel iki sayı toplanırken, paylar toplamı pay, ortak payda da payda yazılır.

Genel olarak a, c birer doğal sayı ve b bir sayma sayısı olduğuna göre,

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \text{'dir.}$$

Örnek : $\frac{7}{15} + \frac{4}{15} = ?$ Toplama işlemini yapalım.

$\frac{7}{15} + \frac{4}{15} = \frac{7+4}{15} = \frac{11}{15}$ olur.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki toplama işlemlerini yapınız.

   a) $\frac{5}{9} + \frac{2}{9} = ?$ b) $\frac{3}{10} + \frac{7}{10} = ?$ c) $\frac{13}{21} + \frac{6}{21} = ?$

2. Aşağıdaki toplama işlemlerini sayı doğrusunda yapınız.

   a) $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = ?$ b) $\frac{2}{6} + \frac{3}{6} = ?$ c) $\frac{2}{3} + \frac{3}{3} = ?$

3. $\frac{1}{3}$ ile $\frac{1}{4}$ rasyonel sayılarını toplayalım.

$\frac{1}{3} \rightarrow \left\{ \frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \boxed{\frac{4}{12}}, \frac{5}{15}, \ldots \right\}$ kümesini,

$\frac{1}{4} \rightarrow \left\{ \frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \boxed{\frac{3}{12}}, \frac{4}{16}, \frac{5}{20}, \ldots \right\}$ kümesini gösterir.

$\frac{1}{3}$ rasyonel sayısı yerine $\frac{4}{12}$ rasyonel sayısını, $\frac{1}{4}$ yerine de $\frac{3}{12}$ rasyonel sayıdını alabiliriz. Öyleyse,

$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$ olur.

Paydaları eşit olmayan rasyonel sayılar toplanırken, önce bu rasyonel sayıların temsil ettiği kümeler yazılır. Bu kümelerden eşit olan elemanlar alınarak toplanır. Elde edilen toplam, ilk verilen rasyonel sayıların toplamı olur.

Örnek : $\frac{4}{9}$ ile $\frac{5}{6}$ rasyonel sayılarını toplayalım.

Önce bu rasyonel sayıların temsil ettiği kümeleri yazalım.

$\frac{4}{9} \rightarrow \left\{ \frac{4}{9}, \frac{8}{18}, \frac{12}{27}, \frac{16}{36}, \ldots \right\}$ ve

$\frac{5}{6} \rightarrow \left\{ \frac{10}{12}, \frac{15}{18}, \frac{20}{24}, \frac{35}{30}, \frac{30}{36}, \ldots \right\}$ olur.

$\frac{4}{9}$ yerine $\frac{8}{18}$ ya da $\frac{16}{36}$'yı

$\frac{5}{6}$ yerine $\frac{15}{18}$ ya da $\frac{30}{36}$'yı alabiliriz.

$\frac{4}{9} + \frac{5}{6} = \frac{8}{18} + \frac{15}{18} = \frac{23}{18}$ olur.

4. $\frac{3}{4}$ ile $\frac{5}{6}$ rasyonel sayılarını toplayalım.

Bu rasyonel sayıların paydalarını, 4 ve 6'nın okek'inde eşitleyerek toplama işlemi yapalım.

(4 ; 6) okek = 12'dir.

$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$ (3) $\qquad$ $\frac{5}{6} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{10}{12}$ (2) olur.

Öyleyse,

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{19}{12} \text{ olur.}$$

Örnek : $\frac{4}{9} + \frac{5}{12} = ?$ Toplama işlemini yapalım.

Önce 9 ve 12'nin okek'ini bulalım.

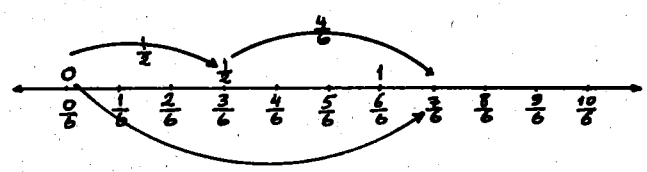
9	3	12	2	$9 = 3^2$
3	3	6	2	$12 = 2^2 \times 3$
1		3	3	(9 ; 12) okek $= 2^2 \times 3^3$
		1		$= 4 \times 9$
				$= 36$ olur.

Şimdi toplamayı yapalım.

$\frac{4}{9} + \frac{5}{12} = \frac{16}{36} + \frac{15}{36} = \frac{31}{36}$ olur.
(4) (3)

Paydaları eşit olmayan iki rasyonel sayı toplanırken, önce paydalar eşitlenir; sonra toplama yapılır.

5. $\frac{1}{2} + \frac{4}{6} = ?$ Toplama işlemini sayı doğrusunda yapalım.



$$\frac{1}{2} + \frac{4}{6} = \frac{7}{6} = 1\ \frac{1}{6} \text{ olur.}$$

Sayı doğrusu üzerinde önce $\frac{1}{2}$ 'yi, sonra $\frac{4}{6}$ 'yı alırsak $\frac{7}{6}$ 'yı buluruz.

$\frac{1}{2}$ kesri $\frac{3}{6}$ kesrine denk olduğundan, toplama yaparken $\frac{1}{2}$ yerine $\frac{3}{6}$ 'yı alabiliriz. Ya da $\frac{1}{2}$ kesrini 3 ile genişletiriz.

$$\frac{1}{2} + \frac{4}{6} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{3+4}{6} = \frac{7}{6} = 1\ \frac{1}{6} \text{ olur.}$$

Örnekler

1. Örnek : $\frac{3}{5} + \frac{2}{3} = ?$ Toplama işlemini yapalım.

$\frac{3}{5}$ ve $\frac{2}{3}$ rasyonel sayılarının temsil ettiği kümeleri yazalım.

$\frac{3}{5} \rightarrow \left\{ \frac{3}{5}, \frac{6}{10}, \frac{9}{15}, \frac{12}{20}, \ldots \right\}$ ve

$\frac{2}{3} \rightarrow \left\{ \frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \frac{12}{18}, \ldots \right\}$ olur.

$\frac{3}{5}$ yerine $\frac{9}{15}$ ve $\frac{2}{3}$ yerine $\frac{10}{15}$ alabiliriz.

$$\frac{3}{5} + \frac{2}{3} = \frac{9}{15} + \frac{10}{15} = \frac{19}{15}$$

$$= \frac{15}{15} + \frac{4}{15}$$

$$= 1 + \frac{4}{15}$$

$$= 1\ \frac{4}{15} \text{ olur.}$$

2. Örnek : $\frac{7}{8} + \frac{13}{16} = ?$ Toplama işlemini yapalım.

Paydaların okek'ini bulalım.

8	2	16	2	$8 = 2^3$
4	2	8	2	$16 = 2^4$
2	2	4	2	(8 ; 16) okek $= 2^4 = 16$'dır.
1		2	2	
		1		

$\frac{7}{8} + \frac{13}{16} = \frac{14}{16} + \frac{13}{16} = \frac{27}{16} = 1\ \frac{11}{16}$ olur.

(2)

3. Örnek : $3\ \frac{5}{6} + 2\ \frac{4}{5} = ?$ Toplama işlemini yapalım.

(6 ; 5) okek = 30'dur.

$3\ \frac{5}{6} + 2\ \frac{4}{5} = 3\ \frac{25}{30} + 2\ \frac{24}{30}$

(5) (6)

$= (5 + 2)\ \frac{25 + 24}{30}$

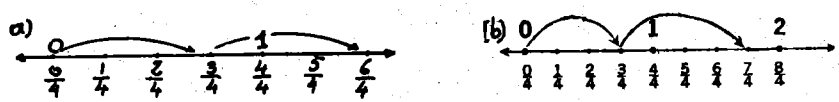
$= 7\ \frac{49}{30}$

$= 8\ \frac{19}{30}$ olur.

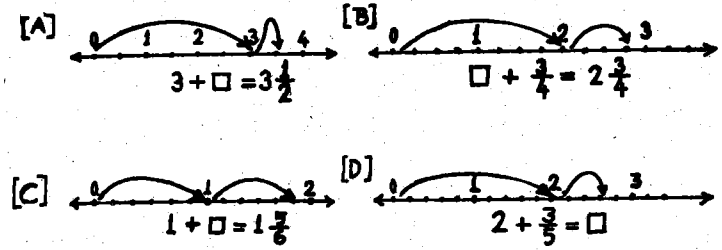
Tamsayılı rasyonel sayılar toplanırken, tam kısımların ayrı, kesir kısımlarının ayrı toplandığına dikkat ediniz.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki her sayı doğrusunun gösterdiği toplama işlemini yazınız ve yapınız.



2. Sayı doğrusu $3\ \frac{1}{2}$, $2\ \frac{3}{4}$ ve $1\ \frac{5}{6}$ gibi tam sayılı kesirleri öğrenmenize yardımcı olacaktır. Aşağıdaki işlemlerde □ işareti ile gösterilen terimleri bulunuz.



3. Aşağıdaki toplama işlemlerini yapınız.

(gerekirse sayı doğrusundan yararlanınız)

a) $\frac{2}{8} + \frac{3}{8} = ?$ b) $\frac{7}{5} + \frac{4}{5} = ?$ c) $\frac{2}{15} + \frac{4}{15} = ?$

d) $\frac{7}{100} + \frac{10}{100} = ?$ e) $\frac{4}{7} + \frac{2}{7} = ?$ f) $\frac{6}{10} + \frac{6}{10} = ?$

g) $\frac{6}{50} + \frac{6}{50} = ?$ h) $\frac{83}{500} + \frac{127}{500} = ?$

4. Aşağıdaki her toplama işleminin sonucunu gösteren tam sayılı kesri yazınız.

a) $6 + \frac{1}{2} = ?$ b) $15 + \frac{7}{8} = ?$ c) $83 + \frac{7}{40} = ?$

d) $125 + \frac{39}{100} = ?$ e) $9 + \frac{3}{4} = ?$ f) $25 + \frac{15}{16} = ?$

g) $92 + \frac{15}{100} = ?$ h) $625 + \frac{15}{78} = ?$

5. Aşağıdaki alıştırmada a, b, c ile gösterilen payları bulunuz.

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=?$$

$$\left\{\frac{1}{2},\frac{2}{4},\frac{3}{6},\frac{4}{8},\ldots\right\} \qquad \left\{\frac{1}{3},\frac{2}{6},\frac{3}{9},\frac{4}{12},\ldots\right\}$$

$$\frac{a}{6}+\frac{b}{6}=\frac{c}{6}$$

6. Aşağıdaki alıştırmalarda a ve b'nin değerini bulunuz.

Sonra c'nin değerini hesaplayınız.

a) $\left.\begin{array}{l}\frac{3}{8}=\frac{a}{16}\\ \frac{1}{4}=\frac{b}{16}\end{array}\right\}\rightarrow \frac{3}{8}+\frac{1}{4}=\frac{c}{16}$

b) $\left.\begin{array}{l}\frac{1}{4}=\frac{a}{12}\\ \frac{5}{6}=\frac{b}{12}\end{array}\right\}\rightarrow \frac{1}{4}+\frac{5}{6}=\frac{c}{12}$

c) $\left.\begin{array}{l}\frac{1}{3}=\frac{a}{12}\\ \frac{3}{4}=\frac{b}{12}\end{array}\right\}\rightarrow \frac{1}{4}+\frac{3}{4}=\frac{c}{12}$

d) $\left.\begin{array}{l}\frac{1}{6}=\frac{a}{24}\\ \frac{1}{8}=\frac{b}{24}\end{array}\right\}\rightarrow \frac{1}{6}+\frac{1}{8}=\frac{c}{24}$

7. Aşağıdaki her alıştırma için, ortak paydalı iki kesir bulana dek kesir kümesini oluşturunuz. Sonra da toplama işlemini yapınız.

a) $\frac{7}{8}+\frac{1}{4}=?$ b) $\frac{5}{6}+\frac{3}{4}=?$

c) $\frac{5}{8}+\frac{1}{12}=?$ d) $\frac{3}{8}+\frac{1}{6}=?$

8. a) 54'e kadar 6'nın katlarını yazınız.

b) 54'e kadar 9'un katlarını yazınız.

c) 54'e kadar 6 ve 9'un ortak katlarını yazınız.

d) 6 ve 9'un ortak katlarının en küçüğü nedir?

e) $\frac{1}{6}$ ve $\frac{1}{9}$ 'un en küçük ortak paydası nedir?

9. Aşağıdaki her kesir çifti için en küçük ortak paydayı bulunuz.

a) $\frac{1}{6},\frac{7}{9}$ b) $\frac{7}{8},\frac{1}{6}$ c) $\frac{3}{4},\frac{1}{6}$ d) $\frac{1}{4},\frac{3}{10}$

10. a) 4,6 ve 8'in 60'a kadar olan ortak katlarını bulunuz.

b) 4,6 ve 8'in ortak katlarının en küçüğünü bulunuz.

c) $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{6}$ ve $\frac{3}{8}$ 'in paydalarının en küçük ortak paydasını bulunuz.

11. Aşağıdaki her örnekte □ işaretli yere konacak sayıyı bulunuz. Sonra n'yi hesaplayınız.

a) $\frac{1}{4}+\frac{3}{10}=n$

$\frac{2}{8}$	$\boxed{\frac{6}{20}}$
$\frac{3}{12}$	$\frac{9}{30}$
$\frac{4}{16}$	$\frac{12}{40}$
$\boxed{\frac{5}{20}}$	$\frac{15}{50}$
.	.
.	.
.	.

$\frac{5}{20}+\frac{6}{20}=\square$

b) $\frac{1}{8}+\frac{5}{6}=n$

$\frac{2}{16}$	$\frac{10}{12}$
$\boxed{\frac{3}{24}}$	$\frac{15}{18}$
$\frac{4}{32}$	$\boxed{\frac{20}{24}}$
.	.
.	.
.	.

$\frac{3}{24}+\frac{20}{24}=\square$

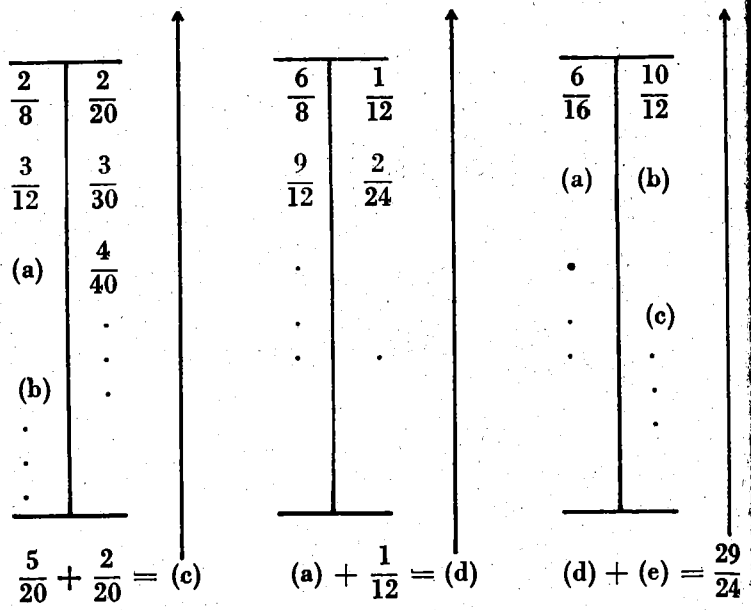
c) $\frac{1}{6}+\frac{1}{2}=n$

$\boxed{\frac{1}{6}}$	$\frac{2}{4}$
$\frac{2}{12}$	$\boxed{\frac{3}{6}}$

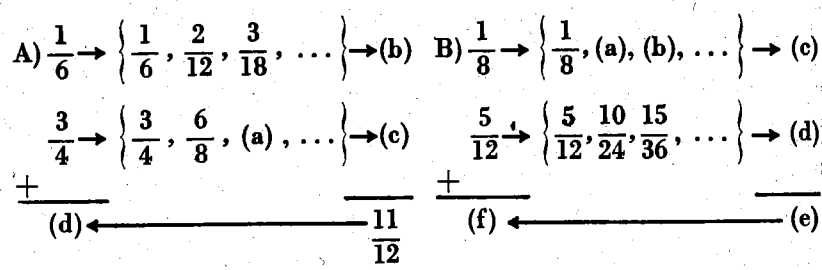
$\frac{1}{6}+\frac{3}{6}=\square$

12. Aşağıdaki her alıştırmada a, b, c, d, e ve f harfleri yerine uygun sayıları koyunuz.

a) $\frac{1}{4} + \frac{1}{10} = (d)$ b) $\frac{3}{4} + \frac{1}{12} = (c)$ c) $\frac{3}{8} + \frac{5}{6} = (f)$



13. Aşağıdaki her alıştırmadaki harfler yerine yazılacak olan uygun sayıları koyunuz.



14. Aşağıdaki toplamaları yapınız.

a) $\frac{3}{6} + \frac{5}{8} = ?$ b) $2\frac{1}{6} + \frac{2}{6} = ?$ c) $2\frac{3}{5} + 4\frac{6}{8} = ?$

d) $\frac{12}{24} + \frac{7}{36} + \frac{4}{18} = ?$ e) $\frac{4}{12} + \frac{3}{8} = ?$ f) $3\frac{2}{5} + \frac{3}{4} = ?$

g) $10\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2} + 5\frac{1}{2} = ?$ h) $3\frac{3}{20} + 3\frac{12}{30} + 6\frac{2}{40} = ?$

Rasyonel Sayılar Kümesinde Toplama İşleminin Özelikleri

1. Kapalılık Özeliği

$\frac{3}{5} \in R$ ve $\frac{7}{8} \in R$ alalım. (R, rasyonel sayılar kümesi)

$\frac{3}{5} + \frac{7}{8} = \frac{24}{40} + \frac{35}{40} = \frac{59}{40} \in R$ olur.
(8) (5)

$\frac{2}{4} \in R$ ve $\frac{5}{6} \in R$ alalım.

$\frac{2}{4} + \frac{5}{6} = \frac{6}{12} + \frac{10}{12} = \frac{16}{12} \in R$ olur.
(3) (2)

Herhangi iki rasyonel sayının toplamı bir rasyonel sayı olduğundan, rasyonel sayılar kümesi toplama işlemine göre **kapalıdır.**

2. Değişme Özeliği

$\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$

$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$ olduğundan,

$\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{2}{7} + \frac{3}{7}$ olur.

Rasyonel sayılar kümesinde toplama işleminin **değişme özeliği** vardır.

Genel olarak $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ birer rasyonel sayı olduğuna göre,

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b} \text{ dir.}$$

Örnekler

1. Örnek : $m + \frac{2}{5} = \frac{2}{5} + \frac{3}{7}$ eşitliğinin sağlanması için m rasyonel sayısı ne olmalıdır?

Eşitliğin sağ tarafında değişme özeliği kullanalım.

$m + \frac{2}{5} = \frac{3}{7} + \frac{2}{5}$ **(Toplamada değişme özeliği)**

Eşitliğin her iki yanında ikinci terimler eşit olduğundan, birinci terimler de eşit olur. Öyleyse,

$m = \frac{3}{7}$ 'dir.

2. Örnek : $n + \frac{3}{4} = \frac{3}{4} + n$ eşitliğinin sağlanması için n yerine hangi rasyonel sayılar yazılmalıdır?

$n + \frac{3}{4} = m + \frac{3}{4}$ **(Toplamada değişme özeliği)**

$n = n$ olur.

n yerine her rasyonel sayı yazılabilir. Sorunun cevabı çoktur.

Alıştırmalar

1. Toplamada değişme özeliği kullanarak aşağıdaki eşitliklerde, □ yerine yazılacak rasyonel sayıları bulunuz.

a) $\frac{7}{8} + \square = \frac{5}{3} + \frac{7}{8}$ b) $\square + \frac{4}{9} = \frac{4}{9} + \frac{3}{8}$

c) $\frac{6}{8} + \frac{7}{12} = \square + \frac{6}{8}$ d) $\frac{3}{6} + \frac{5}{9} = \frac{5}{9} = \square$

2. Aşağıdaki eşitliklerin sağlanması için n yerine hangi rasyonel sayılar yazılmalıdır?

a) $n + \frac{7}{9} = n + n$ b) $\frac{7}{12} + n = n + \frac{7}{12}$

3. Birleşme Özeliği

$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5}$ = ? Toplama işlemini yapalım.

$$\underset{(20)}{\left(\frac{2}{3}\right.} + \underset{(15)}{\left.\frac{3}{4}\right)} + \underset{(12)}{\frac{4}{5}} = \left(\frac{40}{60} + \frac{45}{60}\right) + \frac{48}{60}$$

$$= \frac{85}{60} + \frac{48}{60}$$

$$= \frac{133}{60}$$

$$\underset{(20)}{\frac{2}{3}} + \left(\underset{(15)}{\frac{3}{4}} + \underset{(12)}{\frac{4}{5}}\right) = \frac{40}{60} + \left(\frac{45}{60} + \frac{48}{60}\right)$$

$$= \frac{40}{60} + \frac{93}{60}$$

$$= \frac{133}{60} \text{ olur. Öyleyse,}$$

$\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) + \frac{4}{5} = \frac{2}{3} + \left(\frac{3}{4} + \frac{4}{5}\right)$ yazılır.

Rasyonel sayılar kümesinde, toplama işleminin **birleşme özeliği** vardır.

Genel olarak $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$, $\frac{e}{f}$ birer rasyonel sayı olduğuna göre,

$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{e}{f} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right)$ dir.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki toplama işlemlerini yapınız.

a) $\frac{5}{8} + \frac{7}{12} + \frac{3}{4} = ?$ b) $\frac{5}{6} + \frac{4}{9} + \frac{8}{12} = ?$

c) $\frac{5}{12} + \frac{3}{16} + \frac{6}{8} = ?$ d) $\frac{13}{20} + \frac{7}{12} + \frac{4}{5} = ?$

2. Aşağıdaki eşitliklerde, toplamada değişme ve birleşme özelikleri kullanarak, n yerine yazılacak olan rasyonel sayıyı bulunuz.

a) $\left(\frac{3}{4} + \frac{5}{7}\right) + n = \frac{3}{4} + \left(\frac{6}{8} + \frac{5}{7}\right)$

b) $\frac{6}{8} + \left(n + \frac{2}{5}\right) = \left(\frac{6}{8} + \frac{2}{5}\right) + \frac{7}{9}$

Etkisiz (Birim) Eleman

$$\frac{2}{3} + 0 = \frac{2}{3} + \frac{0}{3} = \frac{2}{3}$$

$$0 + \frac{2}{3} = \frac{0}{3} + \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{5}{6} + 0 = \frac{5}{6} + \frac{0}{6} = \frac{5}{6}$$

$$0 + \frac{5}{6} = \frac{0}{6} + \frac{5}{6} = \frac{5}{6} \quad \text{dır.}$$

Yukarıdaki toplamalara dikkat edilirse, bir rasyonel sayı ile sıfırın ya da sıfır ile bir rasyonel sayının toplamı yine o rasyonel sayıyı veriyor. Sıfır, rasyonel sayıların toplamasını etkilemiyor. Sıfıra rasyonel sayılar kümesinde toplama işleminin **etkisiz (birim) elemanı** denir.

Genel olarak $\frac{a}{b}$ bir rasyonel sayı olduğuna göre,

$$\frac{a}{b} + 0 = 0 + \frac{a}{b} = \frac{a}{b} \quad \text{dir.}$$

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki boş yerlere uygun olan rasyonel sayıları yazınız.

   a) $\frac{3}{5} + \ldots = \frac{3}{5}$ b) $\ldots + 0 = \frac{2}{3}$ c) $\frac{4}{6} + 0 = \ldots$

2. Aşağıdaki toplama işlemlerini yapınız.

   a) $\frac{4}{9} + 0 = ?$ b) $0 + \frac{7}{8} = ?$ c) $0 + \frac{0}{3} = ?$

Rasyonel Sayılar Kümesinde Çarpma İşlemi

Bir Doğal Sayı ile Bir Rasyonel Sayının Çarpımı

1. $2 \times \frac{1}{3} = ?$ Çarpma işlemini yapalım.

Daha önce $\frac{2}{3}$ kesrini birim kesir olarak $2 \times \frac{1}{3}$ biçiminde yazmıştık. Öyleyse,

$$2 \times \frac{1}{3} = \frac{2 \times 1}{3} = \frac{2}{3} \text{, tür.}$$

Genel olarak a bir doğal sayı, $\frac{1}{b}$ bir rasyonel sayı olduğuna göre,

$$a \times \frac{1}{b} = \frac{a \times 1}{b} = \frac{a}{b} \text{ dir.}$$

2. $2 \times \frac{3}{8} = ?$ Çarpma işlemini yapalım.

$\frac{3}{8}$ kesrini birim kesir olarak $3 \times \frac{1}{8}$ biçiminde yazabiliriz.

Öyleyse,

$$2 \times \frac{3}{8} = 2 \times 3 \times \frac{1}{8} \text{ olarak yazarız.}$$

$$= (2 \times 3) \times \frac{1}{8} \text{ (çarpmada birleşme özeliği)}$$

$$= 6 \times \frac{1}{8} \text{ olur.}$$

$6 \times \frac{1}{8}$, $\frac{6}{8}$ 'in birim kesir türünden yazılmışı olduğundan,

$$2 \times \frac{3}{8} = \frac{2 \times 3}{8} = \frac{6}{8} \text{' dir. Öyleyse,}$$

Bir doğal sayı ile bir rasyonel sayı çarpılırken, doğal sayı ile rasyonel sayının payı çarpılır, pay olarak yazılır, payda da payda olarak yazılır.

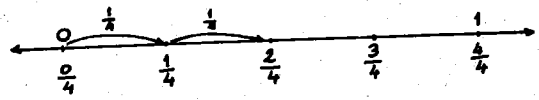
Genel olarak a bir doğal sayı, $\frac{c}{b}$ bir rasyonel sayı olduğuna göre,

$$a \times \frac{c}{b} = \frac{axc}{b} \text{ dir.}$$

Örnek : $5 \times \frac{3}{17} = ?$ Çarpma işlemini yapalım.

$$5 \times \frac{3}{17} = \frac{5 \times 3}{17} = \frac{15}{17} \text{ olur.}$$

3. $2 \times \frac{1}{4} = ?$ Çarpma işleimini sayı doğrusu üzerinde yapalım.



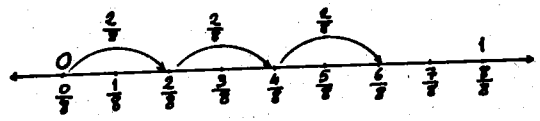
Çarpma eşit terimli toplama olduğundan,

$2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ yazılabilir.

Sayı doğrusu üzerinde, başlangıçtan sağa doğru 2 kez $\frac{1}{4}$'lük sayınca $\frac{2}{4}$'ü buluruz. Öyleyse,

$$2 \times \frac{1}{4} = \frac{2}{4} \text{'tür.}$$

4. $3 \times \frac{2}{8} = ?$ Çarpma işlemini sayı doğrusu üzerinde yapalım.



$3 \times \frac{2}{8} = \frac{2}{8} + \frac{2}{8} + \frac{2}{8}$ biçiminde yazılabilir.

Sayı doğrusu üzerinde, başlangıçtan sağa doğru 3 kez $\frac{2}{8}$'lik sayınca $\frac{6}{8}$'i buluruz. Öyleyse,

$$3 \times \frac{2}{8} = \frac{3 \times 2}{8} = \frac{6}{8} \text{, dir.}$$

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapınız.

a) $2 \times \frac{1}{6} = ?$ b) $4 \times \frac{1}{8} = ?$ c) $5 \times \frac{1}{9} = ?$

2. Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapınız.

a) $3 \times \frac{4}{11} = ?$ b) $6 \times \frac{7}{9} = ?$ c) $9 \times \frac{4}{14} = ?$

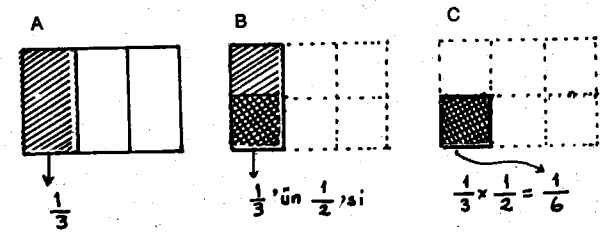
3. Aşağıdaki çarpmaları sayı doğrusunda yapınız.

a) $4 \times \frac{1}{6} = ?$ b) $5 \times \frac{2}{4} = ?$ c) $3 \times \frac{4}{8} = ?$

İki Rasyonel Sayının Çarpımı

1. $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = ?$ Çarpma işlemini yapalım.

Aşağıdaki şekilleri inceleyiniz.



A şeklinde, bir bütün (dikdörtgensel bölge) 3 eş parçaya bölünmüş, 1 tanesi taranmıştır. Taralı parça bütünün $\frac{1}{3}$'dir.

B şeklinde, bütünün $\frac{1}{3}$'i 2 eş parçaya bölünmüş, 1 tanesi taranmış. İkinci kez taranan parça $\frac{1}{3}$'in $\frac{1}{2}$'idir.

C şeklinde, iki kez taranmış parça bütünün (dikdörtgensel bölgenin) $\frac{1}{6}$'i dir. Öyleyse,

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3 \times 2} = \frac{1}{6} \text{'dır.}$$

Genel olarak $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ birer birim kesir olduğuna göre,

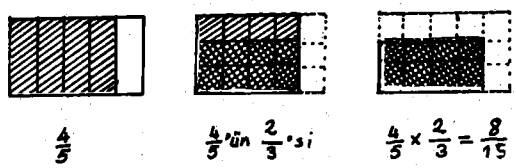
$$\frac{1}{a} \times \frac{1}{b} = \frac{1}{a \times b} \text{ dir.}$$

Örnek : $\frac{1}{4} \times \frac{1}{7} = ?$ Çarpma işlemini yapalım.

$\frac{1}{4} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{4 \times 7} = \frac{1}{28}$ olur.

2. $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = ?$ Çarpma işlemini yapalım.

Aşağıdaki şekilleri inceleyiniz.



A şeklinde, bir bütün (dikdörtgensel bölge) 5 eş parçaya bölünmüş, 4 tanesi taranmıştır. Taralı parça bütünün $\frac{4}{5}$, üdür.

B şeklinde, taralı parça 3 eş parçaya bölünmüş, 2 tanesi taranmıştır. İkinci kez taranan parça, $\frac{4}{5}$ 'ün $\frac{2}{3}$ 'sidir.

C şeklinde, iki kez taranmış parça bütünün (dikdörtgensel bölgenin) $\frac{8}{15}$ 'dir. Öyleyse,

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3} = \frac{8}{15} \text{ 'dir.}$$

İki rasyonel sayı çarpılırken, paylar çarpımı pay, paydalar çarpımı payda olarak yazılır.

Genel olarak $\frac{a}{b}$ ve $\frac{b}{d}$ bir rasyonel sayı olduğuna göre,

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} \text{ dir.}$$

Örnekler

1. Örnek : $\frac{5}{6} \times \frac{3}{8} = ?$ Çarpma işlemini yapalım.

$\frac{5}{6} \times \frac{3}{8} = \frac{5 \times 3}{6 \times 8} = \frac{\cancel{15}^{5}}{\cancel{48}_{16}} = \frac{5}{16}$ olur.

2. Örnek : $3\frac{2}{4} \times \frac{5}{6} = ?$ Çarpma işlemini yapalım.

Önce tamsayılı kesirler bileşik kesir yapılır.

$$3\frac{2}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{14}{4} \times \frac{5}{6}$$

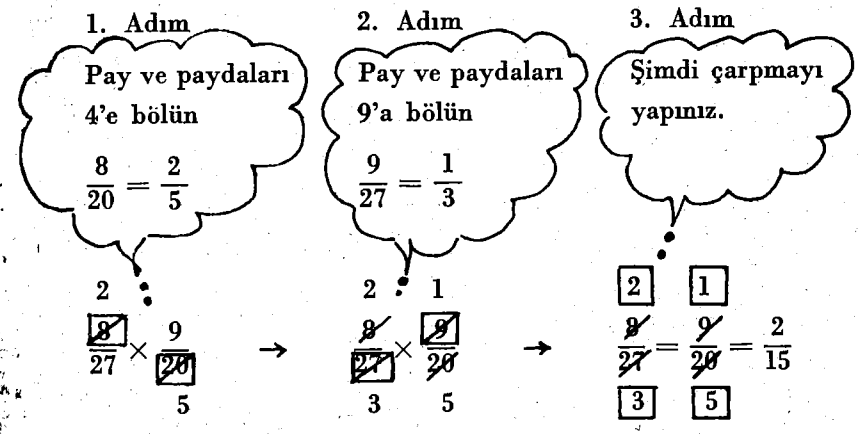
$$= \frac{14 \times 5}{4 \times 6}$$

$$= \frac{70}{24}$$

$$= \frac{35}{12}$$

$$= 2\frac{11}{12} \text{ olur.}$$

3. Örnek : $\frac{8}{27} \times \frac{9}{20} = ?$ Çarpma işlemini yapalım.

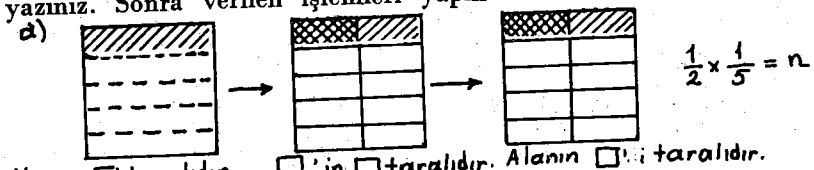


Uyarı : Rasyonel sayıların çarpma işleminde, sonuçlar sadeleştirilir ya da önce sadeleştirme yapıldıktan sonra çarpma işlemi yapılır. Sonuç bileşik kesir olursa, tamsayılı kesre çevrilir.

Alıştırmalar

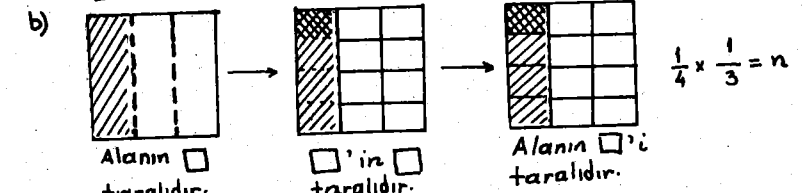
1. Aşağıdaki alıştırmalarda □ işaretli yerlere uygun kesirleri yazınız. Sonra verilen işlemleri yapınız.

a)



$\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = n$

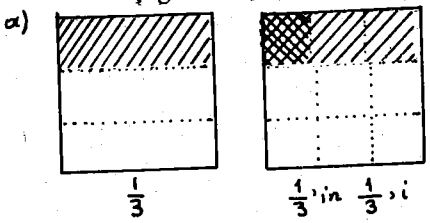
b)



$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = n$

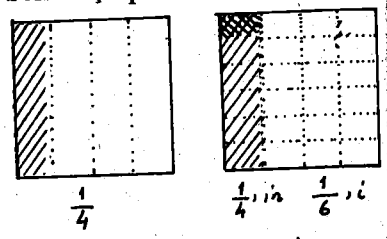
2. Aşağıdaki şekilleri inceleyiniz. Sonra çarpımları bulunuz.

a)



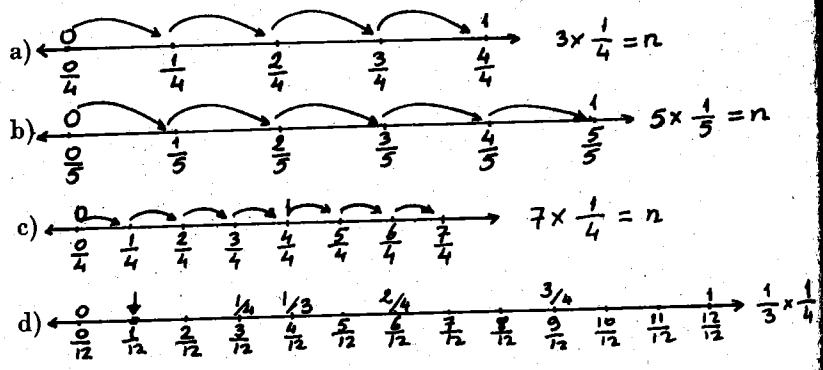
$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = n$

b)



$\frac{1}{4} \times \frac{1}{6} = n$

3. Aşağıdaki sayı doğrularını inceleyiniz. Sonra çarpma işlemlerini yapınız.



4. Aşağıdaki çarpmaları yapınız (Yukarıdaki örneklerde gösterilen sadeleştirme, işinizi kolaylaştıracaktır.)

a) $\frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = ?$ b) $\frac{6}{5} \times \frac{15}{18} = ?$ c) $\frac{5}{8} \times \frac{6}{15} = ?$

d) $\frac{7}{12} \times \frac{8}{21} = ?$ e) $\frac{5}{12} \times \frac{3}{10} = ?$ f) $\frac{3}{4} \times \frac{20}{27} = ?$

g) $\frac{4}{15} \times \frac{10}{28} = ?$ h) $\frac{9}{10} \times \frac{25}{21} = ?$

5. Aşağıdaki çarpmaları yapınız. (uygun olan en kısa yöntemi kullanınız.)

a) $24 \times \frac{5}{24} = ?$ b) $100 \times \frac{3}{100} = ?$ c) $\frac{5}{10} \times \frac{20}{100} = ?$

a) $\frac{7}{8} \times \frac{12}{14} = ?$ e) $10 \times \frac{3}{10} = ?$ f) $100 \times \frac{3}{10} = ?$

g) $24 \times \frac{5}{6} = ?$ h) $\frac{5}{10} \times \frac{100}{21} = ?$

6. Aşağıdaki problemlerde önce çarpma eşitliğini oluşturunuz, sonra çözünüz.

a) Ali okula giden yolun $\frac{1}{2}$'sini koştu. Murat ise Ali'nin aldığı yolun $\frac{1}{4}$'ni koştu. Murat, yolun kaçta kaçını koşmuştur?

b) Siyah kurbağa derenin $\frac{1}{3}$'ni atlayarak geçti. Yeşil kurbağa ise siyah kurbağanın geçtiği yolun $\frac{1}{2}$'ni atladı. Yeşil kurbağanın aldığı yol ne kadardır?

c) Ahmet'in ayakkabıları $\frac{1}{4}$ m uzunluğundadır. Ahmet ayakkabılarını odasının boyunu ölçmek için kullanıyor. Eğer Ahmet'in odasının boyu ayakkabısının 20 katı büyüklüğünde ise odanın boyu nedir?

d) Okulun bahçesi 1/4 km uzunluğundadır. Ali ile Veli bunun $\frac{1}{2}$'sini koşarak yarıştılar. Ali ile Veli kaç km yarıştılar?

Rasyonel Sayılar Kümesinde Çarpma İşleminin Özelikleri

1. Kapalılık Özeliği

$\frac{3}{5}, \frac{2}{4} \in R ; \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20} \in R$ ve

$\frac{1}{3}, \frac{4}{5} \in R ; \frac{1}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{15} \in R$ olur.

Herhangi iki rasyonel sayının çarpımı bir rasyonel sayı olduğundan, rasyonel sayılar kümesi çarpma işlemine göre **kapalıdır.**

2. Değişme Özeliği

$\frac{4}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{12}{35}$

$\frac{3}{7} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{35}$ olduğundan

$\frac{4}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{3}{7} \times \frac{4}{5}$ olur.

Rasyonel sayılar kümesinde çarpma işleminin **değişme özeliği** vardır.

Genel olarak $\frac{a}{b}$ ve $\frac{c}{d}$ birer rasyonel sayı olduğuna, göre,

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times \frac{a}{b} \text{ dir.}$$

Örnekler

1. Örnek : $m \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ eşitliğinin sağlanması için m rasyonel sayısı ne olmalıdır.

Eşitliğin sağında değişme özeliği kullanalım.

$m \times \frac{2}{3} = \frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ **(Çarpmada değişme özeliği)**

Her iki yanda ikinci çarpanlar eşit olduğundan, birinci çarpanlar da eşit olur. Öyleyse,

$m = \frac{4}{5}$ 'tir.

2. Örnek : $n \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times n$ eşitliğinin sağlanması için n yerine hangi doğal sayılar yazılmalıdır.

$n \times \frac{3}{4} = n \times \frac{3}{4}$ **(Çarpmada değişme özeliği)**

$n = n$ olur.

n yerine her rasyonel sayı yazılabilir. Sorunun cevabı çoktur.

Alıştırmalar

1. Çarpmada değişme özeliği kullanarak, aşağıdaki eşitliklerde □ yerine yazılacak rasyonel sayıları bulunuz.

a) $\frac{3}{7} \times \square = \frac{4}{8} \times \frac{3}{7}$ b) $\square \times \frac{5}{8} = \frac{5}{8} \times \frac{9}{10}$

c) $\frac{6}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \square$ d) $\frac{4}{6} \times \frac{5}{6} = \square \times \frac{4}{6}$

2. Aşağıdaki eşitliklerin sağlanması için n yerine hangi rasyonel sayılar yazılmalıdır?

a) $\frac{5}{7} \times n = n \times n$ b) $\frac{4}{3} \times n = n \times \frac{4}{3}$

3. Birleşme Özeliği

$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} = ?$ Çarpma işlemini yapalım.

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} = \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}\right) \times \frac{5}{6}$$
$$= \frac{8}{15} \times \frac{5}{6}$$
$$= \frac{40}{90} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{2}{3} \times \left(\frac{4}{5} \times \frac{5}{6}\right)$$
$$= \frac{2}{3} \times \frac{20}{30}$$
$$= \frac{40}{90} = \frac{4}{9} \text{ olur. Öyleyse,}$$

$\left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}\right) \times \frac{5}{6} = \frac{2}{3} \times \left(\frac{4}{5} \times \frac{5}{6}\right)$ yazılır.

Rasyonel sayılar kümesinde, çarpma işleminin **birleşme özeliği** vardır.

Genel olarak $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$, $\frac{e}{f}$ birer rasyonel sayı olduğuna göre,

$$\left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right) \times \frac{e}{f} = \frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} \times \frac{e}{f}\right) \text{ dir.}$$

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapınız.

a) $\frac{2}{3} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{8} = ?$ b) $\frac{5}{3} \times \frac{4}{6} \times \frac{7}{2} = ?$

c) $2\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{5}{6} = ?$ d) $\frac{7}{8} \times 3\frac{4}{6} \times \frac{3}{4} = ?$

2. Aşağıdaki eşitliklerde çarpmada değişme ve birleşme özelikleri kullanarak, n yerine yazılacak olan rasyonel sayıları bulunuz.

a) $\left(\frac{2}{5} \times \frac{3}{4}\right) \times n = \frac{2}{5} \times \left(n \times \frac{3}{4}\right)$

b) $n \times \left(\frac{5}{7} \times \frac{2}{4}\right) = \left(n \times \frac{2}{4}\right) \times \frac{5}{7}$

Etkisiz (Birim) Elemanı

$$\frac{3}{4} \times 1 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{1} = \frac{3}{4}$$

$$1 \times \frac{3}{4} = \frac{1}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{5}{6} \times 1 = \frac{5}{6} \times \frac{1}{1} = \frac{5}{6}$$

$$1 \times \frac{5}{6} = \frac{1}{1} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{6} \text{ dır.}$$

Yukarıdaki çarpmalara dikkat edersek, bir rasyonel sayı ile 1'in, ya da 1 ile bir rasyonel sayının çarpımı yine o rasyonel sayıyı veriyor. 1, rasyonel sayıların çarpmasını etkilemiyor. 1'e rasyonel sayılar kümesinde çarpma işleminin **etkisiz (birim)** elemanı denir.

Genel olarak $\frac{a}{b}$ bir rasyonel sayı olduğuna göre,

$$\frac{a}{b} \times 1 = 1 \times \frac{a}{b} = \frac{a}{b} \text{ dir.}$$

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki eşitliklerde boş yerlere uygun olan sayıları yazınız.

a) $\frac{3}{5} \times \ldots = \frac{3}{5}$ b) $\ldots \times \frac{2}{7} = \frac{2}{7}$ c) $\frac{4}{9} \times 1 = \ldots$

2. Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapınız.

a) $\frac{2}{5} \times 1 = ?$ b) $1 \times \frac{7}{8} = ?$ c) $\frac{12}{15} \times 1 = ?$

Yutan Eleman

$$\frac{2}{3} \times 0 = \frac{2}{3} \times \frac{0}{3} = \frac{2 \times 0}{3 \times 3}$$

$$= \frac{0}{9}$$

$$= 0$$

$$0 \times \frac{2}{3} = \frac{0}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{0 \times 2}{2 \times 3}$$

$$= \frac{0}{6}$$

$$= 0 \text{ 'dır.}$$

Yukarıdaki çarpma işlemlerine dikkat edersek, bir rasyonel sayı ile sıfırın, ya da sıfır ile bir rasyonel sayının çarpımı sıfır yapıyor. Sıfıra, rasyonel sayılar kümesinde çarpma işleminin **yutan elemanı** denir.

Genel olarak $\frac{a}{b}$, bir rasyonel sayı olduğuna göre,

$$\frac{a}{b} \times 0 = 0 \times \frac{a}{b} = 0\text{'dır.}$$

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki boş yerlere uygun olan rasyonel sayıları yazınız.

a) $\frac{3}{5} \times \ldots = 0$ b) $0 \times \frac{2}{4} = \ldots$ c) $\ldots \times \frac{6}{3} = 0$

2. Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapınız.

a) $\frac{3}{8} \times 0 = ?$ b) $0 \times \frac{15}{8} = ?$ c) $4\frac{2}{5} \times 0 = ?$

4. Çarpmanın Toplama Üzerine Dağılma Özeliği

$\frac{2}{3} \times \left(\frac{2}{6} + \frac{4}{6}\right) = ?$ İşlemine dağılma özeliği uygulayalım.

$\frac{2}{3} \times \left(\frac{2}{6} + \frac{4}{6}\right) = \left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{6}\right) + \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{6}\right)$ olur.

Şimdi iki yanda da işlem yapalım.

$\frac{2}{3} \times \frac{6}{6} = \frac{4}{18} + \frac{8}{18}$

$\frac{12}{18} = \frac{12}{18}$ olur. Öyleyse, rasyonel sayılar kümesinde, çarpma **işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özeliği** vardır.

Genel olarak $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$, $\frac{e}{f}$ birer rasyonel sayı olduğuna göre,

$\frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right) = \left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right) + \left(\frac{a}{b} \times \frac{e}{f}\right)$ dir.

Örnekler

1. Örnek : $\frac{5}{6} \times \left(\frac{2}{3} + \frac{4}{9}\right) = ?$ işlemini yapalım.

$$\frac{5}{6} \times \left(\frac{2}{3} + \frac{4}{9}\right) = \left(\frac{5}{6} \times \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{5}{6} \times \frac{4}{9}\right)$$
$$= \frac{10}{18} + \frac{20}{54}$$
$$= \frac{30}{54} + \frac{20}{54}$$
$$= \frac{50}{54}$$
$$= \frac{25}{27} \text{ olur.}$$

2. Örnek : $\frac{3}{5} \times 2\frac{4}{6} = ?$ Çarpma işlemini yapalım.

$$\frac{3}{5} \times 2\frac{4}{6} = \frac{3}{5} \times \left(2 + \frac{4}{6}\right) = \left(\frac{3}{5} \times 2\right) + \left(\frac{3}{5} \times \frac{4}{6}\right)$$
$$= \frac{6}{5} + \frac{12}{30}$$
$$= \frac{36}{30} + \frac{12}{30}$$
$$= \frac{48}{30}$$
$$= \frac{8}{5}$$
$$= 1\frac{3}{5}$$

3. Örnek : $\frac{7}{5} \times \left(\frac{5}{8} + \frac{3}{4}\right) = \left(\frac{7}{5} \times \frac{5}{8}\right) + \left(\frac{7}{5} \times \frac{3}{4}\right)$

Eşitliğinin doğruluğunu her iki yanda işlem yaparak gösterelim.

$$\frac{7}{5} \times \left(\frac{5}{8} + \frac{3}{4}\right) = \left(\frac{7}{5} \times \frac{5}{8}\right) + \left(\frac{7}{5} \times \frac{3}{4}\right)$$
$$\frac{7}{5} \times \left(\frac{5}{8} + \frac{6}{8}\right) = \frac{35}{40} + \frac{21}{20}$$
$$\frac{7}{5} \times \frac{11}{8} = \frac{35}{40} + + \frac{42}{40}$$
$$\frac{77}{40} = \frac{77}{40} \text{ olur.}$$

Aşağıdaki işlemleri çarpmanın toplama üzerine dağılma özeliğinden yararlanarak yapınız.

1. $\frac{4}{5} \times \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right) = ?$
2. $\left(\frac{6}{8} + \frac{2}{5}\right) \times \frac{5}{2} = ?$
3. $\frac{3}{7} \times \left(5\frac{2}{4}\right) = ?$
4. $\left(3\frac{2}{3}\right) \times \frac{2}{5} = ?$

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki alıştırmalarda önce (a) yı, sonra (b) yi bulunuz.

A) $5 \times \frac{1}{6} = a \rightarrow \frac{1}{6} \times 5 = b$ B) $3 \times \frac{1}{10} = a \rightarrow \frac{1}{10} \times 3 = b$

C) $9 \times \frac{1}{2} = a \rightarrow \frac{1}{2} \times 9 = b$ D) $10 \times \frac{1}{10} = a \rightarrow \frac{1}{10} \times 10 = b$

2. Aşağıdaki eşitliklerde çarpma işleminin değişme özeliğine göre, $\square$ işareti yerine uygun olan sayıları yazınız.

Örnek : $\frac{2}{3} \times \square = \frac{5}{7} \times \frac{2}{3}$ de $\square = ?$

Çarpmanın değişme özeliğine göre, verilen eşitlik

$\frac{2}{3} \times \square = \frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$ biçiminde yazılır. $\square = \frac{5}{7}$ bulunur.

a) $\frac{2}{7} \times \square = \frac{3}{8} \times \frac{2}{7}$ b) $3\frac{1}{5} \times \frac{7}{8} = \frac{7}{8} \times \square$

3. Aşağıdaki eşitliklerde $\square$ ve Δ işaretleri yerine uygun olan rasyonel sayıları yazınız.

Örnek : $\frac{2}{7} \cdot \left(\frac{5}{6} \cdot \square \right) = \left(\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6} \right) \cdot \frac{3}{8}$ de $\square = ?$

Çarpmanın birleşme özeliğine göre, verilen eşitlik,

$\left(\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6} \right) \cdot \square = \left(\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6} \right) \cdot \frac{3}{8}$ biçiminde yazılır.

$\square = \frac{3}{8}$ olur.

a) $\frac{3}{5} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \square \right) = \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{4}{9}$

b) $\square \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} \right) = \left(\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{3} \right) \cdot \frac{2}{5}$

c) $\left(\frac{4}{7} \cdot \Delta \right) \cdot \frac{6}{7} = \frac{4}{7} \cdot \left(\frac{1}{5} \cdot \frac{6}{7} \right)$

d) $\left(\frac{4}{5} \cdot \square \right) \cdot 2\frac{1}{2} = \Delta \cdot \left(\frac{9}{10} \cdot 2\frac{1}{2} \right)$

4. $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} \times \frac{11}{8} \times \frac{9}{10}$ çarpma işlemini, birleşme özeliğinden yararlanarak yapınız.

5. Aşağıdaki işlemleri çarpmanın toplama üzerine dağılma özeliğinden yararlanarak yapınız.

Örnek : $5 \times 3\frac{1}{2} = ?$

Çözüm : $3\frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2}$ biçiminde gösterilebilir. Öyleyse,

$$5 \times 3\frac{1}{2} = 5 \times \left(3 + \frac{1}{2} \right) = (5 \times 3) + \left(5 \times \frac{1}{2} \right)$$
$$= 15 + \frac{5}{2}$$
$$= 15 + 2\frac{1}{2}$$
$$= 17\frac{1}{2} \text{ olur.}$$

a) $\frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{4} \right) = ?$ b) $6\frac{3}{4} \times 5 = ?$

c) $\left(\frac{2}{7} + \frac{1}{8} \right) \times \frac{3}{4} = ?$

6. Aşağıdaki alıştırmalarda boş yerlere ($<, >, =$) simgelerinden uygun olanını koyunuz.

a) $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} \ldots \frac{4}{4} + \frac{2}{3}$

b) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \ldots \frac{1}{3}$

c) $\frac{3}{4} \times 4 \ldots \frac{3}{7} \times 7$

d) $\frac{7}{5} \times \frac{4}{3} \ldots \frac{5}{7} \times \frac{3}{4}$

e) $\frac{3}{2} \times 2 \ldots \frac{3}{2} + 2$

f) $\frac{5}{4} \times 5 \ldots \frac{5}{4} + 5$

g) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdots \frac{5}{4} \cdot \frac{2}{3}$

h) $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{5}{3} \cdot \frac{6}{7}\right) \cdots \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3}\right) \cdot \frac{6}{7}$

i) $\frac{5}{6} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) \cdots \left(\frac{5}{6} \times \frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{5}{6} + \frac{2}{3}\right)$

Ters Rasyonel Sayılar

$$3 \times \frac{1}{3} = \frac{3}{1} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$\frac{1}{4} \times 4 = \frac{1}{4} \times \frac{4}{1} = \frac{4}{4} = 1$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{2 \times 3}{3 \times 2} = \frac{6}{6} = 1$$

Yukarıdaki çarpma işlemlerinde, hepsinin sonuçlarının 1 olduğunu görüyoruz. Çarpımları 1 olan çok sayı çifti vardır. Böyle sayı çiftlerine çarpma işlemine göre **ters rasyonel sayılar** denir. Burada 3'ün tersi $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$'ün tersi 4 ve $\frac{2}{3}$'ün tersi de $\frac{3}{2}$'dir.

İki rasyonel sayının çarpımı 1 ise, bu sayılardan herbiri diğerinin tersi olur.

Örnekler

1. Örnek: $\frac{1}{5} \times 5 = \frac{5}{5} = 1$ olduğundan, çarpma işlemine göre; $\frac{1}{5}$'in tersi 5 ya da 5'in tersi $\frac{1}{5}$'tir.

2. Örnek: $\frac{2}{5}$ rasyonel sayısının çarpma işlemine göre tersi var mıdır?

$\frac{2}{5} \times ? = 1$ olmalıdır.

$\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = \frac{10}{10} = 1$'dir.

Öyleyse,

$\frac{2}{5}$'in çarpma işlemine göre tersi $\frac{5}{2}$'dir.

Genel olarak a, b birer sayma sayısı olduğuna göre, $\frac{a}{b}$ rasyonel sayısının çarpma işlemine göre tersi $\frac{b}{a}$'dır.

Örnek: $\frac{4}{6}$'nın çarpmaya göre tersi $\frac{6}{4}$'tür.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki rasyonel sayıların çarpma işlemine göre terslerini bulunuz.

a) $\frac{1}{7}$ b) $\frac{5}{8}$ c) $\frac{6}{9}$ d) $\frac{15}{24}$

2. Aşağıdaki boş yerlere uygun olan rasyonel sayıları yazınız.

a) $\frac{2}{3} \times \ldots = 1$ b) $\frac{4}{6} \times \frac{6}{4} = \ldots$ c) $\ldots \times \frac{5}{10} = 1$

Rasyonel Sayılar Kümesinde Çıkarma İşlemi

1. $\frac{3}{6}$ rasyonel sayısı ile hangi rasyonel sayıyı toplayalım ki, toplam $\frac{5}{6}$ olsun?

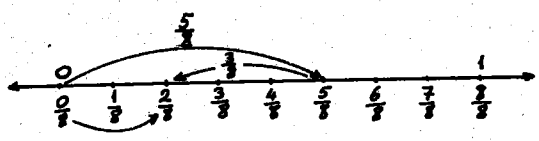
$\frac{3}{6} + ? = \frac{5}{6}$ olacak. ? işareti yerindeki rasyonel sayının $\frac{2}{6}$ olacağını aklımızdan bulabiliriz. $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$ olur. Bulduğumuz $\frac{2}{6}$ sayısına, "$\frac{5}{6}$ ile $\frac{3}{6}$ rasyonel sayısının farkı" deriz ve $\frac{5}{6} - \frac{3}{6} = \frac{2}{6}$ biçiminde yazarız. $\frac{5}{6}$'ya **eksilen**, $\frac{3}{6}$'ya **çıkan** ve $\frac{2}{5}$'ya da **fark** adını veririz. $\frac{5}{6} - \frac{3}{6} = \frac{2}{6}$ ve $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$ aynı anlamdadır.

Genel olarak $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{b}$ birer rasyonel sayı ve $a \geq c$ olduğuna göre,

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b} \text{ dir.}$$

$\frac{3}{6}$'ya $\frac{2}{6}$'yı katınca $\frac{5}{6}$'yı ; $\frac{5}{6}$'dan $\frac{2}{6}$'yı çıkarınca $\frac{3}{6}$'yı buluruz. Öyleyse, rasyonel sayıların çıkarma işlemi, toplama işleminin **tersidir.**

2. $\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = ?$ Çıkarma işlemini sayı doğrusu üzerinde yapalım.



$\frac{5}{8} = 5 \times \frac{1}{8}$ ve $\frac{3}{8} = 3 \times \frac{1}{8}$ yazabiliriz.

Sayı doğrusunda başlangıçtan sağa doğru 5 tane $\frac{1}{8}$'lik alırız. Bu noktadan sola doğru 3 tane $\frac{1}{8}$'lik sayarsak $\frac{2}{8}$'i buluruz. Öyleyse,

$$\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5-3}{8} = \frac{2}{8} \text{'dir.}$$

Paydaları eşit iki rasyonel sayının çıkarma işlemini yapmak için, paylar farkı pay, ortak payda da payda olarak yazılır.

Örnekler

1. **Örnek :** $\frac{9}{12} - \frac{5}{12} = ?$ Çıkarma işlemini yapalım.

$\frac{9}{12} - \frac{5}{12} = \frac{9-5}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ olur.

2. **Örnek :** $5\frac{7}{15} - 3\frac{3}{15} = ?$ Çıkarma işlemini yapalım.

$$5\frac{7}{15} - 3\frac{3}{15} = \left(5 + \frac{7}{15}\right) - \left(3 + \frac{3}{15}\right)$$
$$= (5-3) + \left(\frac{7}{15} - \frac{3}{15}\right)$$
$$= 2 + \frac{4}{15}$$
$$= 2\frac{4}{15}$$

3. **Örnek :** $6\frac{8}{20} - 2\frac{12}{20} = ?$ Çıkarma işlemini yapalım. Önce,

$$6\frac{8}{20} = 6 + \frac{8}{20} = 5 + 1 + \frac{8}{20}$$
$$= 5 + \left(\frac{20}{20} + \frac{8}{20}\right) \text{ (Toplamada birleşme özeliği)}$$
$$= 5 + \frac{28}{20}$$
$$= 5\frac{28}{20}$$

biçiminde yazılır, sonra çıkarma işlemi yapılır.

$$6\frac{8}{20} - 2\frac{12}{20} = 5\frac{28}{20} - 2\frac{12}{20}$$
$$= (5-2) + \left(\frac{28}{20} - \frac{12}{20}\right)$$
$$= 3 + \frac{16}{20}$$
$$= 3\frac{16}{20}$$
$$= 3\frac{4}{5} \text{ olur.}$$

Tamsayılı rasyonel sayılar birbirinden çıkarılırken, tam kısımlar birbirinden, kesir kısımları da birbirinden çıkarılır.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki çıkarma işlemlerini yapınız.

a) $\frac{4}{7} - \frac{1}{7} = ?$ b) $\frac{9}{12} - \frac{7}{12} = ?$ c) $\frac{17}{25} - \frac{8}{25} = ?$

2. Aşağıdaki çıkarma işlemlerini yapınız.

a) $4\ \frac{3}{5} - 2\ \frac{1}{5} = ?$ b) $12\ \frac{9}{15} - 7\ \frac{6}{15} = ?$

c) $8\ \frac{6}{14} - 5\ \frac{8}{14} = ?$

3. $\frac{3}{4} - \frac{4}{8} = ?$ Çıkarma işlemini yapalım.

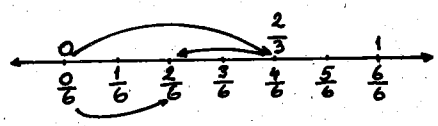
Çıkarma işlemini yapmak için, bu rasyonel sayıların paydalarını eşitleriz.

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ 'dir. $\frac{3}{4}$ yerine $\frac{6}{8}$ rasyonel sayısını alabiliriz.

(2)

$\frac{3}{4} - \frac{4}{8} = \frac{6}{8} - \frac{4}{8} = \frac{2}{8}$ 'dir.

4. $\frac{2}{3} - \frac{2}{6} = ?$ Çıkarma işlemini sayı doğrusu üzerinde yapalım.



Sayı doğrusu üzerinde $\frac{2}{3}$ 'den sola doğru, 2 tane $\frac{1}{6}$ 'lik sayarak $\frac{2}{6}$ 'yı buluruz. Öyleyse,

$\frac{2}{3} - \frac{2}{6} = \frac{4}{6} - \frac{2}{6} = \frac{2}{6}$ 'dır.

Paydaları eşit olmayan rasyonel sayıların çıkarma işlemini yapmak için, önce paydalar eşitlenir. Sonra, paydaları eşit olan rasyonel sayıların çıkarılmasında olduğu gibi, çıkarma işlemi yapılır.

Örnekler

1. Örnek : $\frac{7}{8} - \frac{5}{6} = ?$ Çıkarma işlemini yapalım.

$\frac{7}{8}$ ve $\frac{5}{6}$ rasyonel sayılarının temsil ettiği kümeleri yazalım.

$\frac{7}{8} \rightarrow \left\{\frac{7}{8}, \frac{14}{16}, \boxed{\frac{21}{24}}, \frac{28}{32}, \ldots\right\}$ ve

$\frac{5}{6} \rightarrow \left\{\frac{5}{6}, \frac{10}{12}, \frac{15}{18}, \boxed{\frac{20}{24}}, \ldots\right\}$ olur.

$\frac{7}{8}$ yerine $\frac{21}{24}$ ve $\frac{5}{6}$ yerine $\frac{20}{24}$ alabiliriz.

$\frac{7}{8} - \frac{5}{6} = \frac{21}{24} - \frac{20}{24} = \frac{1}{24}$ olur.

2. Örnek : $\frac{8}{9} - \frac{3}{4} = ?$ çıkarma işlemini yapalım.

Paydaların okek'ini bulalım.

9 |	3	4 |	2	$9 = 3^2$
3 |	3	2 |	2	$4 = 2^2$
1 |		1 |		(9 ; 4) okek $= 2^2 \times 3^2$

$= 4 \times 9 = 36$'dır.

$\frac{8}{9} - \frac{3}{4} = \frac{32}{36} - \frac{27}{36} = \frac{5}{36}$ olur.

3. Örnek : $5\ \frac{1}{3} - 2\ \frac{5}{8} = ?$ Çıkarma işlemini yapalım.

(3 ; 8) okek $= 2^3 \times 3$

$= 8 \times 3 = 24$'tür.

$5\ \frac{1}{3} - 2\ \frac{5}{8} = 5\ \frac{8}{24} - 2\ \frac{15}{24}$

(8) (3)

$\frac{8}{24}$ 'ten $\frac{15}{24}$ çıkmaz. 5'ten 1 tam alıp, $\frac{8}{24}$ 'e katarız.

$$5\frac{8}{24} - 2\frac{15}{24} = 4\frac{32}{24} - 2\frac{15}{24}$$

$$= \left(4-2\right) + \left(\frac{32}{24} - \frac{15}{24}\right)$$

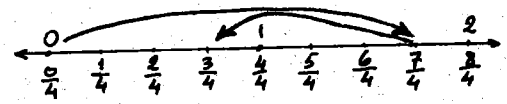
$$= 2 + \frac{17}{24}$$

$$= 2\frac{17}{24} \text{ olur.}$$

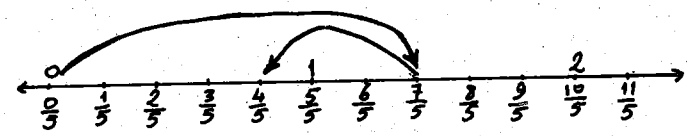
Alıştırmalar

1. Aşağıda her sayı doğrusunun gösterdiği çıkarma işlemini yazınız ve yapınız.

a)



b)



2. Aşağıdaki çıkarma işlerlerini yapınız. (gerekirse sayı doğrusundan yararlanınız).

a) $\frac{5}{6} - \frac{1}{6} = ?$ b) $\frac{9}{4} - \frac{2}{4} = ?$ c) $\frac{10}{10} - \frac{2}{10} = ?$

d) $\frac{5}{50} - \frac{4}{50} = ?$ e) $\frac{6}{10} - \frac{2}{10} = ?$ f) $\frac{10}{12} - \frac{3}{12} = ?$

g) $\frac{9}{12} - \frac{9}{12} = ?$ h) $\frac{75}{100} - \frac{38}{100} = ?$

3. Aşağıdaki farkları bulunuz.

a) $\frac{3}{8} + \frac{1}{2} = \frac{7}{8}$ olduğuna göre $\frac{7}{8} - \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$ ve $\frac{7}{8} - \frac{3}{8} = \frac{1}{2}$ 'dir.

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$ " " $\frac{5}{6} - \frac{1}{3} = ?$ ve $\frac{5}{6} - \frac{1}{2} = ?$ 'dir.

c) $\frac{1}{7} + \frac{1}{2} = \frac{9}{14}$ " " $\frac{9}{14} - \frac{1}{2} = ?$ ve $\frac{9}{14} - \frac{1}{7} = ?$ dir.

d) $\frac{1}{8} + \frac{1}{3} = \frac{11}{24}$ " " $\frac{11}{24} - \frac{1}{3} = ?$ ve $\frac{11}{24} - \frac{1}{8} = ?$ dir

4. Aşağıdaki her toplama eşitliği için, iki tane çıkarma eşitliği yazınız.

Örnek : $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ olduğuna göre, $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ ve $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ 'dir.

a) $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$ b) $\frac{3}{4} + \frac{1}{3} = \frac{13}{12}$

c) $\frac{1}{8} + \frac{3}{4} = \frac{7}{8}$ d) $\frac{7}{8} + \frac{1}{4} = \frac{9}{8}$

5. Her alıştırma için eşit paydalı kesirleri kullanarak çıkarma eşitliği yazınız.

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = ?$ $\left\{\frac{1}{2}, \boxed{\frac{2}{4}}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \ldots\right\}$

(Cevap : $\left(\frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}\right)$ $\left\{\boxed{\frac{1}{4}}, \frac{2}{8}, \frac{3}{12}, \frac{4}{16}, \ldots\right\}$

b) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = ?$ $\left\{\frac{1}{2}, \boxed{\frac{2}{4}}, \boxed{\frac{3}{6}}, \frac{4}{8}, \ldots\right\}$

$\square$ $\left\{\frac{1}{3}, \boxed{\frac{2}{6}}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \ldots\right\}$

c) $\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = ?$ $\left\{\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \boxed{\frac{8}{12}}, \ldots\right\}$

$\square$ $\left\{\frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \boxed{\frac{3}{12}}, \frac{4}{16}, \ldots\right\}$

d) $\frac{5}{6} - \frac{1}{4} = ?$ $\left\{\frac{5}{6}, \boxed{\frac{10}{12}}, \frac{15}{18}, \frac{20}{24}, \ldots\right\}$

$\square$ $\left\{\frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \boxed{\frac{3}{12}}, \frac{4}{10}, \ldots\right\}$

6. Denk kesirlerden kümeler oluşturarak ortak paydalı iki kesir bulunuz. Sonra farkı bulunuz.

a) $\frac{1}{4} - \frac{1}{10} = ?$ b) $\frac{3}{4} - \frac{1}{12} = ?$ c) $\frac{3}{4} - \frac{1}{6} = ?$

d) $\frac{3}{5} - \frac{1}{10} = ?$

7. Aşağıdaki alıştırmada toplam ve farkı bulunuz.

a) $\frac{5}{8} + \frac{3}{10} = \frac{37}{40}$ olduğuna göre, $\frac{37}{40} - \frac{5}{8} = ?$

b) $\frac{7}{10} - \frac{1}{4} = \frac{9}{20}$ " " $\frac{9}{20} + \frac{1}{4} = ?$

c) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$ " " $\frac{7}{12} - \frac{1}{4} = ?$

d) $\frac{7}{6} - \frac{3}{4} = \frac{5}{12}$ olduğuna göre $\frac{3}{4} + \frac{5}{12} = ?$

8. $\square$ işaretli yerlere uygun sayılar koyunuz.

a) $\frac{1}{2} = \frac{\square}{6}$ b) $\frac{1}{3} = \frac{\square}{6}$ c) $\frac{5}{8} = \frac{\square}{24}$

d) $\frac{1}{10} = \frac{\square}{100}$ e) $\frac{1}{100} = \frac{\square}{1000}$

9. a) 9 ve 6'nın (okek)'i nedir?

b) $\frac{4}{9}$ ve $\frac{1}{6}$ 'nın paydalarının (okek)'i nedir?

c) $\frac{4}{9} = \frac{\square}{18}$ ve $\frac{1}{6} = \frac{\square}{18}$ 'in paylarına hangi sayıları koymalıyız?

d) $\frac{8}{18} - \frac{3}{18} = \square$ farkını bulunuz.

e) $\frac{4}{9} - \frac{1}{6} = \square$ farkı nedir?

10. Aşağıdaki çıkarma işlemlerini yapınız. Farkı en sade biçimde yazınız.

a) $\frac{7}{6} - \frac{1}{2} = ?$ b) $\frac{5}{8} - \frac{1}{4} = ?$ c) $\frac{2}{9} - \frac{1}{6} = ?$

d) $\frac{7}{18} - \frac{1}{6} = ?$ e) $8\frac{1}{3} - 2\frac{5}{6} = ?$ f) $8\frac{7}{12} - 4\frac{5}{6} = ?$

g) $19\frac{7}{12} - 2\frac{3}{4} = ?$ h) $54\frac{3}{10} - 37\frac{4}{5} = ?$ i) $9\frac{7}{10} - 2\frac{11}{15} = ?$

k) $84\frac{1}{8} - 37 = ?$ l) $83 - 42\frac{7}{8} = ?$ m) $86\frac{7}{15} - 58\frac{9}{10} = ?$

Rasyonel Sayılar Kümesinde Bölme İşlemi

Bölme, çarpmanın ters işlemi olduğundan,

$4 \times 3 = 12$ ise $12 : 3 = 4$'dür.

$\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20}$ ise $\frac{6}{20} : \frac{2}{4} = \frac{3}{5}$ 'dir.

$n \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20}$ ise $\frac{6}{20} : \frac{2}{4} = = n$'dir.

$n \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20}$ eşitliğinden "n" yi bulalım. Bu eşitliğin her iki yanını, $\frac{2}{4}$ rasyonel sayısının çarpmaya göre tersi olan $\frac{4}{2}$ rasyonel sayısı ile çarpalım.

$$n \times \frac{2}{4} \times \frac{4}{2} = \frac{6}{20} \times \frac{4}{2}$$

$$n \times \left(\frac{2}{4} \times \frac{4}{2}\right) = \frac{6}{20} \times \frac{4}{2}$$ (Çarpmada birleşme özeliği)

$$n \times 1 = \frac{6}{20} \times \frac{4}{2}$$ (1, çarpmanın etkisiz elemanı)

$$n = \frac{6}{20} \times \frac{4}{2}$$ bulunur. Öyleyse,

$$\frac{6}{20} : \frac{2}{4} = \frac{6}{20} \times \frac{4}{2}$$ 'dir.

Bir rasyonel sayı, sıfırdan farklı bir rasyonel sayıya bölünürken; bölünen sayı, bölenin çarpmaya göre tersi ile çarpılır.

Genel olarak $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ birer rasyonel sayı ve $\frac{c}{d}$ sıfır olmadığına göre,

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$'dir.

Örnekler

1. Örnek : $\frac{2}{5} : \frac{3}{7} = ?$ Bölme işlemini yapalım.

$$\frac{2}{5} : \frac{3}{7} = \frac{2}{5} \times \frac{7}{3} = \frac{14}{15}$$ olur.

2. Örnek : $3\frac{5}{6} : 2\frac{7}{8} = ?$ Bölme işlemini yapalım.

Önce tamsayılı kesirler bileşik kesir yapılır.

$$3\frac{5}{6} : 2\frac{7}{8} = \frac{23}{6} : \frac{23}{8} = \frac{\cancel{23}^{1}}{\cancel{6}_{3}} \times \frac{\cancel{8}^{4}}{\cancel{23}_{1}}$$

$$= \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$ olur.

3. Örnek : $5 : \frac{2}{3} = ?$ Bölme işlemini yapalım.

5 doğal sayısı, $\frac{5}{1}$ biçiminde rasyonel sayı olarak yazılır.

$$5 : \frac{2}{3} = \frac{5}{1} : \frac{2}{3}$$

$$= \frac{5}{1} \times \frac{3}{2}$$

$$= \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$$ olur.

4. Örnek : $\frac{4}{9} : 6 = ?$ Bölme işlemini yapalım.

$$\frac{4}{9} : 6 = \frac{4}{9} : \frac{6}{1}$$

$$= \frac{4}{9} \times \frac{1}{6}$$

$$= \frac{4}{54}$$

$$= \frac{2}{27}$$ olur.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki çarpma işlemlerini bölme işlemlerine çeviriniz.

a) $\frac{3}{5} \times \frac{4}{2} = \frac{12}{10}$ b) $\frac{5}{4} \times \frac{2}{7} = \frac{10}{28}$ c) $\frac{7}{9} \times \frac{6}{8} = \frac{42}{72}$

2. Aşağıdaki eşitliklerin sağlanması için n yerine yazılacak rasyonel sayıları bulunuz.

a) $n \times \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$ b) $\frac{4}{7} \times n = \frac{8}{9}$ c) $n \times \frac{5}{8} = \frac{10}{24}$

3. Aşağıdaki bölme işlemlerini yapınız.

a) $\frac{4}{3} : \frac{5}{6} = ?$ b) $\frac{1}{6} : \frac{7}{8} = ?$ c) $7 : \frac{3}{5} = ?$

d) $\frac{9}{14} : 3 = ?$ e) $3\frac{5}{6} : \frac{4}{8} = ?$ f) $2\frac{4}{7} : 5\frac{3}{5} = ?$

Rasyonel Sayıların Bölmesinde 0 ve 1 Sayıları

1. $0 : \frac{2}{3} = ?$ Bölmesini yapalım.

$0 = \frac{0}{1}$ yazılabilir.

$$0 : \frac{2}{3} = \frac{0}{1} : \frac{2}{3}$$
$$= \frac{0}{1} \times \frac{3}{2}$$
$$= \frac{0}{2} = \text{olur.}$$

Genel olarak $\frac{a}{b}$ sıfırdan farklı bir rasyonel sayı olduğuna göre,

$$0 : \frac{a}{b} = 0\text{'dır.}$$

Sıfırın, sıfır olmayan bir rasyonel sayıya bölümü sıfırdır.

Örnek : $0 : \frac{7}{8} = \frac{0}{1} \times \frac{8}{7} = \frac{0}{7} = 0$ 'dır.

2. $\frac{3}{5} : 0 = ?$ Bölme işleminin yapılıp yapılamadığını araştıralım.

$\frac{3}{5} : 0 = m$ ise $\frac{3}{5} = m \times 0$' dır.

Sıfır çarpma işleminin yutan elemanı olduğundan $m \times 0 = 0$ ve $\frac{3}{5} = 0$ olur ki, bu anlamsızdır.

Genel olarak $\frac{a}{b}$ sıfırdan farklı bir rasyonel sayı olduğuna göre,

$\frac{a}{b} : 0$ bölmesi anlamsızdır.

3. $1 : \frac{3}{4} = ?$ Bölme işlemini yapalım.

$1 = \frac{1}{1}$ yazılabilir.

$$1 : \frac{3}{4} = \frac{1}{1} : \frac{3}{4} = \frac{1}{1} \times \frac{4}{3}$$
$$= \frac{4}{3} \text{ olur.}$$

Genel olarak $\frac{a}{b}$ sıfırdan farklı bir rasyonel sayı olduğuna göre,

$$1 : \frac{a}{b} = \frac{b}{a} \text{ dır.}$$

1 sayısının sıfırdan farklı bir rasyonel sayıya bölümü, o rasyonel sayının çarpmaya göre tersine eşittir.

4. $\frac{5}{7} : 1 = ?$ Bölme işlemini yapalım.

$\frac{5}{7} : 1 = \frac{5}{7} : \frac{1}{1} = \frac{5}{7} \times \frac{1}{1} = \frac{5}{7}$ olur.

Genel olarak $\frac{a}{b}$ bir rasyonel sayı olduğuna göre,

$$\frac{a}{b} : 1 = \frac{a}{b} \text{ dir.}$$

Bir rasyonel sayının 1'e bölümü yine o rasyonel sayıyı verir.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki boş yerlere uygun olan sayıları yazınız.

a) $0 : \frac{2}{6} = \ldots$ b) $1 : \frac{6}{8} = \ldots$

c) $\frac{3}{7} : 1 = \ldots$ d) $\ldots : \frac{7}{8} = 0$

e) $\ldots : \frac{3}{5} = \frac{5}{3}$ f) $\frac{10}{12} : \ldots = \frac{10}{12}$

2. Aşağıdaki bölme işlemlerini yapınız.

a) $2\frac{5}{6} : 1 = ?$ b) $0 : 3\frac{5}{8} = ?$ c) $1 : \frac{3}{8} = ?$

d) $\frac{6}{7} : 0 = ?$ e) $1 : \frac{3}{3} = ?$ f) $\frac{4}{7} : \frac{3}{3} = ?$

Rasyonel sayılar kümesinde toplama ve çarpma işlemlerindeki özeliklerin, bölme işleminde olup olmadığını araştıralım.

1. $\frac{3}{5} \in R$, $\frac{4}{6} \in R$; $\frac{3}{5} : \frac{4}{6} = \frac{3}{5} \times \frac{6}{4} = \frac{18}{20} \in R$

$\frac{2}{7} \in R$, $\frac{5}{8} \in R$; $\frac{2}{7} : \frac{5}{8} = \frac{2}{7} \times \frac{8}{5} = \frac{16}{25} \in R$ dır.

Rasyonel sayılar kümesi, (sıfır ile bölme hariç) **bölme işlemine göre kapalıdır.**

2. $\frac{6}{7} : \frac{5}{4} = \frac{6}{7} \times \frac{4}{5} = \frac{24}{35}$

$\frac{5}{4} : \frac{6}{7} = \frac{5}{4} \times \frac{7}{6} = \frac{35}{24}$ olduğundan,

$\frac{6}{7} : \frac{5}{4} \neq \frac{5}{4} : \frac{6}{7}$ olur.

Genel olarak $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ birer rasyonel sayı olduğuna göre,

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} \neq \frac{c}{d} : \frac{a}{b} \text{ dir.}$$

Rasyonel sayılar kümesinde bölme işleminin **değişme özeliği yoktur.**

3. $\frac{4}{5} : \frac{3}{2} : \frac{6}{7} = ?$ Bölme işlemini yapalım.

$$\left(\frac{4}{5} : \frac{3}{2}\right) : \frac{6}{7} = \left(\frac{4}{5} \times \frac{3}{2}\right) : \frac{6}{7}$$
$$= \frac{12}{10} : \frac{6}{7}$$
$$= \frac{12}{10} \times \frac{7}{6}$$
$$= \frac{84}{60} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{4}{5} : \left(\frac{3}{2} : \frac{6}{7}\right) = \frac{4}{5} : \left(\frac{3}{2} \times \frac{7}{6}\right)$$
$$= \frac{4}{5} : \frac{21}{12}$$
$$= \frac{4}{5} \times \frac{12}{21}$$
$$= \frac{48}{105} = \frac{16}{35}$$

$\left(\frac{4}{5} : \frac{3}{2}\right) : \frac{6}{7} \neq \frac{4}{5} : \left(\frac{3}{2} : \frac{6}{7}\right)$ olur.

Genel olarak $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$, $\frac{e}{f}$ birer rasyonel sayı olduğuna göre,

$$\left(\frac{a}{b} : \frac{c}{d}\right) : \frac{e}{f} \neq \frac{a}{b} : \left(\frac{c}{d} : \frac{e}{f}\right) \text{ dir.}$$

Rasyonel sayılar kümesinde, bölme işleminin **birleşme özeliği** yoktur.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki alıştırmalarda önce (A) eşitliğindeki çarpanı, sonra (B) eşitliğindeki bölümü bulunuz.

a) (A) $n \times \frac{3}{8} = 1$ b) (A) $n \times \frac{1}{9} = 1$

(B) $1 : \frac{3}{8} = n$ (B) $1 : \frac{1}{9} = n$

c) Ⓐ $n \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ d) Ⓐ $n \times \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$

Ⓑ $\frac{1}{6} : \frac{1}{3} = n$ Ⓑ $\frac{9}{4} : \frac{3}{4} = n$

e) Ⓐ $n \times 1 = \frac{4}{13}$ f) Ⓐ $n \times \frac{3}{5} = 1$

Ⓑ $\frac{4}{13} : 1 = n$ Ⓑ $1 : \frac{3}{5} = n$

2. Aşağıdaki cümleyi tamamlayınız.

Bir rasyonel sayıyı sıfır olmayan başka bir rasyonel sayıya bölmek için ..... ile çarparız.

3. Aşağıdaki bölme işlemlerini yapınız.

a) $\frac{3}{8} : \frac{1}{2} = ?$ b) $\frac{5}{3} : \frac{5}{4} = ?$

c) $\frac{4}{7} : 8 = ?$ d) $6 : \frac{2}{3} = ?$

e) $\frac{3}{10} : \frac{7}{10} = ?$ f) $7 : \frac{1}{3} = ?$

4. Aşağıdaki bölme işlemlerini yapınız.

a) $1\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = ?$ b) $3\frac{1}{2} : 2\frac{1}{4} = ?$

c) $5\frac{2}{3} : 6\frac{3}{4} = ?$ d) $2\frac{1}{3} : \frac{1}{5} = ?$

e) $3\frac{1}{4} : \frac{5}{6} = ?$ f) $1\frac{3}{8} : 4\frac{1}{3} = ?$

g) $4\frac{2}{3} : 2\frac{1}{7} = ?$ h) $\frac{3}{8} : 1\frac{1}{3} = ?$

5) Aşağıdaki işlemleri yapınız ve sonuçları sadeleştiriniz.

Örnek : $\frac{\frac{4}{5}}{\frac{7}{10}} = \frac{4}{5} : \frac{7}{10} = \frac{4}{5} \times \frac{10}{7} = \frac{40}{35} = 1\frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{35}_{7}} = 1\frac{1}{7}$

a) $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}} = ?$ b) $\frac{\frac{3}{5}}{1} = ?$ c) $\frac{1}{\frac{3}{10}} = ?$

d) $\frac{\frac{3}{10}}{\frac{1}{10}} = ?$ e) $\frac{\frac{6}{5}}{\frac{6}{5}} = ?$ f) $\frac{8\frac{1}{3}}{100} = ?$

6. Aşağıdaki işlemleri yapınız. (Önce parantez içindeki işlemleri yapınız).

a) $\left(5 : \frac{1}{3}\right) + \frac{3}{4} = ?$ b) $\left(6 - \frac{1}{3}\right) : 5 = ?$

c) $\left(1 + \frac{2}{3}\right) : \left(5 - \frac{1}{2}\right) = ?$

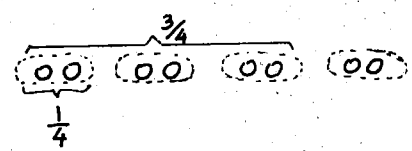
Rasyonel Sayılarla İlgili Ek Bilgi

Rasyonel sayılarla ilgili problemlerde sık sık rastlanan iki önemli temel problem üzerinde duracağız.

I. Bir bütünün istenen bir kesrini bulmak.

Örnek : 8 bilyenin $\frac{3}{4}$'ü kaç bilye eder?

Çözüm : 8 bilyenin $\frac{1}{4}$'i,



8 : 4 = 2 bilye eder.

8 bilyenin $\frac{3}{4}$'ü, $2 \times 3 = 6$ bilyedir. ya da, $\frac{\cancel{8}^{2} \times 3}{\cancel{4}_{1}} = 6$ bilye.

Bir doğal sayının kesrini bulmak için, sayı kesriyle çarpılır.

II. Herhangi bir kesri verilen bütünü bulmak

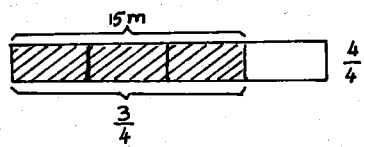
Örnek : $\frac{3}{4}$'ü 15 metre olan kumaşın tamamı kaç metredir?

Çözüm : Kumaşın $\frac{1}{4}$'i

$15 : 3 = 5$ m'dir.

Kumaşın tamamı $\left(\frac{4}{4}\text{'ü}\right)$,

$5 \times 4 = 20$ m olur.



Kesre karşılık olarak verilen sayı kesrin payına bölünür, bulunan sayı payda ile çarpılır.

Ya da,

$$15 : \frac{3}{4} = 15 \times \frac{4}{3} = 20 \text{ m olur.}$$

Kesre karşılık olarak verilen sayı kesre bölünür.

Problemler

1. 650 öğrencisi olan bir okulun $\frac{3}{5}$'ü kızdır. Bu okuldaki kız ve erkek öğrencilerin sayısı nedir?

2. İki işçiden biri, bir havuzu tek başına 7 günde, diğeri 5 günde kazabiliyor. Birlikte 3 gün çalışsalar, havuzun kaçta kaçını kazabilirler? İkisi birden tüm havuzu kaç günde kazarlar?

3. Hangi sayının $\frac{2}{3}$'si 250 eder?

4. $2\frac{1}{3}$'ü 140 olan sayıyı bulunuz.

5. Paramın $\frac{3}{5}$'ü ile giyecek eşya satın aldım. Geriye 1000 liram kaldığına göre paramın tamamı ve giyeceğe verdiğim para ne kadardır?

6. Bir sınıfta kız öğrencilerin sayısı 40'dır. Kızlar erkeklerin $\frac{4}{5}$'inden 20 fazladır. Erkeklerin ve tüm öğrencilerin sayısını bulunuz.

★ (7.) Sema ile babasının yaşları toplamı 47'dir. Sema'nın yaşı, babasının yaşının $\frac{1}{5}$'inden 5 yaş fazladır. Herbirinin yaşlarını bulunuz.

8. Bir yolcu, gideceği yolun $\frac{1}{3}$'ini tamamlamış ve geriye daha 120 km yolu kalmıştır. Tüm yolu kaç km'dir?

9. Suna'nın annesi bir bakkaldan parasının $\frac{2}{3}$'si ile çay, $\frac{1}{4}$'i ile un ve $\frac{5}{6}$'i ile yağ aldı. Bakkala daha 270 lira borçlu kaldığına göre,

a) Suna'nın annesinin tüm parası kaç liradır?

b) Çay, un ve yağ için kaçar lira ödemiştir?

★ (10.) Bir havuzu I. musluk, yalnız başına 3 saatte, II. musluk 2 saatte doldurmaktadır. III. muslukta dolu havuzu 6 saatte boşaltıyor. Üçü beraber açıldığında havuz kaç saatte dolar?

6-4. Ondalık Sayılar ve Dört İşlemi

Ondalık Sayılar

Rasyonel sayılar bölümünde kesirleri, rasyonel sayıları ve bunlar arasındaki ilişkileri öğrendiniz. Bu kesimde ondalık kesirleri, ondalık sayıları ve bunların rasyonel sayılarla olan ilişkilerini öğreneceksiniz.

1. Bölme, çarpmanın ters işlemi olduğundan,

$10 \times n = 3$ ise $n = \frac{3}{10} = \frac{3}{10^1}$'dir.

$100 \times n = 26$ ise $n = \frac{26}{100} = \frac{26}{10^2}$'dir.

$1000 \times n = 362$ ise $n = \frac{362}{1000} = \frac{362}{10^3}$'dür.

Paydaları 10 ve 10'un kuvveti biçiminde olan $\left(\frac{3}{10}, \frac{26}{100}, \frac{362}{1000}, \ldots\right.$ gibi) kesirlere **ondalık kesirler** denir.

Ondalık kesirlerin belirttiği rasyonel sayılara da **ondalık sayılar** adı verilir. Örneğin, $\frac{3}{10}$, $\frac{26}{100}$ ve $\frac{362}{1000}$ ondalık kesirlerinden her biri birer ondalık sayıdır.

$1000 = 100 \times 10$ ise $1000 : 10 = 100$'dur.
$100 = 10 \times 10$ ise $100 : 10 = 10$'dur.
$10 = 1 \times 10$ ise $10 : 10 = 1$'dir.

$1 = \frac{1}{1} = \frac{1 \times 10}{1 \times 10} = \frac{1}{10} \times 10$ ise $1 : 10 = \frac{1}{10}$'dur.

$\frac{1}{10} = \frac{1 \times 10}{10 \times 10} = \frac{1}{100} \times 10$ ise $\frac{1}{10} : 10 = \frac{1}{100}$'dür.

$\frac{1}{100} = \frac{1 \times 10}{100 \times 10} = \frac{1}{1000} \times 10$ ise $\frac{1}{100} : 10 = \frac{1}{1000}$'dir.

Yukarıdaki eşitliklere dikkat edilirse :

a) 1000, 100'ün 10 katı ya da 1000'in 10'da biri 100'dür.

b) 100, 10'un 10 katı ya da 100'ün 10'da biri 10'dur.

c) 10, 1'in 10 katı yada 10'un 10'da biri 1'dir.

d) 1, $\frac{1}{10}$'un 10 katı ya da 1'in 10'da biri $\frac{1}{10}$' dur.

e) $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$'ün 10 katı ya da $\frac{1}{10}$'un 10'da biri $\frac{1}{100}$' dür.

f) $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$'in 10 katı ya da $\frac{1}{100}$'ün 10'da biri $\frac{1}{1000}$' dir.

3. $\frac{3}{10}$' u birim kesir türünden yazalım.

$\frac{3}{10} = 3 \times \frac{1}{10}$' dur. Anlamı bütünün onda birlerinden 3 tane demektir. Bunu virgül kullanarak, $\frac{3}{10} = 3 \times \frac{1}{10} = 0{,}3$ biçiminde yazar, "sıfır tam onda 3" diye okuruz. "0,3" sayısı bir **ondalık sayıdır.** 0,3 sayısı bütünün on eş parçasından 3'ünü gösterir.

4. Onluk sayma düzeninde doğal sayıların çözümlenmesini öğrenmiştiniz. Ondalık sayıları da benzer biçimde çözümleyebiliriz. Örneğin, onluk sayma düzeninde yazılan 6548 sayısını,

$6548 = (6 \times 1000) + (5 \times 100) + (4 \times 10) + (8 \times 1)$
$= (6 \times 10^3) + (5 \times 10^2) + (4 \times 10) + (8 \times 1)$ biçiminde çözümleyebiliriz. Bunun gibi $\frac{26}{100}$ ondalık sayısını da çözümleyebiliriz.

$\frac{26}{100}$ ondalık sayısını birim kesir türünden yazalım.

$\frac{26}{100} = 26 \times \frac{1}{100}$ olur.

26 doğal sayısını basamak değerlerinin toplamı biçiminde yazalım.

$\frac{26}{100} = (20 + 6) \times \frac{1}{100}$ eşitliğinden

$= [(2 \times 10) + 6] \times \frac{1}{100}$ yazılabilir.

$= (2 \times 10) \times \frac{1}{100} + 6 \times \frac{1}{100}$ **(Çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özeliği)**

$= 2 \times \left(10 \times \frac{1}{100} \right) + 6 \times \frac{1}{100}$ **(Çarpmada birleşme özeliği)**

$= 2 \times \frac{1}{10} + 6 \times \frac{1}{100}$ bulunur.

Bunun anlamı $\frac{26}{100}$'ün 2 tane onda birlik ile 6 tane yüzde bir liğin toplamı olduğudur.

Burada $\frac{26}{100}$ ondalık sayısının basamak değerlerine göre çözümlenmiş biçimi olarak,

$\frac{26}{100} = 2 \times \frac{1}{10} + 6 \times \frac{1}{100}$

eşitliğini yazabiliriz. Bu eşitlik $\frac{26}{100}$ Sayısının 2 tane onda birlik ile 6 tane yüzde birlikten oluştuğunu belirtir. Bunu virgül kullanarak 0,26 biçiminde yazar ve "sıfır tam yüzde yirmi altı" diye okuruz. Burada, virgülün sağındaki birinci basamak onda birler'i ve İkinci basamak "yüzde birler"i gösterir.

$\frac{26}{100}$ ondalık sayısının 0,26 biçimindeki bu gösterim şekline ondalık sayının virgülle gösterilme şekli adı verilir. 0,26 ve $\frac{26}{100}$ aynı ondalık sayıyı gösterirler.

5. $\frac{362}{1000}$ rasyonel sayısını çözümleyiniz, sonra virgül yardımıyla yazılmış ondalık sayı biçiminde ifade ediniz.

$$\frac{362}{1000} = 362 \times \frac{1}{1000}$$

$$= (300 + 60 + 2) \times \frac{1}{1000}$$

$$= [\,(3 \times 100) + (6 \times 10) + 2] \times \frac{1}{1000}$$

$$= (3\times100) \times \frac{1}{1000} + (6\times10) \times \frac{1}{1000} + 2 \times \frac{1}{1000}$$

(Çarpma işleminin toplama işlemi üzerinde dağılma özeliği)

$$= 3 \times \left(100\times \frac{1}{1000}\right) + 6\times \left(10 \times \frac{1}{1000}\right) + 2\times \frac{1}{1000}$$

(Çarpmada birleşme özeliği)

$$= 3\times \frac{1}{10} + 6\times \frac{1}{100} + 2\times \frac{1}{1000}$$ olur.

Bunun da anlamı, $\frac{362}{1000}$ sayısının 3 tane onda birlik, 6 tane yüzde birlik, 2 tane binde birliğin toplamından oluştuğudur. Bunu,

$3 \times \frac{1}{10} + 6 \times \frac{1}{100} + 2 \times \frac{1}{1000} = 0{,}362$ biçiminde yazar, "Sıfır tam binde 362" diye okuruz. "0,362" sayısı bütünün bin eş parçasından 362'sini gösterir. 0,362 de $\frac{362}{1000}$ gibi bir ondalık sayıdır.

6. $543\ \frac{256}{1000}$ ondalık sayısını çözümleyerek virgül yardımıyla yazalım.

$$543\ \frac{256}{1000} = 543 + \frac{256}{1000}$$

$$= (5 \times 100) + (4 \times 10) + (3 \times 1) + \left(2 \times \frac{1}{10}\right) + \left(5 \times \frac{1}{100}\right) + \left(6 \times \frac{1}{1000}\right)$$

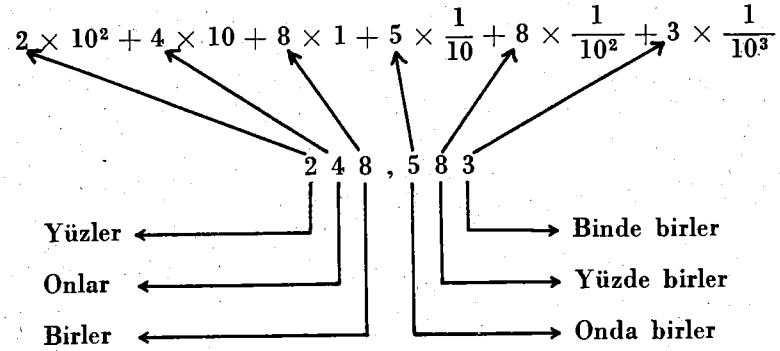
$$= (5\times10^2) + (4 \times 10^1) + (3 \times 1) + \left(2 \times \frac{1}{10^1}\right) + \left(5 \times \frac{1}{10^2}\right) + \left(6 \times \frac{1}{10^3}\right)$$

olur. Bu sayıyı onluk sayma düzeninde,

$543\ \frac{256}{1000} = 543{,}256$ biçiminde yazar, "543 tam binde 256" diye okuruz.

Ondalık sayılar, onluk sayma düzeninde (,) kullanılarak da yazılabilir. (,) 'ün solundaki kısma ondalık sayının **tam kısmı**, sağındaki kısma da **ondalık kısmı** denir. Örneğin, 543, 256 ondalık sayısında 543 ondalık sayının tam kısmı, 256 da ondalık kısmıdır.

7. $248\ \frac{583}{1000}$ ondalık sayısı çözümlenmiş ve virgül yardımıyla yazılmıştır. İnceleyiniz.



Ondalık sayıların oluşturduğu kümeye **ondalık sayılar kümesi** denir. Örneğin, 0,001; 0,348; 0,67; 0,9; 2,85 sayıları { 0,001; 0,348; 0,67; 0,9; 2,85 } kümesini oluşturur.

Örnekler

1. Örnek : $\frac{24}{1000}$ ondalık sayısını çözümleyelim ve sonra virgül yardımıyla yazalım.

$$\frac{24}{100} = 24 \times \frac{1}{1000}$$

$$= (20 + 4) \times \frac{1}{1000}$$

$$= (2 \times 10 + 4) \times \frac{1}{1000}$$

$$= (2\times10) \times \frac{1}{1000} + 4 \times \frac{1}{1000}$$ **(Çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özeliği)**

$$= 2 \times \left(10 \times \frac{1}{1000}\right) + 4 \times \frac{1}{1000}$$ **(Çarpmada birleşme özeliği)**

$$= 2 \times \frac{1}{100} + 4 \times \frac{1}{1000}$$

$$= 0 \times 1 + 0 \times \frac{1}{10} + 2 \times \frac{1}{100} + 4 \times \frac{1}{1000}$$

$= 0{,}024$ olur.

2. Örnek : $\frac{708}{100}$ rasyonel sayısını çözümleyelim ve virgül kullanarak ondalık sayı biçiminde yazalım.

$\frac{708}{100}$ kesri bileşik kesirdir. tamsayılı kesir yapalım.

$$\frac{708}{100} = 7\ \frac{8}{100} \text{ olur.}$$

$$\frac{708}{100} = 7\ \frac{8}{100} = 7 + \frac{8}{100}$$

$$= 7 \times 1 + 8 \times \frac{1}{100}$$

$$= 7 \times 1 + 0 \times \frac{1}{10} + 8 \times \frac{1}{100}$$

$= 7{,}08$ olur.

Bir ondalık sayıyı virgül yardımıyle yazmak için, paymdaki sayıyı yazar, paydasındaki sıfır sayısı kadar, sağdan sola doğru, basamak sayarak virgül koyarız. Virgülün sağındaki kısım ondalık, solundaki kısım tam kısmı gösterir. Eğer paymdaki saymın basamak sayısı, paydasındaki sıfırların sayısından az ise, sola doğru yeterince sıfır koyduktan sonra virgül koyarak ondalık kısmı belirler, tam kısım yerine 0 (sıfır) yazarız.

$\frac{2548}{100} = 25{,}48$ ve $\frac{49}{1000} = 0{,}049$ gibi.

3. Örnek : 0,736 ondalık sayısını çözümleyelim sonra $\frac{a}{b}$ biçiminde yazalım.

Sayıyı önce çözümleyelim.

$$0{,}736 = 0 \times 1 + 7 \times \frac{1}{10} + 3 \times \frac{1}{100} + 6 \times \frac{1}{1000}$$

$$= 0 + \frac{7}{10} + \frac{3}{100} + \frac{6}{1000}$$

$$= \left(\frac{700}{1000} + \frac{30}{1000}\right) + \frac{6}{1000}$$ **(Toplamada birleşme özeliği)**

$$= \frac{730}{1000} + \frac{6}{1000}$$

$$= \frac{736}{1000} \text{ olur.}$$

4. Örnek : 63,975 ondalık sayısını $\frac{a}{b}$ biçiminde yazalım.

$$63{,}975 = (6 \times 10) + (3 \times 1) + \left(9 \times \frac{1}{10}\right) + \left(7 \times \frac{1}{100}\right) + \left(5 \times \frac{1}{1000}\right)$$

$$= 60 + 3 + \frac{9}{10} + \frac{7}{100} + \frac{5}{1000}$$

$$= (60 + 3) + \left(\frac{900}{1000} + \frac{70}{1000}\right) + \frac{5}{1000}$$ **(Toplamada birleşme özeliği)**

$$= 63 + \left(\frac{970}{1000} + \frac{5}{1000}\right)$$ **(Toplamada birleşme özeliği)**

$$= 63 + \frac{975}{1000}$$

$$= 63\ \frac{975}{1000} = \frac{63975}{1000} \text{ olur.}$$

Ondalık sayıyı pratik olarak $\frac{a}{b}$ biçiminde yazmak için, virgül kaldırılarak elde edilen sayı kesrin payına yazılır. Paydaya da (sağında ondalık basamakların sayısı kadar sıfır bulunan) 10, 100, 1000, ... sayılarından birisi yazılır. Örneğin,

$0{,}375 = \frac{375}{1000}$ ve $346{,}25 = \frac{34625}{100}$ gibi.

5. Örnek : $(6 \times 10) + (4 \times 1) + \left(7 \times \frac{1}{10}\right) + \left(0 \times \frac{1}{100}\right) + \left(9 \times \frac{1}{1000}\right)$ Sayısını virgül kullanarak yazalım.

$$(6 \times 10) + (4 \times 1) + \left(7 \times \frac{1}{10}\right) + \left(0 \times \frac{1}{100}\right) + \left(9 \times \frac{1}{1000}\right)$$

6 4 , 7 0 9

verilen sayı virgül kullanarak 64,709 biçiminde yazılmış olur.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki ondalık sayıları virgül kullanarak yazınız.

a) $\frac{1}{10}$ b) $\frac{1}{100}$ c) $\frac{1}{10^3}$ d) $\frac{1}{10^4}$

2. Aşağıdaki sayıları çözümleyerek, virgül yardımıyla yazınız.

a) $\frac{29}{100}$ b) $\frac{65}{1000}$ c) $3\frac{765}{1000}$ d) $\frac{8512}{1000}$

3. Aşağıdaki rasyonel sayıları doğrudan doğruya virgül kullanarak yazınız.

a) $\frac{53}{1000}$ b) $2\frac{4}{100}$ c) $\frac{746}{100}$ d) $6\frac{234}{1000}$

4. Aşağıdaki ondalık sayıları a/b biçiminde yazınız.

a) 0,46 b) 5,382 c) 0,003 d) 3,75

5. Aşağıdaki ondalık sayıları a/b biçiminde yazınız.

a) 0,77 b) 0,568 c) 5,08 d) 6,073

6. Aşağıda çözümlenmiş olarak verilen ondalık sayıları virgül kullanarak yazınız.

a) $\left(3 \times 10\right) + \left(5 \times 1\right) + \left(2 \times \frac{1}{10}\right) + 7 \times \frac{1}{100}\right)$

b) $\left(9 \times 1\right) + \left(0 \times \frac{1}{10}\right) + \left(8 \times \frac{1}{100}\right) + \left(6 \times \frac{1}{1000}\right)$

c) $\left(5 \times \frac{1}{10}\right) + \left(4 \times \frac{1}{100}\right) + \left(9 \times \frac{1}{1000}\right)$

d) $\left(2 \times \frac{1}{10}\right) + \left(6 \times \frac{1}{10^2}\right) + \left(3 \times \frac{1}{10^3}\right)$

Ondalık Sayıların Toplaması

1. $0,5 + 0,4 = ?$ Toplama işlemini yapalım.

Bu sayıları kesir biçiminde yazalım.

$0,5 = \frac{5}{10}$ ve $0,4 = \frac{4}{10}$ olur.

$$0,5 + 0,4 = \frac{5}{10} + \frac{4}{10} = \frac{5+4}{10} = \frac{9}{10} = 0,9 \text{ olur.}$$

0,5 ondalık sayısı ile 0,4 ondalık sayısı, yanda alt alta toplanmıştır. İnceleyiniz.

$$\begin{array}{r} 0,5 \\ +\ 0,4 \\ \hline 0,9 \end{array}$$

2. $43,48 + 6,376 = ?$ Toplama işlemini yapalım.

$43,48 = 43\frac{48}{100}$ ve $6,376 = 6\frac{376}{1000}$ 'dir.

$$\begin{aligned} 43,48 + 6,376 &= 43\frac{48}{100} + 6\frac{376}{1000} \\ &= 43\frac{480}{1000} + 6\frac{376}{1000} \\ &= (43+6) + \left(\frac{480}{1000} + 6\frac{376}{1000}\right) \text{ (T. B.)} \\ &= 49 + \frac{856}{1000} \\ &= 49\frac{856}{1000} = 49,856 \text{ olur.} \end{aligned}$$

43,48 ondalık sayısı ile 6,376 ondalık sayısı yanda alt alta toplanmıştır. İnceleyiniz.

$$\begin{array}{r} 43,48 \\ +\ 6,376 \\ \hline 49,856 \end{array}$$

Ondalık sayılar alt alta toplanırken, virgüller alt alta getirilerek yazılır. Doğal sayılarda olduğu gibi, aynı adlı basamaklar toplanır. Toplam, virgüllerin hizasından virgülle ayrılır.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki toplama işlemlerini yapınız.

a) $\begin{array}{r} 6,38 \\ +\ 14,65 \\ \hline \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 0,379 \\ +\ 12,73 \\ \hline \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 47,385 \\ +\ 262,0048 \\ \hline \end{array}$

2. Aşağıdaki toplama işlemlerini yapınız.

a) $54{,}8 + 4{,}87 = ?$ b) $0{,}3475 + 23{,}003 = ?$

c) $243{,}78 + 0{,}587 = ?$ d) $316{,}526 + 71{,}9 = ?$

Ondalık Sayılar Kümesinda Toplama İşleminin Özelikleri

Ondalık sayıların toplama işlemi, rasyonel sayıların toplaması ile yapıldığından; rasyonel sayıların toplama işlemindeki özelikler, ondalık sayıların toplama işleminde de vardır.

1. Kapalılık Özeliği

$5{,}3 + 2{,}29 = 7{,}59$

$0{,}73 + 6{,}3 = 7{,}33$'tür.

İki ondalık sayının toplamı bir ondalık sayı olduğundan, ondalık sayılar kümesi, toplama işlemine göre **kapalıdır.**

2. Değişme Özeliği

$4{,}8 + 7{,}9 = 12{,}7$

$7{,}9 + 4{,}8 = 12{,}7$ olduğundan

$4{,}8 + 7{,}9 = 7{,}9 + 4{,}8$ olur.

Ondalık sayılar kümesinde, toplama işleminin **değişme özeliği** vardır.

Alıştırmalar

1. Toplamada değişme özeliği kullanarak aşağıdaki eşitliklerde, □ yerine yazılacak ondalık sayıyı bulunuz.

a) $3{,}18 + \square = 3{,}18 + 18{,}3$ b) $\square + 0{,}63 = 0{,}63 + 5{,}7$

c) $17{,}46 + 0{,}4 = \square + 17{,}46$ d) $315{,}8 + 22{,}41 = 22{,}41 + \square$

2. Aşağıdaki eşitliklerin sağlanması için n yerine hangi ondalık sayılar yazılmalıdır?

a) $n + 36{,}43 = n + n$ b) $n + 2{,}57 = 2{,}57 + n$

3. Birleşme Özeliği

$6{,}72 + 24{,}8 + 0{,}374 = ?$ Toplama işlemini yapalım.

$(6{,}72 + 24{,}8) + 0{,}376 = 31{,}52 + 0{,}376 = 31{,}896$ ve

$6{,}72 + (24{,}8 + 0{,}376) = 6{,}72 + 25{,}176 = 31{,}896$ olur.

Öyleyse,

$(6{,}72 + 24{,}8) + 0{,}376 = 6{,}72 + (24{,}8 + 0{,}376)$ yazılır.

Ondalık sayılar kümesinde, toplama işleminin **birleşme özeliği** vardır.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki toplama işlemlerini yapınız.

a) $0{,}37 + 7{,}5 + 12{,}43 = ?$ b) $25{,}8 + 3{,}49 + 0{,}376 = ?$

c) $423{,}75 + 0{,}4 + 29{,}386 = ?$ d) $12{,}66 + 5{,}8 + 0{,}391 = ?$

2. Aşağıdaki eşitliklerde, toplamada değişme ve birleşme özelikleri kullanarak, n yerine yazılacak ondalık sayısı bulunuz.

a) $(5{,}12 + n) + 0{,}26 = 5{,}12 + (0{,}26 + 20{,}8)$

b) $n + (25{,}48 + 0{,}73) = (5{,}48 + n) + 0{,}73$

Etkisiz (Birim) Eleman

$0{,}7 + 0 = 0{,}7$

$0 + 0{,}42 = 0{,}42$

$0{,}86 + 0 = 0{,}86$

$0 + 25{,}246 = 24{,}246$ 'dır.

Bir ondalık sayı ile sıfırın ya da sıfır ile bir ondalık sayının toplamı, yine o ondalık sayıyı veriyor. Sıfır ondalık sayıların toplamasını etkilemiyor. Sıfıra ondalık sayılar kümesinde toplama işleminin **birim (etkisiz) elemanı** denir.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki boş yerlere uygun olan ondalık sayıları yazınız.

a) $17{,}9 + \ldots = 17{,}9$ b) $\ldots + 22{,}3 = 22{,}3$ c) $29{,}46 + 0 = \ldots$

2. Aşağıdaki toplama işlemlerini yapınız.

a) $68{,}271 + 0 = ?$ b) $0 + 0{,}96 = ?$ c) $0{,}09 + 0 = \ldots$

Ondalık Sayıların Çıkarması

1. $25{,}48 - 12{,}23 = ?$ Çıkarma işlemini yapalım.

Bu sayıları kesir biçiminde yazalım.

$25{,}48 = 25\,\frac{48}{100}$ ve $12{,}23 = 12\,\frac{23}{100}$ 'dür.

$25{,}48 - 12{,}23 = 25\,\frac{48}{100} - 12\,\frac{23}{100} = 13\,\frac{25}{100} = 13{,}25$ olur.

25,48 ondalık sayısından 12,23 ondalık sayısının çıkarma işlemi, yanda alt alta yapılmıştır. İnceleyiniz.

$$\begin{array}{r} 25{,}48 \\ -\ 12{,}23 \\ \hline 13{,}25 \end{array}$$

2. $324{,}92 - 276{,}75 = ?$ Çıkarma işlemini yapalım.

$324{,}92 = 324\ \frac{92}{100}$ ve $276{,}75 = 276\ \frac{75}{100}$ 'dür.

$$324{,}92 - 276{,}75 = 324\ \frac{92}{100} - 276\ \frac{75}{100}$$

$$= (324 - 276) + \left(\frac{92}{100} - \frac{75}{100}\right)$$

$$= 48 + \frac{17}{100}$$

$$= 48\ \frac{17}{100} = 48{,}17 \text{ olur.}$$

324,92 ondalık sayısından 276,75 ondalık sayısının çıkarma işlemi, yanda alt alta yapılmıştır. İnceleyiniz.

$$\begin{array}{r} 324{,}92 \\ -\ 276{,}75 \\ \hline 48{,}17 \end{array}$$

3. $4 - 0{,}347 =$ Çıkarma işlemini yapalım.

$4 = 3 + 1 = 3 + \frac{1}{1} = 3 + \frac{1000}{1000} = 3\ \frac{1000}{1000}$ ve

$0{,}347 = \frac{347}{1000}$ yazılır.

$$4 - 0{,}347 = 3\ \frac{1000}{1000} - \frac{347}{1000}$$

$$= 3\ \frac{653}{1000} = 3{,}653 \text{ olur.}$$

4 doğal sayısından 0,347 ondalık sayısının çıkarma işlemi, yanda alt alta yapılmıştır. İnceleyiniz.

$$\begin{array}{r} 4{,}000 \\ -\ 0{,}347 \\ \hline 3{,}653 \end{array}$$

Uyarı : Ondalık sayıların çıkarmasında, eksik basamaklar sıfır konarak tamamlanır.

Ondalık sayılar alt alta çıkarılırken, virgüller alt alta getirilerek yazılır. Doğal sayılarda olduğu gibi, aynı basamaklar birbirinden çıkarılır. Fark, virgüllerin hizasından virgülle ayrılır.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki çıkarma işlemlerini yapınız.

a) $\begin{array}{r} 34{,}517 \\ -\ 9{,}48 \\ \hline \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 572{,}4 \\ -\ 98{,}346 \\ \hline \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 312 \\ -\ 252{,}78 \\ \hline \end{array}$

2. Aşağıdaki çıkarma işlemlerini yapınız.

a) $71{,}517 - 43{,}328 = ?$ b) $709{,}8 - 412{,}27 = ?$

c) $546{,}317 - 85{,}47 = ?$ d) $1256 - 357{,}96 = ?$

Ondalık Sayıların Çarpması

1. $3{,}2 \times 4{,}6 = ?$ Çarpma işlemini yapalım.

Bu sayıları kesir biçiminde yazalım.

$3{,}2 = 3\ \frac{2}{10} = \frac{32}{10}$ ve $4{,}6 = 4\ \frac{6}{10} = \frac{46}{10}$, dur.

$$3{,}2 \times 4{,}6 = \frac{32}{10} \times \frac{46}{10}$$

$$= \frac{32 \times 46}{10 \times 10}$$

$$= \frac{1472}{100} = 14{,}72 \text{ olur.}$$

3,2 ondalık sayısı ile 4,6 ondalık sayısı, aşağıda alt alta çarpılmıştır. İnceleyiniz.

$$\begin{array}{rl} 3{,}2 & \rightarrow \text{1 ondalık basamak var} \\ \times\ 4{,}6 & \rightarrow \text{1 ondalık basamak var} \\ \hline 19{,}2 & \\ +\ 128 & \\ \hline 14{,}72 & \rightarrow \text{2 ondalık basamak var.} \end{array}$$

2. $52{,}34 \times 7{,}3 = ?$ Çarpma işlemini yapalım.

$52{,}34 = \frac{5234}{100}$ ve $7{,}3 = \frac{73}{10}$, dur.

$$52{,}34 \times 7{,}3 = \frac{5234}{100} \times \frac{73}{10}$$

$$= \frac{5234 \times 73}{100 \times 10}$$

$$= \frac{382082}{1000} = 382{,}082 \text{ olur.}$$

52,34 ondalık sayısı ile 7,3 ondalık sayısı, aşağıda alt alta çarpılmıştır. İnceleyiniz.

$$\begin{array}{rl} 52{,}34 & \rightarrow \text{2 ondalık basamak var.} \\ \times\ 7{,}3 & \rightarrow \text{1 ondalık basamak var.} \\ \hline 15702 & \\ +\ 36638 & \\ \hline 382{,}082 & \rightarrow \text{3 ondalık basamak var.} \end{array}$$

Ondalık sayılar alt alta çarpılırken, ondalık sayının virgülü yokmuş gibi düşünülür. Doğal sayılarda olduğu gibi çarpma yapılır. Çarpımda sağdan sola doğru, çarpanlardaki ondalık basamakların sayısının toplamı kadar basamak, virgülle ayrılır. Eğer basamak yetmezse, sola doğru yeterince sıfır konur.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapınız.

a) $\begin{array}{r} 5{,}14 \\ \times\ 0{,}28 \\ \hline \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 0{,}246 \\ \times\ 0{,}14 \\ \hline \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 35{,}72 \\ \times\ 2{,}43 \\ \hline \end{array}$

2. Aşağıdaki sayıların çarpımını bulunuz.

a) $612{,}3 \times 0{,}72 = ?$ b) $23{,}8 \times 4{,}92 = ?$ c) $0{,}314 \times 0{,}47 = ?$

Ondalık Sayılar Kümesinde Çarpma İşleminin Özelikleri

Ondalık sayıların çarpma işlemi, rasyonel sayıların çarpması ile yapıldığından; rasyonel sayıların çarpma işlemindeki özelikler, ondalık sayıların çarpma işleminde de vardır.

1. Kapalılık Özeliği

$0{,}8 \times 0{,}9 = 0{,}72$ ve

$1{,}2 \times 1{,}5 = 1{,}80$ 'dir.

İki ondalık sayının çarpımı bir ondalık sayısı olduğundan, ondalık sayılar kümesi, çarpma işlemine göre **kapalıdır.**

2. Değişme Özeliği

$2{,}5 \times 0{,}3 = 0{,}75$ ve

$0{,}3 \times 2{,}5 = 0{,}75$ olduğundan,

$2{,}5 \times 0{,}3 = 0{,}3 \times 2{,}5$ olur.

Ondalık sayılar kümesinde, çarpma işleminin **değişme özeliği** vardır.

Alıştırmalar

1. Çarpmada değişme özeliği kullanarak, aşağıdaki eşitliklerde $\square$ yerine yazılacak ondalık sayıları bulunuz.

a) $3{,}8 \times \square = 3{,}8 \times 24{,}25$ b) $\square \times 18{,}2 = 18{,}2 \times 5{,}9$

c) $7{,}8 \times 0{,}22 = \square \times 7{,}8$ d) $54{,}7 \times 0{,}25 = 0{,}25 \times \square$

2. Aşağıdaki eşitliklerin sağlanması için, n yerine hangi ondalık sayıları yazılmalıdır?

a) $7{,}3 \times n = n \times n$ b) $12{,}28 \times n = n \times 12{,}28$

3. Birleşme Özeliği

$0{,}4 \times 0{,}8 \times 0{,}3 = ?$ Çarpma işlemini yapalım.

$(0{,}4 \times 0{,}8) \times 0{,}3 = 0{,}32 \times 0{,}3 = 0{,}096$ ve

$0{,}4 \times (0{,}8 \times 0{,}3) = 0{,}4 \times 0{,}24 = 0{,}096$ olur.

Öyleyse,

$(0{,}4 \times 0{,}8) \times 0{,}3 = 0{,}4 \times (0{,}8 \times 0{,}3)$ yazılır.

Ondalık sayılar kümesinde, çarpma işleminin **birleşme özeliği** vardır.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapınız.

a) $12{,}6 \times 0{,}28 \times 0{,}2 = ?$ b) $0{,}7 \times 0{,}8 \times 2{,}14 = ?$

c) $5{,}3 \times 2{,}6 + 0{,}23 = ?$ d) $0{,}35 \times 0{,}8 \times 4{,}3 = 3$?

2. Aşağıdaki eşitliklerde çarpmada değişme ve birleşme özelikleri kullanarak, n yerine yazılacak ondalık sayıları bulunuz.

a) $(4{,}28 \times n) \times 23{,}9 = 4{,}28 \times (23{,}9 \times n)$

b) $n \times (32{,}3 \times 200{,}24) = (n \times 200{,}24) \times 32{,}3$

Etkisiz (Birim) Eleman

$6{,}3 \times 1 = 1 \times 6{,}3 = 6{,}3$ ve

$45{,}26 \times 1 = 1 \times 45{,}26 = 45{,}26$'dır.

Bir ondalık sayı ile 1'in ya da 1 ile bir ondalık sayının çarpımı yine o ondalık sayıyı veriyor. 1 sayısı ondalık sayıların çarpmasını etkilemiyor. 1 sayısına, ondalık sayılar kümesinde çarpma işleminin **etkisiz (birim)** elemanı denir.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki boş yerlere uygun olan ondalık sayıları yazınız.

   a) $9{,}72 \times \ldots = 9{,}71$ b) $\ldots \times 1 = 3{,}86$ c) $973{,}25 \times 1 = \ldots$

2. Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapınız.

   a) $3{,}462 \times 1 = ?$ b) $1 \times 341{,}8 = ?$ c) $7{,}86 \times 1 = ?$

Yutan Eleman

$3{,}38 \times 0 \times 3{,}38 = 0$

$0{,}293 \times 0 = 0 \times 0{,}293 = 0$'dır.

Bir ondalık sayı ile sıfırın ya da sıfırla bir ondalık sayının çarpımı sıfırdır. Sıfır, ondalık sayılar kümesinde çarpma işleminin **yutan** elemanıdır.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki boş yerlere uygun olan ondalık sayıları yazınız.

   a) $75{,}8 \times 0 = \ldots$ b) $0, \times 3{,}65 = \ldots$ c) $6{,}8 \times \ldots = 0$

2. Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapınız.

   a) $345{,}76 \times 0 = ?$ b) $0 \times 92{,}6 = ?$ c) $0{,}846 \times 0 = ?$

4. Çarpımının Toplama işlemi Üzerine Dağılma Özeliği

$0{,}6 \times (5{,}8 + 2{,}24) = ?$ İşlemine dağılma özeliğini uygulayalım.

$0{,}6 \times (5{,}8 + 2{,}24) = (0{,}6 \times 5{,}8) + (0{,}06 \times 2{,}24)$ olur.

Şimdi iki yanda işlem yapalım.

$0{,}6 \times 8{,}04 = 3{,}48 + 1{,}344$

$4{,}824 = 4{,}824$ olur. öyleyse, ondalık sayılar kümesinde, çarpma işleminin toplama işlemi üzerine **dağılma özeliği** vardır.

Alıştırmalar

Aşağıdaki işlemleri, çarpmanın toplama üzerine dağılma özeliğinden yararlanarak yapınız.

1) $8{,}3 \times (12{,}4 + 0{,}38) = ?$ 2) $0{,}62 \times (0{,}52 + 0{,}8) = ?$

3) $2{,}46 \times (2{,}8 + 65{,}76) = ?$ 4) $25{,}3 \times (0{,}67 + 5{,}74) = ?$

5. Çarpmanın Çıkarma İşlemi Üzerine Dağılma Özeliği

Örnek : $2{,}4 \times (5{,}9 - 3{,}4) = ?$ Eşitliğini dağılma özeliğine göre yazalım.

$2{,}4 \times (5{,}9 - 3{,}4) = (2{,}4 \times 5{,}9) - (2{,}4 \times 3{,}4)$

Şimdi her iki yanda işlem yapalım.

$2{,}4 \times (5{,}9 - 3{,}4) = (2{,}4 \times 5{,}9) - (2{,}4 \times 3{,}4)$

$2{,}4 \times 2{,}5 = 14{,}16 - 8{,}16$

$6 = 6$ olur.

Görülüyor ki, ondalık sayıların çıkarma işleminde, çarpmanın çıkarma üzerine dağılma özeliği vardır.

Alıştırmalar

Aşağıdaki işlemleri çarpmanın çıkarma üzerine dağılma özeliğinden yararlanarak yapınız.

1) $0{,}8 \times (7{,}2 - 3{,}6) = ?$ 2) $5, \times (24{,}5 - 13{,}8) = ?$

3) $2{,}48 \times (0{,}57 - 0{,}32) = ?$ 4) $6{,}2 \times (5{,}63 - 3{,}86) = ?$

Ondalık Sayıları 10, 100, 1000, ile Çarpma

Aşağıdaki çarpmaları inceleyiniz.

$0{,}4 \times 10 = 4$	$0{,}4 \times 100 = 40$	$0{,}4 \times 1000 = 4000$
$0{,}43 \times 10 = 4{,}3$	$0{,}43 \times 100 = 43$	$0{,}43 \times 1000 = 430$
$2{,}418 \times 10 = 24{,}18$	$2{,}418 \times 100 = 241{,}8$	$2{,}418 \times 1000 = 2418$
$0{,}5247 \times 10 = 5{,}247$	$0{,}5247 \times 100 = 52{,}47$	$0{,}5247 \times 1000 = 5247$

Bir ondalık sayı 10, 100, 1000 ile çarpılırken, virgül soldan sağa doğru 1, 2, 3 basamak yer değiştirir.

Alıştırmalar

Aşağıdaki çarpmaları yapınız.

1) $54{,}3 \times 10 = ?$ 2) $3{,}475 \times 10 = ?$

3) $0{,}756 \times 100 = ?$ 4) $2{,}26 \times 100 = ?$

5) $2{,}581 \times 1000 = ?$ 6) $3{,}4178 \times 1000 = ?$

Ondalık Sayıların Bölmesi

1. $6{,}36 : 4 = ?$ Bölme işlemini yapalım.

$6{,}36 = \frac{636}{100}$ ve $4 = \frac{4}{1}$'dir.

$$6{,}36 : 4 = \frac{636}{100} : \frac{4}{1}$$
$$= \frac{636}{100} \times \frac{1}{4}$$
$$= \frac{636 \times 1}{100 \times 4}$$
$$= \frac{636 \times 1}{4 \times 100}$$
$$= \frac{636}{4} \times \frac{1}{100}$$
$$= 159 \times \frac{1}{100} = 1{,}59 \text{ olur.}$$

6,36 ondalık sayısının 4 sayma sayısına pratik olarak bölme işlemi, yanda yapılmıştır. İnceleyiniz.

6,36	4
− 4	1,59
23	
− 20	
36	
− 36	
0	

Açıklama : Virgül yokmuş gibi bölmeye başlanır.

a) 6'da 4, 1 kez vardır.

$1 \times 4 = 4$, $6 - 4 = 2$ kalır.

b) Bölünende sıra ilk ondalık basamağa geldi. Bölümde, 1'in sağına virgül koyar, 3'ü 2'nin sağına indiririz. 23'te 4,5 kez vardır.

$5 \times 4 = 23 - 20 = 3$ kalır.

c) 6'yı 3'ün sağına indiririz. 36'da 4, 9 kez vardır.

$9 \times 4 = 36$, $3 - 36 = 0$ olur.

Bölüm 1,59 'dur.

Bir ondalık sayıyı bir sayma sayısına bölmek için, virgül yokmuş gibi bölme yaparız. Yalnız, bölme sırası onda birlere gelince sağına virgül koyar, bölmeye devam ederiz.

Alıştırmalar

Aşağıdaki bölme işlemlerini yapınız.

1) $314{,}24 : 4 = ?$ 2) $82{,}71 : 9 = ?$ 3) $1573{,}2 : 36 = ?$

2. $72 : 0{,}8 = ?$ Bölme işlemini yapalım.

$$72 : 0{,}8 = \frac{72}{0{,}8} = \frac{72 \times 10}{0{,}8 \times 10} = \frac{720}{8} = 90 \text{ olur.}$$

72 doğal sayısının 0,8 ondalık sayısına pratik olarak bölme işlemi aşağıda gösterilmiştir. İnceleyiniz.

72	0,8	720	8
	? ⟼	− 72	90
		00	
		− 0	
		0	

Bir doğal sayıyı bir ondalık sayıya bölmek için, bölenin virgülünü kaldırırız. Bölendeki ondalık basamak sayısı kadar, bölünenin sağına sıfır koyarız. Sonra doğal sayılarda olduğu gibi bölme yaparız.

Alıştırmalar

Aaşağıdaki bölme işlemlerini yapınız.

1) $48 : 0{,}6 = ?$ 2) $6 : 0{,}25 = ?$ 3) $81 : 0{,}45 = ?$

3. $0{,}768 : 0{,}32 =$ Bölme işlemini yapalım.

$$0{,}768 : 0{,}32 = \frac{0{,}768}{0{,}32} = \frac{0{,}768 \times 100}{0{,}32 \times 100} = \frac{76{,}8}{32} = 2{,}4 \text{ olur.}$$

0,768 ondalık sayısının 0,32 ondalık sayısına pratik olarak bölme işlemini, aşağıda gösterilmiştir. İnceleyiniz.

0,768	0,32	76,8	32
	? ⟼	− 64	2,4
		128	
		− 128	
		0	

Bir ondalık sayıyı bir ondalık sayıya bölmek için, bölenin virgülünü kaldırırız. Bölendeki ondalık basamak sayısı kadar, bölünenin virgülünü sağa doğru götürürüz. Sonra bölmeye devam ederiz.

Alıştırmalar

Aşağıdaki bölme işlemlerini yapınız.

1) $6,3 : 2,1 = ?$ 2) $25,2 : 0,18 = ?$ 3) $0,2346 : 13,8 = ?$

Ondalık Sayıları 10, 100, 1000'e Bölme

Aşağıdaki bölmeleri inceleyiniz.

$23,7 : 10 = 2,37$	$23,7 : 100 = 0,237$	$23,7 : 1000 = 0,0237$
$5,8 : 10 = 0,58$	$5,8 : 100 = 0,058$	$5,8 : 1000 = 0,0058$
$2486,3 : 10 = 248,63$	$2486,3 : 100 = 24,863$	$2486,3 : 1000 = 2,4863$

Bir ondalık sayı 10, 100, 1000'e bölünürken, virgül sağdan sola doğru 1, 2, 3 basamak yer değiştirir.

Alıştırmalar

Aşağıdaki bölmeleri yapınız.

1) $54,8 : 10 = ?$ 2) $25,24 : 10 = ?$

3) $657,1 : 100 = ?$ 4) $9,2 : 100 = ?$

5) $2567,8 : 1000 = ?$ 6) $258,9 : 1000 = ?$

Bazı Rasyonel Sayıların Ondalık Sayı Biçiminde Yazılması.

1. $\frac{1}{2}$ rasyonel sayısı bir ondalık sayı mıdır? Araştıralım.

1. Yöntem

$\frac{1}{2}$ rasyonel sayısı, $\left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \ldots\right\}$ kümesinin temsilcisidir. Kümenin her elemanı bu kümeyi temsil edeceğinden, $\frac{1}{2}$ yerine $\frac{5}{10}$, u alabiliriz. Öyleyse,

$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0,5$ olur.

2. Yöntem

Rasyonel sayının payını paydasına bölelim.

1'i "1,0" biçiminde yazabiliriz.

$$\begin{array}{r|l} 1 & 2 \\ \hline \end{array} \quad \longmapsto \quad \begin{array}{r|l} 1,0 & 2 \\ \hline -\ 0 & 0,5 \\ \hline 10 & \\ -\ 10 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$\frac{1}{2} = 0,5$ olur.

2. $\frac{16}{25}$ rasyonel sayısı bir ondalık sayı mıdır? Araştıralım.

1. Yöntem

$\frac{16}{25}$ kesrine denk olan ondalık kesri bulalım.

$\frac{16}{25} = \frac{16.4}{25.4} = \frac{64}{100}$ 'dür. Öyleyse, $\frac{16}{25} = 0,64$ olur.

2. Yöntem

Rasyonel sayının payını paydasına bölelim. 16'yı "16,00" biçiminde yazabiliriz.

$$\begin{array}{r|l} 16 & 25 \\ \hline \end{array} \quad \longmapsto \quad \begin{array}{r|l} 16,00 & 25 \\ \hline -\ 0 & 0,64 \\ \hline -\ 160 & \\ -\ 150 & \\ \hline 100 & \\ -\ 100 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$\frac{16}{15} = 0,64$ olur.

3. $\frac{13}{8}$ rasyonel sayısı bir ondalık sayı mıdır? Araştıralım.

1. Yöntem

$\frac{13}{8}$ kesrine denk olan ondalık kesri bulalım.

$\frac{13}{8} = \frac{13.125}{8.125} = \frac{1625}{1000}$ 'dir. Öyleyse, $\frac{13}{8} = 1,625$ olur.

2. Yöntem

Rasyonel sayının payını paydasına bölelim. 13'ü "13,000" biçiminde yazabiliriz.

$$\begin{array}{r|l} 13 & 8 \\ \hline \end{array} \quad \longmapsto \quad \begin{array}{r|l} 13{,}000 & 8 \\ \hline -\ 8 & 1{,}625 \\ \hline 50 & \\ -\ 48 & \\ \hline 20 & \\ -\ 16 & \\ \hline 40 & \\ -\ 40 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$\frac{13}{8} = 1{,}625$ olur.

4. $\frac{1}{3}$ rasyonel sayısı bir ondalık sayı mıdır? Araştıralım.

1. Yöntem

$\frac{1}{3}$ rasyonel sayısı, $\left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \frac{5}{15}, \frac{6}{18}, \frac{7}{21}, \ldots\right\}$ kümesinin temsilcisidir. Bu kümenin elemanları arasında paydası, 10, 100, 1000, ... olan rasyonel sayılar yoktur. $\frac{1}{3}$ rasyonel sayısı ondalık sayı biçiminde yazılamaz.

2. Yöntem

Rasyonel sayının payını paydasına bölelim. $1 = 1{,}000\ldots$ yazılabilir.

$$\begin{array}{r|l} 1{,}0 & 3 \\ \hline -\ 0 & 0{,}3 \\ \hline 10 & \\ -\ 9 & \\ \hline 1 & \end{array} \quad \longmapsto \quad \begin{array}{r|l} 1{,}00 & 3 \\ \hline -\ 0 & 0{,}33 \\ \hline 10 & \\ -\ 9 & \\ \hline 10 & \\ -\ 9 & \\ \hline 1 & \end{array} \quad \longmapsto \quad \begin{array}{r|l} 1{,}000 & 3 \\ \hline -\ 0 & 0{,}333 \\ \hline 10 & \\ -\ 9 & \\ \hline 10 & \\ -\ 9 & \\ \hline 10 & \\ -\ 9 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

Yukarıda 1 sayısı 3'e 3 kez bölünmüştür. Her bölme sonunda kalanın 1 olduğunu görüyoruz. Bölmeye devam etsek, bölümün sonu gelmez ve kalanlar daima 1 olur. Bu tür bölmeye, bölümün ondalık basamaklara yürütülmesi denir. Öyleyse, $\frac{1}{3}$ rasyonel sayısı bir ondalık sayı biçiminde yazılamaz.

$10 = 2 \times 5$, $100 = 2^2 \times 5^2$, $1000 = 2^3 \times 5^3$, ... **olduğundan bir rasyonel sayının paydasının asal çarpanları 2,5 sayılarından biri ya da ikisi birden olursa, o rasyonel sayı ondalık sayı biçiminde yazılabilir,. değilse yazılamaz.**

Örnekler

1. Örnek : $\frac{3}{40}$ rasyonel sayısını ondalık sayı biçiminde yazalım.

$40 = 2^3 \times 5$ olduğundan, $\frac{3}{40}$ rasyonel sayısı ondalık sayı biçiminde yazalım.

$$\begin{array}{r|l} 3{,}000 & 40 \\ \hline -\ 0 & 0{,}075 \\ \hline 30 & \\ -\ 0 & \\ \hline 300 & \\ -\ 280 & \\ \hline 200 & \\ -\ 200 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$\frac{3}{40} = 0{,}075$ olur.

2. Örnek : $\frac{5}{6}$ rasyonel sayısını ondalık sayı biçiminde yazalım.

$9 = 3^2$ olduğundan, $\frac{5}{9}$ rasyonel sayısı ondalık sayı biçiminde yazılamaz. Deneyelim.

$$\begin{array}{r|l} 5{,}00 & 9 \\ \hline -\ 0 & 0{,}55 \\ \hline 50 & \\ -\ 45 & \\ \hline 50 & \\ -\ 45 & \\ \hline 5 & \end{array}$$

Bölmeyi ne kadar yürütürsek yürütelim, bölüm işlemi sonuçlanmaz. Kalan daima 5 olur. Öyleyse, $\frac{5}{9}$ rasyonel sayısı ondalık sayı biçiminde yazılamaz.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki rasyonel sayıların paydalarını 10, 100, 1000 yaparak ondalık sayı biçiminde yazıalım.

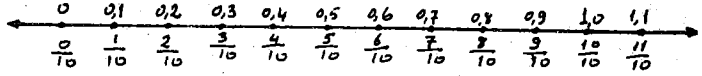
a) $\frac{3}{5} = ?$ b) $\frac{3}{4} = ?$ c) $\frac{39}{250} = ?$

2. Aşağıdaki rasyonel sayıları, paylarını paydalarına bölerek ondalık sayı biçiminde yazınız.

a) $\frac{7}{20} = ?$ b) $\frac{25}{16} = ?$ c) $\frac{9}{15} = ?$

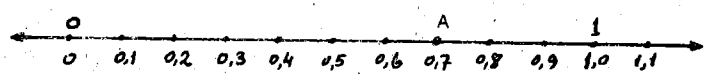
Ondalık Sayılarda Sıralama

1. Aşağıdaki sayı doğrusunda, ardışık doğal sayılar arasındaki uzaklık 10 eş parçaya bölünmüştür. İnceleyiniz.



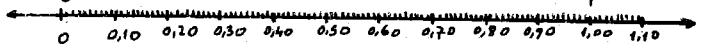
Bu sayı doğrusu üzerinde, onda birler basamağına kadar verilen ondalık sayıları gösterebiliriz.

Örnek : 0,7 sayısını sayı doğrusu üzerinde gösterelim.



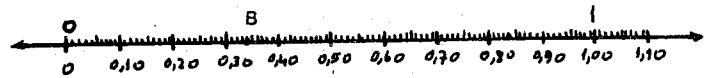
Başlangıçta 7 tane 0,1'lik sayınca A noktasına geliriz. A noktası 0,7 sayısına karşı gelen bir noktadır.

2. Aşağıdaki sayı doğrusunda, ardışık doğal sayılar arasındaki uzaklık 100 eş parçaya bölünmüştür. İnceleyiniz.



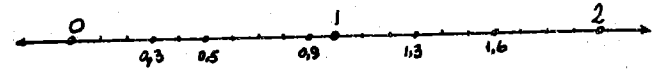
Bu sayı doğrusu üzerinde, yüzde birler basamağına kadar verilen ondalık sayıları gösterebiliriz.

Örnek : 0,34 sayısını sayı doğrusu üzerinde gösterelim.



Başlangıçtan 3 tane onda birlik (30 tane yüzde birlik) sayar, üzerine 4 tane de yüzde birlik sayınca B noktasına geliriz. B noktası 0,34 sayısına karşı gelen bir noktadır.

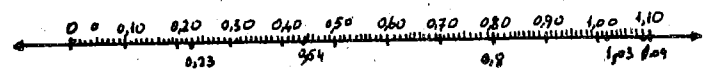
3. 0,5; 1,6; 0,9; 0,3; 1,3 ondalık sayılarını sayı doğrusu üzerinde göstererek küçükten büyüğe doğru sıralayalım.



Ondalık sayılar, yukarıdaki sayı doğrusunda gösterilmiştir. Sayı doğrusu üzerindeki her sayı, sağındaki sayılardan küçük olduğundan,

$0,3 < 0,5 < 0,9 < 1,3 < 1,6$ 'dir.

4. 0,8; 1,09; 0,23; 1,03; 0,54 Ondalık sayılarını sayı doğrusunda göstererek küçükten büyüğe sıralayalım.



Ondalık sayılar, yukardaki sayı doğrusunda gösterilmiştir. Sıralanışları da,

$0,23 < 0,54 < 0,8 < 1,03 < 1,09$ biçiminde olur.

Alıştırmalar

1) Aşağıdaki ondalık sayıları sayı doğrusunda gösteriniz.

0,8; 0,75; 1,04; 0,6; 0,2

2) Aşağıdaki ondalık sayıları sayı doğrusunda gösteriniz ve küçükten büyüğe sıralayınız.

1,05; 0,83; 0,33; 0,57; 0,12

5. 3 tanesi 10 lira olan kurşun kalemi, yoksa 4 tanesi 14 lira olan kurşun kalem mi daha ucuzdur?

1. Yöntem

Kalemlerin bir tanesinin fiyatı, $\frac{10}{3}$ lira ve $\frac{14}{4}$ lira olur.

$\frac{10}{3}$ ile $\frac{14}{4}$ rasyonel sayılarını ondalık sayı biçiminde yazarak karşılaştıralım.

10,00 | 3		14,00 | 4	
− 9 | 3,33...		− 12 | 3,50	
10		20	
− 9		− 20	
10		00	
− 9		− 0	
1		0	

3,33 ondalık sayısı ile 3,50 ondalık sayısını sayı doğrusu üzerinde göstersek; 3,33 sayısının görüntüsü 3,50 sayısının görüntüsünün solunda kalır ve,

$3{,}33 < 3{,}50$ olur. Öyleyse,

$\frac{10}{3} < \frac{14}{4}$ olur ki, 3 tanesi 10 lira olan kurşun kalem, 4 tanesi 14 lira olan kurşun kalemden daha ucuz olur.

2. Yöntem

$\frac{10}{3}$ ve $\frac{14}{4}$ rasyonel sayılarının paydalarını eşitleyelim.

$\frac{10}{3} = \frac{10\,4}{3.4} = \frac{40}{12}$ ve $\frac{14}{4} = \frac{14 \times 3}{4 \times 3} = \frac{42}{12}$ 'dir.

$\frac{40}{12} < \frac{42}{12}$ olur. Öyleyse,

$\downarrow \quad \downarrow$

$\frac{10}{3} < \frac{14}{4}$ olur.

6. $\frac{5}{4}$ bileşik kesrini 1 ile karşılaştıralım.

$\frac{5}{4}$ kesri 1'e eşit olan $\frac{4}{4}$ kesrinden büyüktür. Öyleyse, $\frac{5}{4} > 1$' dir. Aynı şekilde $\frac{528}{317}$ bileşik kesri 1'e eşit olan $\frac{317}{317}$ kesrinden büyük olduğundan, $\frac{528}{317} > 1$'dir.

$\frac{5}{4} = 1{,}25$ dir. $1{,}25 > 1$ olur.

$\frac{528}{317} \approx 1{,}66$ dır. $1{,}66 > 1$ olur.

İki ondalık sayı karşılaştırılırken, aynı adlı basamaklar soldan sağa doğru sıra ile karşılaştırılır. İlk olarak hangisinin aynı basamaktaki rakamının sayı değeri büyük ise, o ondalık sayı daha büyüktür.

Örnekler

1. Örnek : 0,375 ondalık sayısı ile 0,374 ondalık sayısını karşılaştıralım.

0 , 3 7 5 → 5 > 4 olduğundan 0,375 > 0,374 'tür.
↓ ↓ ↓
0 , 3 7 4

2. Örnek : 0,538 ondalık sayısı ile 0,573 ondalık sayısını karşılaştıralım.

0 , 5 3 8 → 3 < 7 olduğundan 0,538 < 0,573 'tür.
↓ ↓
0 , 5 7 3

3. Örnek : 7,23 ile 5,487 sayısını karşılaştıralım.

7 , 2 3 → 7 > 5 olduğundan 7,23 > 487' olur.
5 , 4 8 7

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki ondalık sayıları sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.
0,6 ; 1,24 ; 0,72 ; 0,32 ; 0,4

2. Aşağıdaki kesir çiftlerini ondalık sayıya çevirerek karşılaştırınız

a) $\frac{5}{8}$ ile $\frac{3}{6}$ b) $\frac{11}{17}$ ile $\frac{3}{5}$ c) $\frac{7}{9}$ ile $\frac{8}{11}$

3. Aşağıdaki ondalık sayı çiftlerini karşılaştırınız.

a) 25,846 ile 25,457 b) 2,7164 ile 2,7134

c) 542,81 ile 540,86 d) 2536,28 ile 2526,43

4. Aşağıdaki boş yerlere ($<, =, >$) işaretlerinden uygun olanını yazınız.

a) 5,0043 ... 5,0033 b) 0,329 ... 0,342

c) 24,516 ... 24,516 d) 573,86 ... 5,63,92

Ondalık Açılımlar ve Yuvarlak Yapma

1. $\frac{3}{4}$ rasyonel sayısını bölme yöntemi ile ondalık sayıya çevirelim.

$$\begin{array}{r|l} 3{,}00 & 4 \\ \cline{2-2} -\ 0 & 0{,}75 \\ \hline 30 & \\ -\ 28 & \\ \hline 20 & \\ -\ 20 & \\ \hline 0 & \end{array} \quad \longmapsto \quad \begin{array}{r|l} 3{,}000 & 4 \\ \cline{2-2} -\ 0 & 0{,}750 \\ \hline 30 & \\ -\ 28 & \\ \hline 20 & \\ -\ 20 & \\ \hline 00 & \\ -\ 00 & \\ \hline 0 & \end{array} \quad \longmapsto \quad \begin{array}{r|l} 3{,}0000 & 4 \\ \cline{2-2} -\ 0 & 0{,}7500 \\ \hline 30 & \\ -\ 28 & \\ \hline 20 & \\ -\ 20 & \\ \hline 00 & \\ -\ 00 & \\ \hline 00 & \\ -\ 00 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Yukarıda 3 sayısı 4 sayısına bölünürken, ondalık basamaklara yürütme yapılmıştır. Yürütmeyi ne kadar sürdürürsek sürdürelim, binde birler basamağından başlayarak bütün ondalık basamaklar sıfır olarak sürer. 0,75000 ... sayısına, $\frac{3}{4}$ rasyonel sayısının **ondalık açılımı** denir. Burada devreden rakam 0'dır. Bunu, 0,75000 ... = 750 biçiminde gösteririz.

2. $\frac{7}{9}$ rasyonel sayısının payını paydasına bölelim.

$$\begin{array}{r|l} 7{,}000 & 9 \\ \cline{2-2} -\ 0 & 0{,}777\ldots \\ \hline 70 & \\ -\ 63 & \\ \hline 70 & \\ -\ 63 & \\ \hline 70 & \\ -\ 63 & \\ \hline 7 & \end{array}$$

olduğundan $\frac{7}{9} = 0{,}777\ldots$ dir.

Burada devreden rakam 7'dir. 0,777 ... sayısını $0{,}777\ldots = 0{,}\overline{7}$ biçiminde yazarız. $0{,}\overline{7}$ sayısına $\frac{7}{9}$ rasyonel sayısının **devirli ondalık açılımı** denir.

Her rasyonel sayının bir ondalık açılımı vardır. Bunu, payı paydaya bölerek buluruz.

3. Bir terzi 10 m'lik kumaşı 3 eşit parçaya bölüyor. Her parça kaç metre olur?

Her parçanın kaç metre olduğunu bulmak için, 10'u 3'e böleriz.

$10 : 3 = 3{,}333\ldots = 3{,}\overline{3}$ olur.

Her parça, 3,333 ... m'dir. Bu sayının piyasada anlamı yoktur. Çünkü, kumaş piyasada cm'den küçük ölçülerle ölçülemez. Bu sayının yüzde birler basamağına kadar yaklaşık olan değerini bulmamız yeterlidir. Bunu da şöyle yaparız : Sayının binde birler basamağına bakarız. Bu basamaktaki rakamın sayı değeri 5'ten küçük ise, yüzde birler basamağının sağındaki tüm basamakları atarız. Eğer, binde birler basamağındaki rakamın sayı değeri 5 ve 5'ten büyük ise, yüzde birler basamağındaki rakamın sayı değerini 1 artırır, yüzde birler basamağının sağındaki tüm basamakları atarız. Öyleyse, 3,333 ... m'lik kumaşın yaklaşık değeri 3,33 m olur. Biz bunu,

3,333 ... m $\approx$ 3,33 m biçiminde yazar, "3,333 ... m yaklaşık olarak, 3,33 m'dir" diye okuruz. " $\approx$ " işaretine yaklaşık işareti, yapılan bu işe de sayıları **yuvarlak yapma** denir. Burada yüzde birler basamağına kadar yuvarlak yapılmıştır.

Örnekler

1. Örnek : 5,362 sayısını onda birlere kadar yuvarlak yapalım.

$5{,}362 \approx 5{,}4$

$6 \geq 5$ onluğundan, onda birler basamağı 1 artırılır. $(3 + 1 = 4)$

2. Örnek : 34,3483 sayısını binde birler basamağına kadar yuvarlak yapalım.

$34{,}3483 \approx 34{,}348$

$3 < 5$ olduğundan, binde birler basamağı olduğu gibi Yazılır.

3. Örnek : 547,37 sayısını tamsayı olarak yuvarlak yapalım.

Önce onda birler basamağına kadar yuvarlak yapılır.

$547{,}37 \approx 547'4$ olur.

$7 < 5$ tir.

Sonra tamsayı basamağına kadar yuvarlak yapılır.

$547{,}4 \approx 547$ olur.

$4 < 5$ olduğundan, onda birler basamağı atılır.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki rasyonel sayıların ondalık açılımlarını bulunuz.

a) $\frac{19}{20}$ b) $\frac{342}{125}$ c) $\frac{943}{800}$ d) $\frac{3}{4}$

2. Aşağıdaki rasyonel sayıların devirli ondalık açılımlarını bulunuz.

a) $\frac{4}{9}$ b) $\frac{25}{11}$ c) $\frac{46}{60}$ d) $8\frac{17}{90}$

3. Aşağıdaki ondalık sayıları, yüzde birlere kadar yuvarlak yapınız.

a) 0,538 b) 6,173 c) 312,409

4. Aşağıdaki ondalık açılımları, onda birlere kadar yuvarlak yapınız.

a) 0,4 b) 3,666 ... c) 38,121212 ...

5. Aşağıdaki ondalık sayıları, tamsayı olarak yuvarlak yapınız.

a) 7,5 b) 36,38 c) 124,673 d) 546,322

6. BÖLÜM ÜZERİNDE ALIŞTIRMA ve PROBLEMLER

1. Aşağıdaki kesirleri okuyunuz.

a) $\frac{5}{6}$ b) $\frac{12}{15}$ c) $\frac{49}{25}$ d) $5\frac{315}{560}$

2. Aşağıdaki kesirleri birim kesir türünden yazınız.

a) $\frac{3}{8}$ b) $\frac{9}{5}$ c) $\frac{12}{20}$ d) $\frac{7}{32}$

3. Aşağıdaki bileşik kesirleri tamsayılı kesir yapınız.

a) $\frac{9}{4}$ b) $\frac{25}{18}$ c) $\frac{145}{12}$ d) $\frac{2518}{545}$

4. Aşağıdaki tamsayılı kesirleri bileşik kesir yapınız.

a) $3\frac{5}{6}$ b) $8\frac{17}{22}$ c) $12\frac{4}{9}$ d) $60\frac{3}{4}$

5. Aşağıdaki kesir çiftleri arasına ($<$, $=$, $>$) işaretlerinden uygun olanını yazınız.

a) $\frac{5}{8} \cdots \frac{7}{8}$ b) $\frac{6}{4} \cdots \frac{6}{5}$ c) $\frac{22}{30} \cdots \frac{22}{30}$

6. Aşağıdaki kesirleri öyle sayılarla genişletiniz ki, paydaları 72 olsun.

a) $\frac{7}{9}$ b) $\frac{25}{36}$ c) $\frac{4}{18}$ d) $\frac{13}{24}$

7. Aşağıdaki kesirleri sadeleştiriniz.

a) $\frac{9}{24}$ b) $\frac{20}{44}$ c) $\frac{90}{150}$ d) $\frac{80}{240}$

8. Aşağıdaki kesirleri çiftlerinden hangileri denktir?

a) $\frac{5}{6}$ ile $\frac{15}{18}$ b) $\frac{4}{7}$ ile $\frac{6}{8}$ c) $\frac{4}{5}$ ile $\frac{24}{30}$

9. Aşağıdaki rasyonel sayılardan hangileri birbirine eşittir?

$\frac{3}{4}$, $\frac{56}{64}$, $\frac{12}{16}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{42}{63}$, $\frac{7}{8}$

10. Aşağıdaki rasyonel sayıları sayı doğrusunda gösteriniz.

$\frac{0}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{4}{4}$, $1\frac{3}{8}$, $1\frac{2}{4}$

11. Aşağıdaki rasyonel sayıları, küçükten büyüğe sıralayınız.

$\frac{3}{8}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{15}{24}$, $\frac{4}{6}$

12. Aşağıdaki toplama işlemlerini yapınız.

a) $\frac{7}{12}+\frac{9}{12}=?$ b) $2\frac{4}{9}+3\frac{2}{9}=?$

c) $6\frac{5}{14}+\frac{9}{14}=?$ d) $\frac{3}{8}+\frac{5}{6}=?$

e) $\frac{11}{12}+\frac{5}{7}=?$ f) $3\frac{7}{18}+7\frac{5}{30}=?$

13. Aşağıdaki toplama işlemlerini yapınız.

a) $\frac{1}{5}+\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=?$ b) $2\frac{6}{8}+5\frac{4}{6}+3\frac{9}{12}=?$

14. Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapınız.

a) $5\times\frac{7}{8}=?$ b) $\frac{1}{7}\times\frac{1}{9}=?$ c) $\frac{3}{5}\times\frac{7}{8}=?$

d) $2\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=?$ e) $\frac{4}{7}\times 2\frac{2}{3}=?$ f) $6\frac{5}{6}\times 3\frac{7}{9}=?$

15. Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapınız.

a) $\frac{5}{6}\times\frac{4}{12}\times\frac{3}{10}=?$ b) $2\frac{5}{8}\times 4\frac{3}{5}\times\frac{7}{8}=?$

16. Aşağıdaki işlemleri çarpmanın toplama üzerine dağılma özeliğinden yararlanarak yapınız.

a) $\frac{4}{9}\times\left(\frac{5}{8}+\frac{2}{8}\right)=?$ b) $\frac{3}{5}\times\left(\frac{4}{6}+\frac{2}{3}\right)=?$

c) $\frac{2}{7}\times 3\frac{5}{6}=?$ d) $5\frac{7}{12}\times 6=?$

17. Aşağıdaki rasyonel sayıların çarpma işlemine göre, terslerini bulunuz.

a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $4\frac{2}{7}$ d) $\frac{43}{1}$

18. Aşağıdaki çıkarma işlemlerini yapınız.

a) $\frac{12}{20}-\frac{7}{20}=?$ b) $9\frac{7}{12}-3\frac{5}{12}=?$

c) $15\frac{20}{36}-8\frac{25}{36}=?$ d) $\frac{4}{6}-\frac{3}{5}=?$

e) $7\frac{7}{9}-2\frac{2}{4}=?$ f) $9\frac{6}{8}-4\frac{4}{6}=?$

19. Aşağıdaki bölme işlemlerini yapınız.

a) $\frac{2}{3}:\frac{4}{7}=?$ b) $5\frac{6}{8}:\frac{7}{9}=?$ c) $4\frac{5}{12}:3\frac{6}{14}=?$

20. Bir top kumaşın önce $6\frac{1}{4}$ m'si. sonra $3\frac{1}{2}$ m'si satılıyor. Kumaşın kaç metresi satılmıştır?

21. $18\frac{1}{2}$ kg'lık bir teneke peynirin, önce $5\frac{1}{4}$ kg'ı, sonra $6\frac{1}{2}$ kg'ı satılıyor.

a) Bir teneke peynirin kaç kilogramı satılmıştır?

b) Geriye kaç kilogram peynir kalmıştır?

22. Bir liranın $\frac{3}{5}$'ü kaç kuruştur?

23. $\frac{5}{6}$'i 25 lira olan paranın tamamı kaç liradır?

24. $\frac{1}{2}$ ile $\frac{1}{3}$'ü arasındaki fark 4 eden sayı kaçtır?

25. $\frac{1}{5}$ ile $\frac{3}{8}$'ü toplamı 23 eden sayı kaçtır?

26. Aşağıdaki ondalık sayıları virgül kullanarak yazınız.

a) $\frac{1}{10}$ b) $\frac{1}{10^2}$ c) $\frac{1}{10^3}$ d) $\frac{1}{10^4}$

27. Aşağıdaki ondalık sayıları doğrudan doğruya ondalık kesre çeviriniz.

a) 0,9 b) 5,38 c) 0,827 d) 28,003

28. Aşağıdaki ondalık sayıları $\frac{a}{b}$ biçiminde yazınız.

a) 0,53 b) 2,3 c) 5,716 d) 0,7516

29 Aşağıdaki çözümlenmiş olarak verilen ondalık sayıları virgül kullanarak yazınız.

a) $\left(3 \times \frac{1}{10}\right) + \left(5 \times \frac{1}{100}\right) + \left(7 \times \frac{1}{1000}\right)$

b) $(5 \times 1) + \left(0 \times \frac{1}{10}\right) + \left(3 \times \frac{1}{100}\right)$

c) $(3 \times 10) + (0 \times 1) + \left(0 \times \frac{1}{10}\right) + \left(0 \times \frac{1}{10^2}\right) + \left(9 \times \frac{1}{10^3}\right)$

30. Aşağıdaki ondalık sayıları toplayınız.

a) $\begin{array}{r} 5{,}38 \\ +\ 24{,}472 \\ \hline \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 348{,}506 \\ +\ 21{,}024 \\ \hline \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 18{,}5124 \\ +\ 546{,}342 \\ \hline \end{array}$

31. Aşağıdaki ondalık sayıları toplayınız.

a) $0{,}17 + 5{,}314 + 2{,}3 = ?$ b) $56{,}8 + 476 + 2{,}34 = ?$

c) $76{,}83 + 0{,}517 + 314{,}8 = ?$ d) $0{,}003 + 0{,}02 + 0{,}03 = ?$

32. Aşağıdaki çıkarma işlemlerini yapınız.

a) $\begin{array}{r} 38{,}82 \\ -\ 24{,}98 \\ \hline \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 524{,}716 \\ -\ 13{,}72 \\ \hline \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 248{,}4 \\ -\ 176{,}578 \\ \hline \end{array}$

33. Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapınız.

a) $\begin{array}{r} 0{,}8 \\ \times\ 3{,}5 \\ \hline \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 7{,}46 \\ \times\ 3{,}8 \\ \hline \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 341{,}8 \\ \times\ 41{,}76 \\ \hline \end{array}$

34. Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapınız.

a) $3{,}2 \times 5{,}8 \times 0{,}17 = ?$ b) $0{,}348 \times 2{,}62 \times 0{,}3 = ?$

35. Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapınız.

a) $49{,}48 \times 10 = ?$ b) $3{,}38 \times 100 = ?$ c) $26{,}65 \times 1000 = ?$

36. Aşağıdaki bölme işlemlerini yapınız.

a) $5{,}13 : 9 = ?$ b) $6 : 0{,}4 = ?$ c) $7{,}412 : 2{,}18 = ?$

37. Aşağıdaki bölme işlemlerini yapınız.

a) $34{,}6 : 10 = ?$ b) $56{,}8 : 100 = ?$ c) $2{,}4 : 1000 = ?$

38. Yalçın günde 7,25 lira harcıyor. 7 günde kaç lira harcar?

39. Darası 8,375 ton olan kamyona 10,480 ton kömür yükleniyor. Kamyonun ağırlığı kaç ton olur?

40. Anneniz 5,45 m'lik kumaşın 2,75 m'si ile kendisine elbise dikti. Geriye kaç metre kumaş kalır?

41. Aşağıdaki ondalık sayıları küçükten büyüğe sıralayınız.

3,8 : 0,34 : 0,8 : 1,43 : 0,64 : 0,3

42. Aşağıdaki rasyonel sayıların devirli ondalık açılımlarını bulunuz.

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{11}{15}$ c) $\frac{314}{120}$

DEĞERLENDİRME SORULARI : VI

Aşağıdaki her soruya verilen yanıtlardan bir tanesi doğru, öbürleri yanlıştır. Doğru yanıtı bularak, yanıt kartında, her sorunun karşısındaki dört paralel çizgiden birisinin içini karalayınız.

Yanıt kartı

	a	b	c	d		a	b	c	d
1.	=	=	=	=	11.	=	=	=	=
2.	=	=	=	=	12.	=	=	=	=
3.	=	=	=	=	13.	=	=	=	=
4.	=	=	=	=	14.	=	=	=	=
5.	=	=	=	=	15.	=	=	=	=
6.	=	=	=	=	16.	=	=	=	=
7.	=	=	=	=	17.	=	=	=	=
8.	=	=	=	=	18.	=	=	=	=
9.	=	=	=	=	19.	=	=	=	=
10.	=	=	=	=	20.	=	=	=	=

Sorular

1. $\frac{3}{5}$ kesrinin, birim kesir türünden yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

a) $3\ \frac{1}{5}$ b) $3 \times \frac{1}{5}$ c) $1\ \frac{3}{5}$ d) $5\ \frac{1}{5}$

2. $5\ \frac{3}{4}$ kesrinin bileşik kesir olarak yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

a) $\frac{23}{4}$ b) $\frac{18}{4}$ c) $\frac{19}{4}$ d) $\frac{23}{5}$

3. $\frac{17}{5}$ bileşik kesrinin tamsayılı kesir olarak yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

a) $2\ \frac{3}{5}$ b) $4\ \frac{2}{5}$ c) $3\ \frac{2}{5}$ d) $5\ \frac{2}{5}$

4. $\frac{7}{8}$ kesrinin 4 ile genişletilmişi nedir?

a) $\frac{28}{16}$ b) $\frac{21}{24}$ c) $\frac{21}{40}$ d) $\frac{28}{32}$

5. $\frac{24}{36}$ kesrinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{8}{15}$ c) $\frac{12}{9}$ d) $\frac{4}{3}$

6. Aşağıdaki kesirlerden hangisi $\frac{5}{7}$ kesrine denktir?

a) $\frac{15}{14}$ b) $\frac{25}{35}$ c) $\frac{10}{21}$ d) $\frac{20}{35}$

7. $\frac{24}{60}$ rasyonel sayısının 6 ile sadeleştirilmişi, aşağıdakilerden hangisidir?

a) $\frac{4}{30}$ b) $\frac{3}{10}$ c) $\frac{4}{20}$ d) $\frac{4}{10}$

8. $\frac{4}{5} + \frac{3}{5} = ?$ Toplama işleminin sonucu nedir?

a) $\frac{6}{5}$ b) $\frac{7}{5}$ c) $2\ \frac{2}{5}$ d) $\frac{7}{10}$

9. $\frac{18}{25} - \frac{7}{25} = ?$ Çıkarma işleminin sonucu nedir?

a) $\frac{12}{25}$ b) $\frac{25}{25}$ c) $\frac{11}{50}$ d) $\frac{11}{25}$

10. $\frac{7}{8} \times \frac{5}{6} = ?$ Çarpma işleminin sonucu kaçtır?

a) $\frac{12}{48}$ b) $\frac{35}{14}$ c) $\frac{42}{48}$ d) $\frac{35}{48}$

11. $\frac{4}{6} : \frac{3}{5} = ?$ Bölme işleminin sonucu kaçtır?

a) $1\ \frac{2}{18}$ b) $\frac{12}{30}$ c) $\frac{2}{20}$ d) $2\ \frac{1}{18}$

12. $\frac{17}{25}$ rasyonel sayısının çarpmaya göre tersi, aşağıdakilerden hangisidir?

a) $\frac{17}{17}$ b) $\frac{25}{25}$ c) $\frac{25}{17}$ d) $\frac{1}{25}$

13. Rasyonel sayılar kümesinde toplama işleminin etkisiz elemanı kaçtır?

a) 1 b) 10 c) $\frac{1}{10}$ d) 0

14. Rasyonel sayılar kümesinde çarpma işleminin etkisiz elemanı kaçtır?

a) 0 b) 10 c) 1 d) 100

15. $\left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \frac{5}{15}, \ldots\right\}$ kümesinin belirticisi aşağıdakilerden hangisidir?

a) $\frac{3}{9}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{2}{6}$ d) $\frac{12}{36}$

16. $\frac{27}{100}$ ondalık sayısının virgül yardımıyla yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

a) 0,27 b) 2,7 c) 0,027 d) 2,07

17. 6,075 ondalık sayısının kesir biçiminde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

a) $6\frac{75}{100}$ b) $6\frac{75}{1000}$ c) $6\frac{75}{10}$ d) $6\frac{75}{10000}$

18. $5{,}8 + 3{,}46 = ?$ Toplama işleminin sonucu nedir?

a) 8,54 b) 8,468 c) 9,54 d) 9,26

19 $3{,}4 \times 2{,}6 = ?$ Çarpma işleminin sonucu nedir?

a) 88,4 b) 8,84 c) 0,884 d) 884

20. $\frac{7}{9}$ rasyonel sayısının ondalık açılımı, aşağıdakilerden hangisidir?

a) 0,666... b) 0,777... c) 0,3 d) 0,999...

7. BÖLÜM ÖLÇME

Konunun anahatları

7–1. Sayma ve Ölçme
7–2. Uzunlukların Ölçülmesi ve Birimleri
7–3. Ölçmenin Duyarlığı
7–4. Açıların Ölçülmesi

7-1. Sayma ve Ölçme

1. Günlük yaşantımızda "Kaç tane?", "Ne kadar?" sorularını sorarız ya da soruları işitiriz. Örneğin, Ali'ye "Sınıfınızda kaç öğrenci var?", "Kaç kitabın var?" ya da "Boyun ne kadar?", "Bugün ne kadar süt içtin?" gibi sorular sorarız. Arkadaşımız Alp'de bize, "Kaç tane kurşun kalemin var?", "Sinemaya kaç kişi gittiniz?" ya da "Evden okula kaç dakikada geliyorsunuz?", "Ağırlığın ne kadar?" gibi sorular sorar. Bu sorulara bir sayı ile cevap verilir. Yalnız, bazılarının cevabı **sayılarak,** bazılarının cevabı da **ölçülerek** verilir. Örneğin, "Sınıfınızda kaç öğrenci var?" sorusunun cevabı, sınıftaki öğrenciler sayılarak; "Ağırlığın ne kadar?" sorusunun cevabı ise ölçülerek verilir.

2. "Kaç kitabın var?" sorusuna cevap vermek için, kitaplarımızı sayarak, 5, 8 gibi bir sayma sayısı ile cevap veririz. $5\frac{1}{2}$, $8\frac{3}{4}$ kitabım var diye cevap veremeyiz.

3. "Boyun ne kadar?" sorusuna sayarak cevap veremeyiz; uzunlar sayılamaz, ölçülür. Ölçü sonucunu, 150 cm, 1,50 m, $1\frac{1}{2}$ m gibi sayma sayısı, ondalık sayı ya da bir rasyonel sayı olarak söyleyebiliriz. Çocukların boyları daima büyür, İnsanın boyu, ağırlığı, zaman sürekli birer niceliktir.

4. Bu bölümde sürekli niceliklerin nasıl ölçüldüklerini inceleyeceğiz.

"Kaç tane" sorusu sorulduğu zaman, elemanları sayılabilen kümeleri düşünürüz. İnsan, ağaç, ev, bilye ve şekil gibi somut nesnelerin oluşturduğu kümelerin elemanlarını sayarak "kaç tane" sorusuna cevap veririz.

"Ne kadar" sorusu sorulduğu zaman, hiç parçalanmamış, bir bütün olan şeyleri düşünürüz. Bir parça tel, bir parça ip ve halının yüzü noktalardan oluşan birer kümedir. Telin ve ipin uzunluğunu, halının yüzünün büyüklüğünü sayamayız. Bunlar **sürekli** niceliklerdir. Tel ve ipin uzunluğunu, halının büyüklüğünü ölçerek "Ne kadar" sorusuna cevap veririz.

Doğadaki niceliklerin bir kısmı sürekli nicelik, bir kısmı da sürekli olmayan niceliklerdir.

Ölçmede aşağıdaki iki özelikten yararlanacağız.:

Birinci özelik : Bir geometrik şeklin, büyüklük ve biçimini bozmadan yerini değiştirebiliriz.

İkinci özelik : Aynı cinsten sürekli iki nicelik ya da kümeyi ölçme anlamında karşılaştırabiliriz. Örneğin, iki doğru parçasını birbiriyle, iki kapalı bölgeyi birbiriyle, iki hacmi birbiriyle, iki ağırlığı birbiriyle karşılaştırabiliriz.

Örnekler

1. Örnek : $A = \{\Delta, \square, \star\}$ Kümesinin "kaç tane" elemanı vardır?

Soruya cevap vermek için, A kümesinin elemanlarını sayalım.

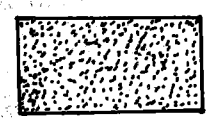
$$A = \{\underset{\updownarrow}{\Delta}, \underset{\updownarrow}{\square}, \underset{\updownarrow}{\star}\}$$

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$ olduğundan, "A kümesinin 3 elemanı vardır" diye cevap veririz. $s(A) = 3$ yazılır.

2. Örnek : Yandaki [AB] doğru parçasının (nokta kümesinin) kaç tane elemanı vardır?

[AB] doğru parçasında (nokta kümesinde) sınırsız sayıda nokta vardır. Bunları sayamayız. Başka bir deyişle, [AB] doğru parçasını oluşturan noktaları sayma sayıları kümesinin elemanları ile eşleyemeyiz. Doğru parçası sürekli bir niceliktir. Ancak, [AB] doğru parçasının büyüklüğünü, başka bir doğru parçası ile karşılaştırırsak, ölçebiliriz.

3. Örnek : Yandaki dikdörtgen ile iç bölgesinin birleşiminden oluşan kapalı bölge (Dikdörtgensel bölge)'nin büyüklüğü sayılarak mı, yoksa ölçülerek mi bulunur?



Kaç tane dikdörtgensel bölge olduğunu sayarak bulabiliriz, ancak bir dikdörtgensel bölgeyi sayamayız. Bu bölge sürekli bir niceliktir. büyüklüğünü kendi cinsinden seçilen bir kapalı bölge ile karşılaştırarak, ölçebiliriz.

Alıştırmalar

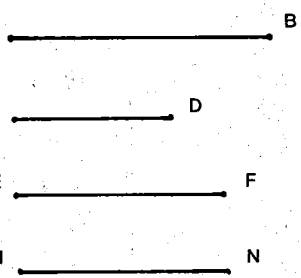
1. Aşağıdaki niceliklerden hangileri sayılır, hangileri ölçülür?
   a) Bir torba fındık.
   b) Yalçın'ın bilyeleri.
   c) Bir şişe süt.
   d) Sıranızın uzunluğu.
   e) 4 ile 20 arasındaki tek sayıların oluşturduğu kümenin elemanları.
   f) Futbol sahasının büyüklüğü.

2. Aşağıdaki niceliklerden hangileri sürekli, hangileri sürekli olmayan niceliklerdir?
   a) Bir sepetteki elmalar.
   b) Ağırlığınız.
   c) Boyunuz.
   d) Sınıfınızın uzunluğu,
   e) Okulda geçirdiğiniz zaman.
   f) Sınıfınızdaki öğrenciler kümesi.

Doğru Parçasının Ölçülmesi

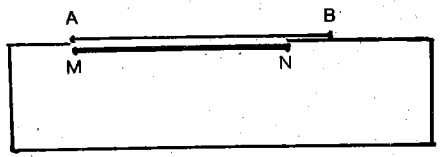
Doğru parçası sürekli bir nicelik (geometrik şekil) olduğundan büyüklüğünü, kendi cinsinden seçilen bir doğru parçası ile karşılaştırarak buluruz.

1. Yandaki [AB], [CD] ve [EF] doğru parçalarının uzunluklarını, kendi cinslerinden seçtiğimiz [MN] doğru parçasının uzunluğu ile karşılaştıralım.



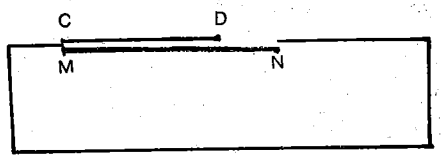
Bir kenarı düz bir kâğıt parçası keserek, [MN] doğru parçasına çakıştıralım. Kâğıtta, M ve N noktalarının hizalarını işaretleyerek [MN] doğru parçasını çizelim.

a) İşaretli kâğıdın M noktasını A noktası ile üstüste getirip, aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi, kâğıdın düz kenarını [AB] doğru parçasına çakıştıralım.



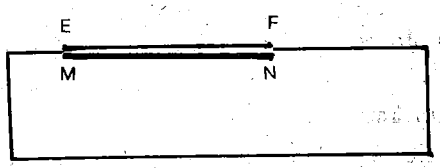
Şekilde, N noktası A ile B noktası arasındadır. [AB] doğru parçası, [MN] doğru parçasından daha büyüktür; ya da [MN] doğru parçası, [AB] doğru parçasından daha küçüktür.

b) Bu kez işaretli kâğıdın M noktasını C ile üstüste getirip, aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi, kâğıdın düz kenarını [CD] doğru parçası ile çakıştıralım.



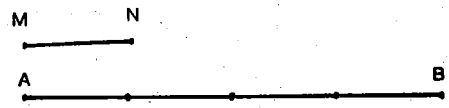
Bu durumda [CD] doğru parçası, [MN] doğru parçasından daha kısadır; ya da [MN] doğru parçası, [CD] doğru parçasından uzundur.

c) Aynı çakıştırmayı [EF] doğru parçası üzerinde yapalım.



Bu çakıştırmada E noktası M ile F noktası N ile çakışmıştır. [EF] doğru parçasının uzunluğu [MN] doğru parçasının uzunluğuna eşittir. Uzunlukları eşit olan doğru parçalarına **eş doğru parçaları** denir. [EF] ve [MN] doğru parçalarının eşliğini [EF] $\cong$ [MN] biçiminde yazar, "EF doğru parçası eştir MN doğru parçasına" diye okuruz. " $\cong$ " işaretine **eş işareti** denir.

2. Aşağıdaki [AB] doğru parçasının uzunluğunu birim uzunluk olarak seçtiğimiz [MN] doğru parçası ile ölçelim.



Kâğıdın düz kenarını ya da pergeli kullanarak [AB] doğru parçasını yukarıdaki şekilde görüldüğü gibi işaretleriz. [AB] doğru parçasının uzunluğu kaç birimdir?

[AB]'nin uzunluğu = [MN]'nin uzunluğunun 4 katıdır. Ya da,

[AB]'nin uzunluğu = 4 birimdir.

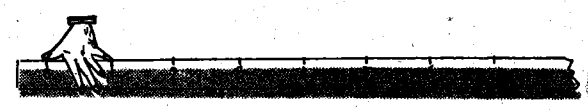
4 sayısı, [AB] doğru parçasının uzunluğunun ölçüsüdür. Bunu,

$|AB| = 4$ birim biçiminde yazar, "AB'nin uzunluğunun ölçüsü eşittir 4 birim" diye okuruz.

3. Alp ile Ayşe karışlarını kullanarak, aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi birer cetvel yaptılar.

Alp'in cetveli

Ayşe'nin cetveli



a) İkisi de sıranın uzunluğunu ölçse, kim daha büyük sayı bulur?

b) Kimin karışı daha kısadır?

c) Alp ile Ayşe aynı ölçü birimini mi kullandılar?

d) Alp ile Ayşe sıranın uzunluğunu bölümlü birer cetvelle ölçselerdi aynı sayıyı bulurlar mıydı?

Yukarıda olduğu gibi uzunlukları ölçmek için, karış, adım, kulaç gibi uzunluklar ölçü birimi olarak alınırsa, aynı uzunluğun ölçüsü başka

başka sayılar olarak bulunur. Çünkü herkesin karışı, adımı ve kulacı aynı uzunlukta değildir. Uzunlukların değişik birimlerle ölçülmesi uzunluğa etki yapmaz. Ölçüleri başka başka sayılar çıkar.

7-2. Uzunlukların Ölçülmesi ve Birimleri

1. İnsanlar uzunlukları ölçmek için, karış, ayak, kulaç, arşın gibi uzunluk birimleri kullandılar. Her insanın karış, ayak, kulaç ve arşını aynı olmadığından, bir takım anlaşmazlıklar ortaya çıktı. Her ülke kendine bir uzunluk ölçüsü birimi seçti. Uluslararasındaki ticaret gelişince, uzunluk ölçüsü birimleri aynı olmayan ulusların anlaşması güçleşti. Bu güçlüğü gidermek için, 1799 yılında birkaç Fransız bilim adamı, uluslararası bir ölçü birimi saptamak üzere, çeşitli ülkelerden bazı bilim adamlarını Fransa'da yapılacak bir toplantıya çağırdılar. Bu toplantıda, yer meridyeninin kırk milyonda biri uzunluk birimi olarak saptandı ve adına "metre" dendi. Atmosfer koşullarına göre uzunluğu çok az değişen, iridyum ve platinyum karışımı bir metalden yapılan metre, Paris Ölçüleri Müzesinde saklanmaktadır.

Uzunlukları ölçmede kullanılan metre kısaca "m" ile gösterilir.

Metrenin Askatları

1. Kalemin boyu, kitabın kalınlığı, kalem kutusunun genişliği gibi uzunluklar metreden küçük ölçü birimleri ile ölçülürler. Bu ölçü birimlerine **metrenin askatları** denir.

Metrenin askatları

1 m =	10 dm	→ 1 dm =	0,1	m
1 m =	100 cm	→ 1 cm =	0,01	m
1 m =	1000 mm	→ 1 mm =	0,001	m

2. Desimetre : Metrenin onda birine **desimetre** denir, kısaca "dm" ile gösterilir.

1 m = 10 dm'dir.

3. Santimetre : Metrenin yüzde birine **santimetre** denir. kısaca "cm" ile gösterilir.

1 m = 100 cm'dir.

4. Milimetre : Metrenin binde birine **milimetre** denir, kısaca (mm) ile gösterilir.

1 m = 1000 mm'dir.

Örnekler

1. Örnek : 3,758 m'yi metrenin askatları türünden ifade edelim.

1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm olduğundan,

3,758 m = (3,758 × 10) dm = 37,558 dm'dir.

3,758 m = (3,758 × 100) cm = 375,8 cm'dir.

3,758 m = (3,758 × 1000) mm = 3758 mm'dir.

2. Örnek : 0,367 dm'yi cm ve mm'ye çevirelim.

0,367 dm = (0,367 × 10) cm = 3,67 cm'dir.

0,367 dm = (0,367 × 100) mm = 36,7 mm'dir.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki doğru parçalarının uzunluklarını cetvelinizle ölçünüz.

2. Uzunlukları 3 cm, 1 dm ve 6 mm olan doğru parçaları çiziniz.

3. Aşağıdaki boş yerleri tamamlayınız.

a) 5 mm = ... dm b) 5 m = ... cm c) 5 m = ... mm

4. Aşağıdaki boş yerleri örneklerine uygun olarak tamamlayınız.

a) 6,75 dm = 6 7 cm 5 mm
3,49 dm = ...

b) 72,4 cm = 7 dm 2 cm 4 mm
36,8 cm = ...

c) 348 mm=3 dm 4 cm 8 mm
763 mm = ...

d) 6,576 m=6 m 5 dm 7 cm 6 mm
5,024 —= ....

Metrenin Katları

1. Karayollarının uzunluğu, demiryollarının uzunluğu, tarlaların uzunluğu ve genişliği gibi uzunluklar metreden büyük ölçü birimleri ile ölçülürler. Bu ölçü birimlerine **metrenin katları** denir.

Metrenin katları

1 dam	= 10 m		
1 hm	= 10 dam	= 100 m	
1 km	= 10 hm	= 100 dam	= 1000 m

2. Dekametre : Metrenin on katına **dekametre** denir, kısaca "dam" ile gösterilir.

1 dam = 10 m'dir.

3. Hektometre : Metrenin yüz katına **hektometre** denir, kısaca "hm" ile gösterilir.

1 hm = 100 m'dir.

4. Kilometre : Metrenin bin katına **kilometre** denir, kısaca "km" ile gösterilir.

1 km = 1000 m'dir.

Örnekler :

1. Örnek : 36418 m'yi metrenin katları türünden ifade edelim.

1 km = 10 hm = 100 dam = 1000 m olduğundan,

36418 m = (36418 : 10) dam = 3641,8 dam'dir.

36418 m = (36418 : 100) hm = 364,18 hm'dir.

36418 m = (36418 : 1000) km = 36,418 km'dir.

2. Örnek : 2546 dam'yi hm ve km'ye çevirelim.

2546 dam = (2546 : 10) hm = 254,6 hm'dir.

2546 dam = (2546 : 100) km = 25,46 km'dir.

Metrenin katları ve askatları aşağıdaki tabloda gösterilmiştir. İnceleyiniz.

Metrenin katları	1 km = 1000 m 1 hm = 100 m 1 dam = 10 m	↓ (... × 10)
Temel birim	→ 1 m	
		(... : 10) ↑
Metrenin askatları	1 dm = 0,1 m 1 cm = 0,01 m 1 mm = 0,001 m	

Uzunluk ölçüsü birimleri onar onar büyür ve küçülür.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki boş yerleri tamamlayınız.
   a) 2526 m = ... dam b) 2526 m = ... he c) 2527 m = ... km

2. Aşağıdaki boş yerleri tamamlayınız.
   a) 748 dam = ... hm b) 748 dam = ... km

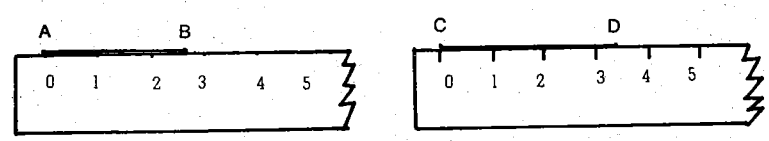
3. Aşağıdaki boş yerleri tamamlayınız.
   a) 562 cm = ... m b) 378 mm = ... m c) 2548 cm ... dam
   d) 3716 dm=...hm e) 5718 cm=...km f) 12468 dm=...km

4. Aşağıdaki yerleri örneklerine uygun olarak tamamlayınız.
   a) 7,526 km = 7 km 5 hm 2 dam 6 m
      2,642 km = ...
   b) 0,318 dam = 3 m 1 dm 8 cm.
      0,542 dam = ...
   c) 5,23 hm = 5 hm 2 dam 3 m
      3,47 hm = ...
   d) 28,58 m = 2 dam 8 m 5 dm 8 cm
      43,72 m = ...

7-3. Ölçmenin Duyarlığı

Bir doğru parçasının uzunluğu, üzerinde desimetre, santimetre, milimetre bölmeleri bulunan ve bir savı doğrusunun parçası olan cetvelle ölçülebilir.

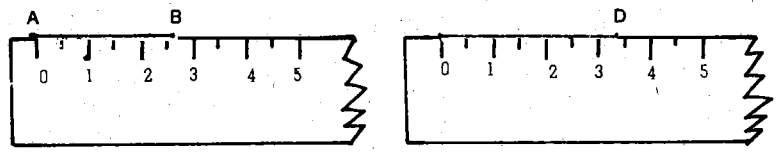
a) [AB] ve [CD] doğru parçaları cm bölmeli bir cetvelle, aşağıdaki şekillerde görüldüğü gibi ölçülür. İnceleyiniz.



Ölçmede kullandığımız cetvel cm bölmeli olduğundan, [AB] ve [CD] doğru parçalarının uzunluklarını cm ile ifade edebiliriz. B noktası 3'e 2'den daha yakın olduğundan |AB| ≈ 3 cm.'dir. D noktası da 3'e 4'den daha yakın olduğundan |CD| ≈ 3 cm'dir. [AB] ve [CD] doğru

parçalarının gerçek ölçüleri tam 3 cm değildir. Bunların uzunlukları yaklaşık olarak 3 cm'dir. cm bölmeli bir cetvelle, 1 cm duyarlıkla ölçü yapabiliriz. [AB] doğru parçasını ölçerken yapılan en büyük hata, 3 cm — 2,5 cm = 0,5 cm ve [CD] doğru parçasını ölçerken yapılan en büyük hata, 3,5 — 3 cm = 0,5 cm'dir. Bir doğru parçasının gerçek ölçüsü ile ölçme sonucu bulunan ölçü arasındaki en büyük farka, **ölçmede yapılan en büyük hata** denir. Burada, ölçmede yapılan en büyük hata, 0,5 cm'dir. 0,5 cm = $\frac{1}{2} \times 1$ cm = $\frac{1}{2}$ cm'dir.

b) [AB] ve [CD] doğru parçaları $\frac{1}{2}$ cm bölmeli bir cetvelle, aşağıdaki şekillerde görüldüğü gibi ölçülür. İnceleyiniz.



Ölçmede kullandığımız cetvel $\frac{1}{2}$ cm bölmeli olduğundan, [AB] ve [CD] doğru parçalarının uzunluklarını $\frac{1}{2}$ cm ile ifade edebiliriz. F noktası $2\frac{1}{2}$ 'ye 3'ten daha yakın olduğundan, $|AB| \approx 2\frac{1}{2}$ cm'dir. D noktası $3\frac{1}{2}$ 'ye 3'ten daha yakın olduğundan, $|CD| \approx 3{,}5$ cm'dir. $\frac{1}{2}$ cm bölmeli cetvelle $\frac{1}{2}$ cm duyarlıkta ölçü yapabiliriz.

[AB] ve [CD] doğru parçalarını ölçerken yaptığımız en büyük hata $\frac{1}{2}$ cm'nin yarısı $\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}\right)$ $\frac{1}{4}$ cm'dir. Halbuki, a) şıkkında [AB] ve [CD] doğru parçalarının uzunluklarını yaklaşık olarak 3 cm bulmuştuk. Öyleyse, doğru parçalarını ölçmede :

1 — 1 cm bölmeli cetvelle yapılan en büyük hata, $\frac{1}{2}$ cm = 0,5 cm'dir.

2 — $\frac{1}{2}$ cm bölmeli cetvelle yapılan en büyük hata, $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ cm = $\frac{1}{4}$ cm'dir.

3 — 1 mm bölmeli cetvelle yapılan en büyük hata, $\frac{1}{2}$ mm = 0,5 mm'dir.

Cetvel üzerindeki ölçü birimleri ne kadar küçük olursa, ölçme de o kadar çok duyarlı olur. Onun için :

1 — 1 mm bölmeli cetvel, $\frac{1}{2}$ cm bölmeli cetvele göre daha duyarlıdır.

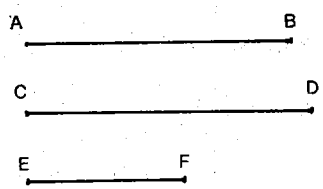
2 — $\frac{1}{2}$ cm bölmeli cetvel, 1 cm bölmeli cetvele göre daha duyarlıdır

3 — 1 cm bölmeli cetvel 1 dm bölmeli cetvele göre daha duyarlıdır.

Ölçmede yapılan en büyük hata, cetveldeki en küçük bölme biriminin yarısıdır.

Alıştırmalar

1. Yandaki doğru parçalarını $\frac{1}{10}$ cm bölmeli cetvelle ölçünüz.



a) Cetveldeki en küçük ölçü birimi nedir?

b) Bu cetvelle yapılan ölçmede, ölçmede yapılan en büyük hata nedir?

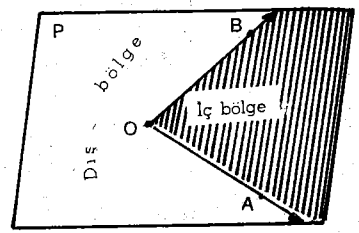
2. 2 cm bölmeli bir cetvelle yapılan ölçmede, ölçmede yapılan en büyük hata nedir?

3. $\frac{1}{2}$ mm bölmeli cetvelle mi, yoksa 1 mm bölmeli cetvelle mi yapılan ölçme daha duyarlıdır?

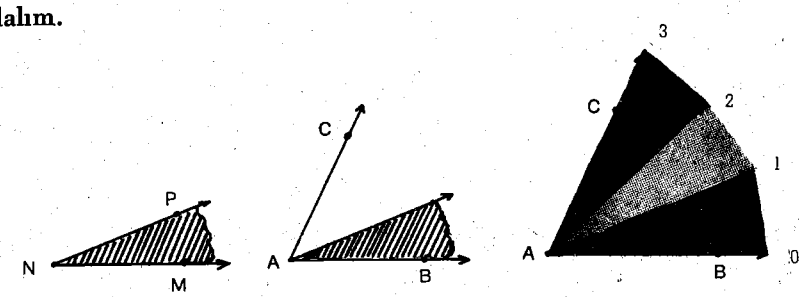
4. Alp, [AB] doğru parçasını $|AB| = 2\frac{3}{5}$ cm, Ayşe'de $|AB| = 2\frac{6}{10}$ cm olarak ölçtü. Hangisinin ölçüsü daha duyarlıdır?

7-4. Açıların Ölçülmesi

1. Aynı noktadan çıkan ve doğrusal olmayan iki ışının birleşim kümesine açı dediğimizi; yandaki şekle bakarak, bir $\widehat{AOB}$ açısının P düzlemini üç kümeye ayırdığını hatırlayınız.



2. Açıları ölçmek için, seçilen bir açı, ölçü birimi olarak kullanılır. Aşağıdaki $\widehat{BAC}$ açısını ölçmek için $\widehat{MNP}$ açısınıbirim açı olarak alalım.



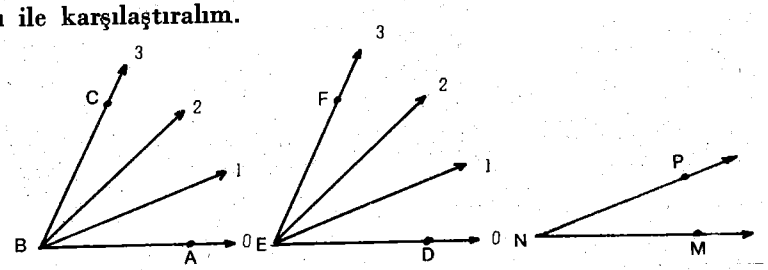
$\widehat{MNP}$ açısı $\widehat{ABC}$ açısı içinde kalacak biçimde, N köşesini A köşesine ve [NM kenarını [AB kenarına çakıştıralım. Aynı işlemi arka arkaya iki kez daha yapalım. Üçüncü şekli elde ederiz. [AB ışınını 0 ve diğer ışınları sıra ile 1, 2, 3 diye işaretleyelim. $\widehat{BAC}$ açısının ölçüsü, $\widehat{MNP}$ açısının ölçüsünün 3 katıdır. Bunu,

$s(\widehat{BAC}) = 3$ birim

biçiminde yazar, "$\widehat{BAC}$'nın ölçüsü eşit 3 birim" diye okuruz.

Görülüyor ki bir açıyı ölçmek, birim olarak seçilen başka bir açı ile karşılaştırmaktır.

2. Aşağıdaki $\widehat{ABC}$ ve $\widehat{DEF}$ açılarını, birim olarak seçtiğimiz $\widehat{MNP}$ açısı ile karşılaştıralım.



$s(\widehat{ABC}) = 3$ b $\quad$ $s(\widehat{DEF}) = 3$ b $\quad$ $s(\widehat{MNP}) = 1$ b

Yukarıdaki şekillere göre :

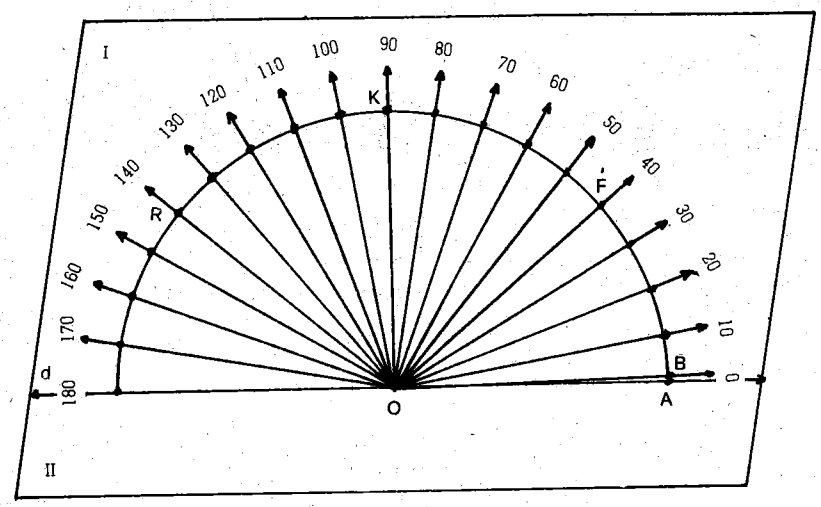
$s(\widehat{ABC}) = 3$ b ve $s(\widehat{DEF}) = 3$ b olduğundan,

$s(\widehat{ABC}) = s(\widehat{DEF})$ dir.

Aynı birimle ölçülen açıların ölçüleri birbirine eşit olursa, böyle açılara **eş açılar** denir. $\widehat{ABC}$ açısı, $\widehat{DEF}$ açısına eştir. Bunu,

$\widehat{ABC} \cong \widehat{DEF}$ biçiminde yazar, "$\widehat{ABC}$'sı $\widehat{DEF}$'na eştir" diye okuruz.

3. Açıları ölçerken herkes istediği açıyı açı birimi seçerse, aynı açının ölçüsünü başka başka sayılar olarak bulurlar. Beraberliği sağlamak için bazı açı birimleri kullanılır. Bunlardan bir tanesi de **derecedir.**



P düzlemi içinde bir d doğrusu çizelim. d doğrusu P düzlemini "I" ve "II" yarı düzlemlerine ayırır. d ayırma doğrusu üzerinde bir 0 noktası işaretleyerek bir yarım çember çizelim ve yarım çemberi 180 eş parçaya bölelim. Bölüm noktalarını 0 noktası ile birleştirerek yukarıdaki şekilde görüldüğü gibi ışınlar çizelim, sıra ile bu ışınları 0, 1, 2, ... 180 sayıları ile işaretleyelim. Böylece "I" yarı düzleminde 180 tane eş açı elde ederiz. (Şekilde bu ışınların hepsi çizilmemiştir). Elde edilen bu 180 eş açıdan birisini açı ölçüsü birimi olarak alırız ve adına **1 derece** deriz. Bunu,

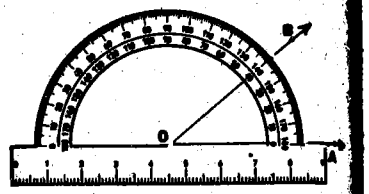
$s(\widehat{AOB}) = 1°$ biçiminde yazar, "$\widehat{AOB}$'nın ölçüsü, 1 derecedir" diye okuruz. 1 üzerine yazılan "°" işareti dereceyi belirtir.

Yukarıdaki şekle göre :

$s(\widehat{AOF}) = 40°$, $s(\widehat{AOK}) = 90°$, $s(\widehat{AOR}) = 140°$ 'dir.

4. Açıları iletki denilen araç ile ölçeriz.

$\widehat{AOB}$'nı iletki ile yanda görüldüğü gibi ölçeriz.



a) İletkinin merkezi açının köşesine konur.

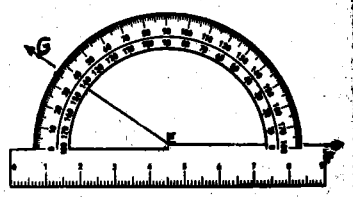
b) İletkinin düz kenarı açının [OA kenarı üzerine çakıştırılır.

c) İletkinin [OB kenarına çakışan kısmı üzerinden 40° okunur. Öyleyse,

$s(\widehat{AOB}) = 40°$ 'dir.

5. Ölçüsü verilen açıları iletki ile çizeriz.

İletki ile $s(\widehat{FEG}) = 145°$ 'lik açıyı yanda görüldüğü gibi çizeriz.



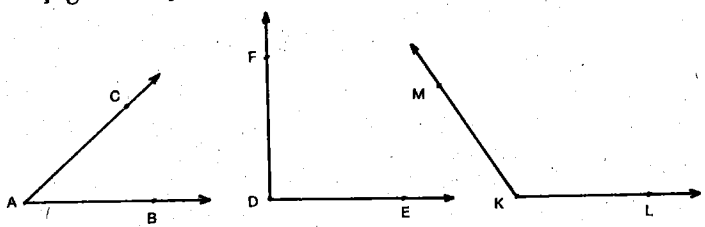
a) Önce bir [EF ışını çizilir.

b) İletkinin merkezi E başlangıç noktasına konur ve düz kenarı [EF ışınına çakıştırılır.

c) Sağdan sola doğru 0, 10, 20, ... okuyarak 145°'yi gösteren bölüm çizgisi hizasına G noktası işaretlenir. [EG ışını çizilirse, 145°'lik açı çizilmiş olur.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki açıları iletki ile ölçünüz.

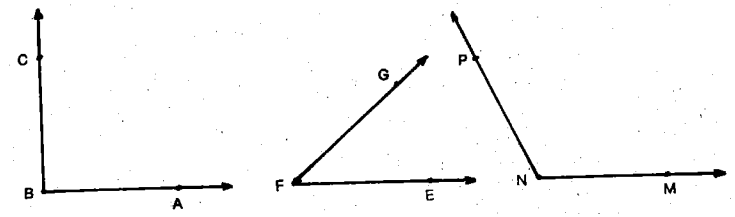


2. Aşağıda, ölçüleri verilen açıları iletki ile çiziniz.

a) $s(\widehat{ABC}) = 70°$ b) $s(\widehat{DEF}) = 90°$ c) $s(\widehat{KLM}) = 125°$

Ölçülerine Göre Açı Çeşitleri

1. Her açıya, 0 ile 180 arasında bir sayı karşılık gelir. Bu sayı, açının derece cinsinden ölçüsüdür.



$s(\widehat{ABC}) = 90°$ $s(\widehat{EFG}) = 43°$ $s(\widehat{MNP}) = 117°$

Ölçüsü

a) 90° olan açıya **dik açı,**

b) 90°'den küçük olan açıya **dar açı,**

c) 90°'den büyük olan açıya **geniş açı,** denir.

$s(\widehat{ABC}) = 90°$ olduğundan, $\widehat{ABC}$ açısı dik açıdır.

$s(\widehat{EFG}) = 43° < 90°$ olduğundan, $\widehat{EFG}$ açısı dar açıdır.

$s(\widehat{MNP}) = 117° < 90°$ olduğundan, $\widehat{MNP}$ açısı geniş açıdır.

2. Açıların dereceden küçük birimleri :

a) 1° 'lik açının $\frac{1}{60}$ 'ine **dakika** denir ve 1′ ile gösterilir. Öyleyse,

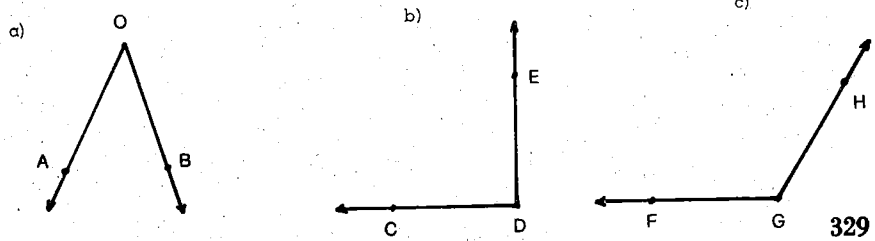
$1' = \frac{1°}{60}$ ya da $1° = 60'$ 'dır.

b) 1′ 'lık açının $\frac{1}{60}$ 'ine saniye denir ve 1″ ile gösterilir. Öyleyse,

$1'' = \frac{1}{60}$ ya da $1' = 60''$ dir.

Alıştırmalar

1. Aşağıda, çizilmiş olarak verilen açılar hangi çeşit açılardır?

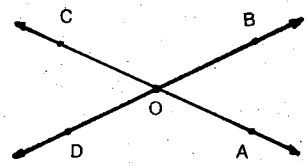


2. Aşağıda, ölçüleri verilen açılar hangi çeşit açılardır?

a) $s(\widehat{KLM}) = 163°$ b) $s(\widehat{RST}) = 90°$ c) $s(\widehat{VYT}) = 52°$

Dik Doğrular

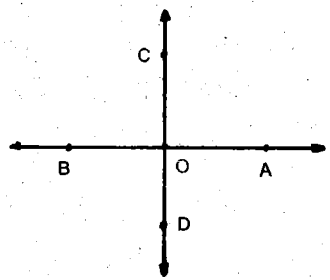
1. Yandaki şekilde kesişen iki doğru görüyorsunuz. Bu doğruların belirttiği $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$ ve $\widehat{AOD}$ açılarını ölçünüz, Bu açılardan hangileri eş açılardır?



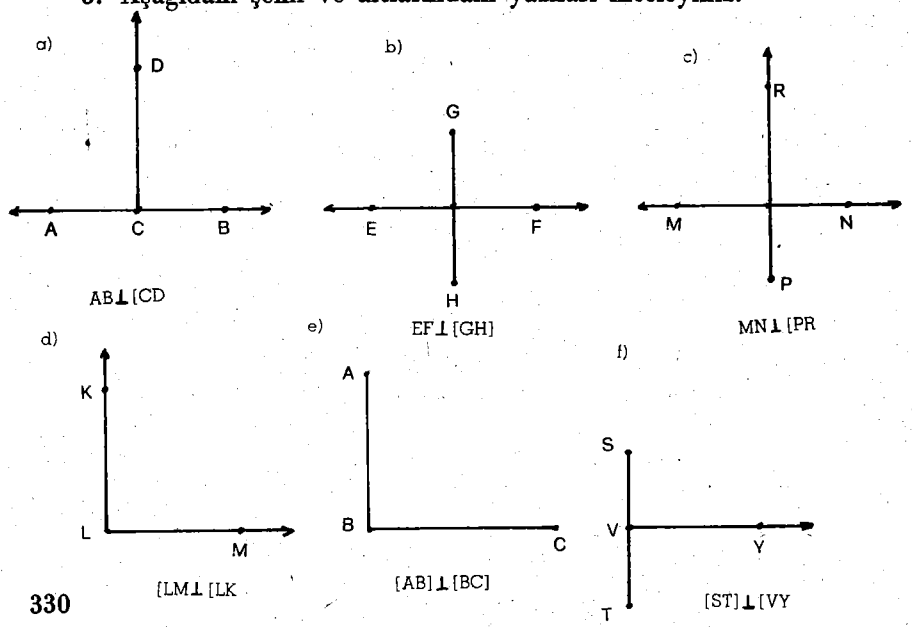
2. Kesişen iki doğrunun belirttiği açılardan biri dikse, bu doğrulara **dik doğrular** denir.

$s(\widehat{AOC}) = 90°$ ise AB doğrusu CD doğrusuna diktir. Bunu,

AB ⊥ CD biçiminde yazar, "AB doğrusu diktir CD doğrusuna" diye okuruz. "⊥" işaretine dik işaret denir.

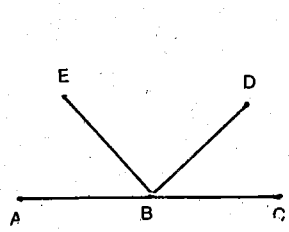


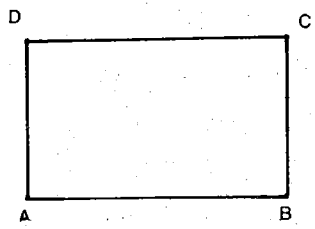
3. Aşağıdaki şekil ve altlarındaki yazıları inceleyiniz.



Alıştırmalar

1. Aşağıdaki doğru parçalarından hangileri birbirine diktir? Doğru parçalarının belirttiği açıları ölçerek cevap veriniz.





2. Birbirine dik iki doğruyu nasıl çizersiniz? Açıklayınız.

7. BÖLÜM ÜZERİNDE ALIŞTIRMALAR

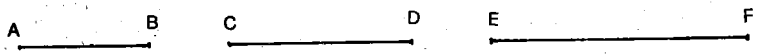
1. Aşağıdaki niceliklerden hangileri sayılır, hangileri ölçülür?
   a) Bir sepet elma.
   b) Ağırlığımız.
   c) Bir top kumaş.
   d) Bahçenizin büyüklüğü.
   e) Yolların uzunluğu.
   f) Uykuda geçen zaman.

2. Aşağıdaki niceliklerden hangileri sürekli nicelik, hangileri sürekli olmayan niceliktir?
   a) Sınıfınızın eni.
   b) Kalemleriniz.
   c) Bir sepetteki portakallar.
   d) Koyun sürüsü.
   e) Bir paket kesme şeker.
   f) Ailedeki bireyler.

3. Aşağıdaki boş yerleri tamamlayınız.
   a) 254 m = ... dam b) 583 dam = ... hm
   c) 918 hm = ... km d) 3526 cm = ... m
   e) 5624 mm = ... m f) 518 dm = ... dam
   g) 254,8 dm = ... hm h) 5184 dam= ... km

4. Aşağıdaki boş yerleri tamamlayınız.
   a) 0,317 km = ... hm b) 5,356 hm = ... m
   c) 218 dam = ... dm d) 3,24 cm = ... dm
   e) 7,743 m = ... cm f) 718 cm = ... mm
   g) 5,617 dm = ... mm h) 7,528 hm = ... dm

5. Aşağıdaki doğru parçalarının uzunluklarını, cetvelinizle mm olarak ölçünüz.



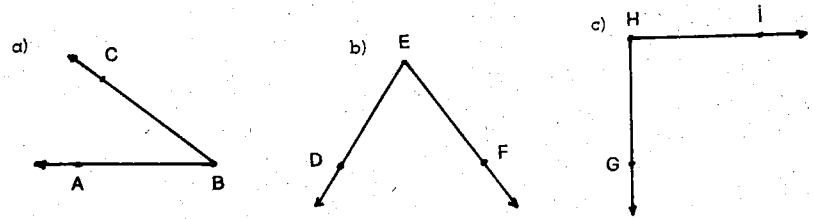
6. Uzunluklar 5 cm; 1,8 cm; 4 mm; 1 dm olan doğru parçaları çiziniz.

7. 1 cm bölmeli cetvelle yapılan ölçmede, ölçmede yapılan en büyük hata nedir?

8. 1 mm bölmeli cetvelle yapılan ölçmede, ölçmede yapılan en büyük hata nedir?

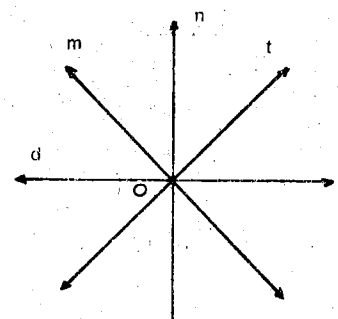
9. 1 mm bölmeli cetvelle mi, yoksa 1 cm bölmeli cetvelle mi yapılan ölçme daha duyarlıdır?

10. Aşağıdaki açıları iletki kullanarak ölçünüz.



11. İletki ile 45°, 115°, 90° 'lik açılar çiziniz.

12. Aşağıdaki şekle bakarak, birbirine dik olan doğruları yazınız.



DEĞERLENDİRME SORULARI : VII

Aşağıdaki sorulara verilen yanıtlardan bir tanesi doğru, öbürleri yanlıştır. Doğru yanıt bularak, yanıt kartında, her sorunun karşısındaki dört paralel çizgiden birisinin içini karalayınız.

Yanıt Kartı

	a	b	c	d		a	b	c	d
1.	=	=	=	=	11.	=	=	=	=
2.	=	=	=	=	12.	=	=	=	=
3.	=	=	=	=	13.	=	=	=	=
4.	=	=	=	=	14.	=	=	=	=
5.	=	=	=	=	15.	=	=	=	=
6.	=	=	=	=	16.	=	=	=	=
7.	=	=	=	=	17.	=	=	=	=
8.	=	=	=	=	18.	=	=	=	=
9.	=	=	=	=	19.	=	=	=	=
10.	=	=	=	=	20.	=	=	=	=

Sorular

1. Aşağıdaki niceliklerden hangisi sayılır?
   a) Bir çuval buğday.
   b) Bir sepet yumurta.
   c) Kâğıdın büyüklüğü.
   d) Bir kamyon kömür.

2. Aşağıdaki niceliklerden hangisi ölçülür?
   a) Yavuz'un bilyeleri.
   b) Sürüdeki koyunlar.
   c) Bir derste geçen süre.
   d) Sinemadaki insanlar.

3. Aşağıdaki niceliklerden hangisi süreksizdir?
   a) Bir torba ceviz.
   b) Bir çuval un.
   c) Bahçenin büyüklüğü.
   d) Sınıfınızın eni.

4. Aşağıdaki niceliklerden hangisi süreklidir?
   a) Kalemleriniz.
   b) Kitaplarınız.
   c) Sınıfınızdaki öğrenciler.
   d) Boyunuz.

5. Cetvel ile ne ölçülür?
   a) Alan b) Uzunluk c) Ağırlık d) Hacim

6. Uzunluk ölçüleri kaçar kaçar büyür ve küçülür?
   a) 10 b) 1 c) 100 d) 5

7. 7,526 km kaç metredir?
   a) 75,26 m b) 752,6 m c) 7562 m d) 0,7526 m

8. 2588 mm kaç metredir?
   a) 258,8 m b) 25,88 m c) 0,2588 m d) 2,588 m

9. 9726 m kaç kilometredir?
   a) 9,726 km b) 97,26 km c) 972,6 km d) 574,8 dm

10. 0,5748 hm kaç desimetredir?
    a) 5,748 dm b) 57,48 dm c) 5748 dm d) 574,8 dm

11. 28 dam kaç santimetredir?
    a) 28000 cm b) 280 cm c) 2800 cm d) 2,8 cm

12. 1386 dm kaç hektometredir?
    a) 13,86 hm b) 1,386 hm c) 0,1386 hm d) 138,6 hm

13. 1 cm bölmeli cetvelle yapılan ölçmede, yapılan en büyü hata nedir?
    a) $\frac{1}{4}$ cm b) $\frac{1}{8}$ cm c) $\frac{1}{2}$ cm d) $\frac{1}{16}$ cm

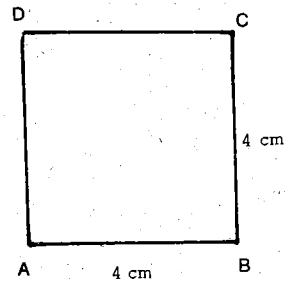
14. $\frac{1}{10}$ cm bölmeli cetvelle yapılan ölçmede, yapılan en büyük hata nedir?
    a) $\frac{1}{10}$ cm b) $\frac{5}{100}$ cm c) $\frac{1}{1000}$ cm d) $\frac{1}{10}$ m

Dikdörtgenin açıları dik, karşılıklı kenarları eştir.

2. Yandaki dikdörtgende

$|AB| = |BC| = |DC| = |AD| = 4$ cm'

dir.



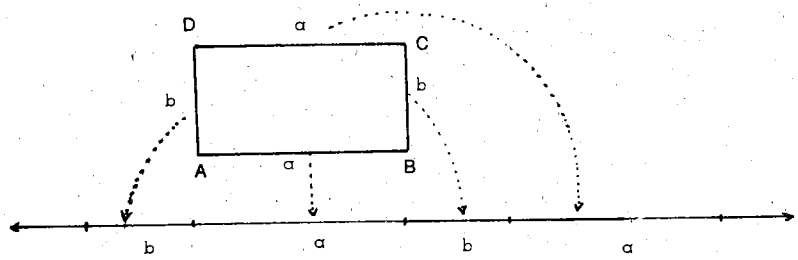
Bu dikdörtgene, **kare** adı verilir.

Öyleyse,

Karenin açıları dik, kenarları eştir.

Dikdörtgenin Çevresi

1. Dikdörtgenin dört kenarının uzunlukları toplamına dikdörtgenin **çevresi** denir. Aşağıdaki şekilde dikdörtgenin çevresinin nasıl hesaplanacağı gösterilmiştir. İnceleyiniz.



ABCD dikdörtgeninde, $|AB| = a$, $|BC| = b$'dir. Çevreyi Ç ile gösterelim.

$Ç = a + b + a + b$

$Ç = a + a + b + b$ **(Toplamada değişme özeliği)**

$Ç = (a + a) + (b + b)$ **(Toplamada birleşme özeliği)**

$Ç = 2 \times a + 2 \times b$ **(Çarpma tanımı)**

$Ç = 2 \times (a + b)$ birim **(Dağılma özeliği)**

olur.

Örnek : $a = 5$ cm, $b = 3$ cm olan dikdörtgenin çevresini bulalım.

$Ç = 2 \times (5 + 3)$ cm

$Ç = 2 \times 8$ cm $= 16$ cm olur.

2. Bir kenarının uzunluğu a birim olan karenin çevresini hesaplayalım.

Karenin kenarları eş olduğundan,

$Ç = a + a + a + a$

$Ç = 4 \times a$ birim olur.

Örnek : $a = 4$ cm olan karenin çevresini bulalım.

$Ç = 4 \times 4$ cm

$Ç = 16$ cm olur.

Alıştırmalar

1. Aşağıda, kenarlarının uzunlukları verilen dikdörtgenlerin çevrelerini hesaplayınız.

a) $a = 7$ cm, $b = 4$ cm

b) $a = 15$ m, $b = 12$ m

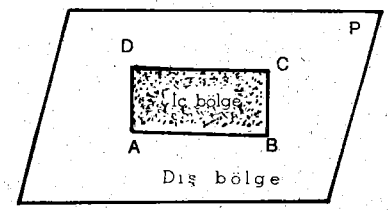
c) $a = 25$ dm, $b = 13$ dm

2. Aşağıda, kenarlarının uzunlukları verilen karelerin çevrelerini hesaplayınız.

a) 15 mm b) 9 cm c) 26 m

Dikdörtgenin Alanı

1. Bir ABCD dikdörtgeni üzerinde bulunduğu P düzlemini, aşağıdaki biçimde üç kümeye ayırır.



a) Dikdörtgenin içindeki noktaların kümesi.

b) Dikdörtgenin dışındaki noktaların kümesi.

c) Dikdörtgenin kendisi.

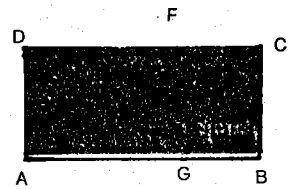
Dikdörtgenin içindeki noktaların oluşturduğu kümeye, dikdörtgenin **iç bölgesi,** dışındaki noktaların oluşturduğu kümeye de, dikdörtgenin **dış bölgesi** denir.

Yandaki dikdörtgende :

a) E noktası ABCD dikdörtgeninin içindedir.

b) F noktası ABCD dikdörtgeninin dışındadır.

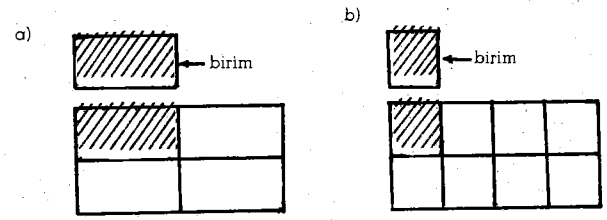
c) A, G, B, C, D noktaları ABCD dikdörtgeninin üzerindedir.



Bir dikdörtgen ile iç bölgesinin birleşim kümesine **kapalı bölge, ya da dikdörtgensel bölge** denir.

2. Dikdörtgensel bölge sürekli bir nicelik olduğundan, büyüklüğü kendi cinsinden seçilen bir kapalı bölge ile karşılaştırılarak bulunur.

Aşağıdaki dikdörtgensel bölgenin büyüklüğü, seçilen iki ayrı birimle karşılaştırılarak bulunmuştur. İnceleyiniz.



a) da, dikdörtgensel bölgenin büyüklüğü 4 birimdir.

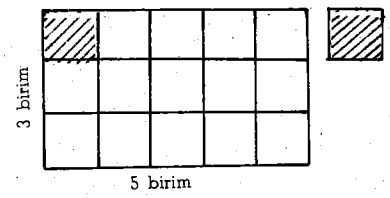
b) de, dikdörtgensel bölgenin büyüklüğü 8 birimdir.

Aynı dikdörtgensel bölgenin büyüklüğünün ölçüsü, seçilen birime göre değişmektedir. Onun için, kapalı bölgelerin büyüklüğünü ölçmede, bir kenarı birim uzunlukta olan bir karesel bölge ölçü birimi olarak seçilir. Yukarıda b) deki birim, karesel bir bölgedir.

Örnekler

1. Örnek : Uzunluğu ve genişliği aynı birimle ölçülen bir dikdörtgensel bölgenin uzunluğu 5 birim, genişliği 3 birimdir. Bu dikdörtgensel bölgenin alanını (büyüklüğünü) bulalım.

Dikdörtgensel bölgeyi aşağıda görüldüğü gibi, karesel bölgelere (birim karelere) ayıralım.



→ Karesel bölge (birim kare)

Yukarıdaki şekilde karesel bölgelerin sayısı 15'tir. Öyleyse, dikdörtgensel bölgenin alanı 15 birim karedir. Bundan sonra, dikdörtgensel bölgenin alanı yerine, dikdörtgenin alanı diyeceğiz. Alanı A ile gösterelim.

A = 15 birim kare'dir.

Dikdörtgenin uzunluk ve genişliğinin ölçülerini çarpalım.

$5 \times 3 = 15$'tir.

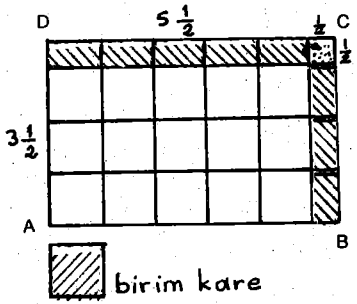
A = 5×3 birim kare

A = 15 birim karedir.

2. Örnek : Uzunluğu $5\frac{1}{2}$ birim, genişliği $3\frac{1}{2}$ birim olan dikdörtgenin alanını bulalım.

ABCD dikdörtgensel bölgesini yanda görüldüğü gibi, birim karelere ayıralım.

$5 \times 3 = 15$ birim kare ile $8 \times \frac{1}{2}$ tane birim kare ve bir kenarı $\frac{1}{2}$ birim olan küçük bir birim kare elde ederiz.



Dikdörtgenin alanı,

$$A = 15 + \left(8 \times \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right)$$

$$A = 15 + \frac{8}{2} + \frac{1}{4}$$

$A = (15 + 4) + \frac{1}{4}$ **(Toplamada birleşim özeliği)**

$A = 19 + \frac{1}{4}$

$A = 19\ \frac{1}{4}$ birim kare olur.

$5\ \frac{1}{2}$ ile $3\ \frac{1}{2}$ 'yi çarpalım

$5\ \frac{1}{2} \times 3\ \frac{1}{2} = \frac{11}{2} \times \frac{7}{2}$

$= \frac{77}{4}$

$= 19\ \frac{1}{4}$ olur. Öyleyse,

$A = 5\ \frac{1}{2} \times 3\ \frac{1}{2} = 19\ \frac{1}{4}$ birim kare'dir.

Dikdörtgenin alanı, aynı birimle ölçülen uzunluk ve genişliğinin ölçüleri çarpımına eşittir.

Genel olarak, dikdörtgenin uzunluğu a birim, genişliği b birim olduğuna göre,

$A = a \times b$ birim kare'dir.

3. Örnek : Uzunluğu $a = 7$ cm, genişliği $b = 5$ cm olan dikdörtgenin alanını bulalım.

$A = a \times b$ birim kare,

$A = 7 \times 5$ cm²

$A = 35$ cm²'dir.

4. Örnek : Bir kenarının uzunluğu a birim olan karenin alanını bulalım.

Kare bir dikdörtgen olduğundan,

$A = a \times a$ birim kare

$A = a^2$ birim kare olur.

Örnek : $a = 6$ cm olan karenin alanını bulalım.

$A = a^2$ idi.

$A = 6^2$ cm²

$A = 36$ cm² olur.

5. Örnek : Kenarı $a = 8$ cm olan karenin alanını bulalım.

$A = a^2$ birim kare

$A = 8^2$ cm²

$A = 8 \times 8$ cm²

$A = 64$ cm²'dir.

Uzunluklar yaklaşık olarak ölçüldüğünden, alanlar da yaklaşık olarak ölçülmüş olur.

Alıştırmalar

1. Aşağıda, kenarlarının uzunlukları verilen dikdörtgenlerin alanlarını hesaplayınız.

a) $a = 8$ m , $b = 7$ m

b) $a = 6\ \frac{1}{2}$ cm , $b = 2\ \frac{3}{4}$ cm

c) $a = 2{,}5$ dm , $b = 1{,}2$ dm

2. Aşağıda, kenarlarının uzunlukları verilen karelerin alanlarını hesaplayınız.

a) 4,5 m b) 24 cm c) 3,4 dm

Alan Ölçüsü Birimleri

Kenar uzunluğu 1 m olan kare, alan ölçüsü birimi olarak seçilir. Adına "**1 metre kare**" denir, kısaca "1 m²" ile gösterilir.

Metre Karenin Askatları

1. Sıranızın yüzü, kitabınızın yüzü, kibrit kutusunun yüzü gibi kapalı bölgeler m² ile ölçülmez. Böyle alanları ölçmek için, m²'den daha küçük ölçü birimlerine gereksinme vardır. Bu ölçü birimlerine **metre karenin askatları** denir.

Metre karenin Askatları

$1\ m^2 = 100\ dm^2$	$1\ dm^2 = 0{,}01\ m^2$
$1\ m^2 = 1000\ cm^2$	$1\ cm^2 = 0{,}0001\ m^2$
$1\ m^2 = 1000\,000\ mm^2$	$1\ mm^2 = 0{,}000\,001\ m^2$

2. Desimetre kare : Kenar uzunluğu 1 dm olan kareye, **desimetre kare** denir. Kısaca "dm^2" ile gösterilir. $1\ m = 10\ dm$ olduğundan,

$1\ m^2 = 10 \times 10\ dm^2 = 100\ dm^2$'dir.

3. Santimetre kare : Kenar uzunluğu 1 cm olan kareye, **santimetre kare** denir. Kısaca "cm^2" ile gösterilir.
$1\ m = 100\ cm$ olduğundan,

$1\ m^2 = 100 \times 100\ cm^2 = 10\,000\ cm^2$'dir.

4. Milimetre kare : Kenar uzunluğun 1 mm olan kareye, **milimetre kare** denir. Kısaca "mm^2" ile gösterilir. $1\ m = 1000\ mm$ olduğundan,

$1\ m^2 = 1000 \times 1000\ mm^2 = 1\,000\,000\ mm^2$'dir.

Örnekler

1. Örnek : 0,256376 m^2'yi metre karenin askatları türünden ifade edelim.

$1\ m^2 = 100\ dm^2 = 10000\ cm^2 = 1\,000\,000\ mm^2$ olduğundan,
$0{,}256376\ m^2 = (0{,}256376 \times 100)\ dm^2 = 25{,}6375\ dm^2$'dir.
$0{,}256376\ m^2 = (0{,}256376 \times 10000)\ cm^2 = 2563{,}76\ cm^2$'dir.
$0{,}256376\ m^2 = (0{,}256376 \times 1000000)\ mm^2 = 256376\ mm^2$'dir.

2. Örnek : $3{,}7849\ dm^2$'yi cm^2 ve mm^2'ye çevirelim.
$3{,}7849\ dm^2 = (3{,}7849 \times 100)\ cm^2 = 378{,}49\ cm^2$'dir.
$3{,}7849\ dm^2 = (3{,}7849 \times 10000)\ mm^2 = 37849\ mm^2$'dir.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki boş yerleri tamamlayınız.
   a) $4{,}26\ m^2 = \ldots\ dm^2$
   b) $0{,}375\ dm^2 = \ldots\ cm^2$
   c) $1{,}5218\ dm^2 = \ldots\ mm^2$
   d) $0{,}5684\ m^2 = \ldots\ mm^2$

2. Aşağıdaki boş yerleri örneklerine uygun olarak tamamlayınız.
   a) $3{,}18\ m^2 = 3\ m^2\ 18\ dm^2$
      $7{,}46\ m^2 = \ldots\ m^2 \ldots\ dm^2$
   b) $12{,}86\ dm^2 = 12\ dm^2\ 86\ cm^2$
      $23{,}49\ dm^2 = \ldots\ dm^2 \ldots\ cm^2$
   c) $5{,}6\ cm^2 = 5\ cm^2\ 60\ mm^2$
      $17{,}5\ cm^2 = \ldots\ cm^2 \ldots\ mm^2$
   d) $718{,}48\ cm^2 = 7\ dm^2\ 18\ cm^2\ 48\ mm^2$
      $2526{,}62\ cm^2 = \ldots \quad \ldots \quad \ldots$

Metre Karenin Katları

1. Ülkelerin, denizlerin, göllerin yüzeyleri gibi kapalı bölgeler m^2 ile ölçülmez. Bunları ölçmek için, m^2'den daha büyük ölçü birimlerine gereksinim vardır. Bu ölçü birimlerine **metre karenin katları** denir.

Metre Karenin Katları

$1\ dam^2$	$= 100\ m^2$		
$1\ hm^2$	$= 100\ dam^2$	$= 10000\ m^2$	
$1\ km^2$	$= 100\ hm^2$	$= 10000\ dam^2$	$= 1\,000\,000\ m^2$

2. Dekametre kare : Kenarı 1 dam olan kareye, **dekametre kare** denir. Kısaca "dam^2" ile gösterilir, $1\ dam = 10\ m$ olduğundan,

$1\ dam^2 = 10 \times 10\ m^2 = 100\ m^2$'dir.

3. Hektometre kare : Kenarı 1 hm olan kareye, **hektometre kare** denir. Kısaca "hm^2" ile gösterilir. $1\ hm = 100\ m$ olduğundan,

$1\ hm^2 = 100 \times 100\ m^2 = 10\,000\ m^2$'dir.

4. Kilometre kare : Kenarı 1 km olan kareye, **kilometre kare** denir. Kısaca "km^2" ile gösterilir. $1\ km = 1000\ m$ olduğundan,

$1\ km^2 = 1000 \times 1000\ m^2 = 1\,000\,000\ m^2$'dir.

Örnekler

1. Örnek : 6258465 m^2'yi metre karenin katları türünden ifade edelim.

1 km^2 = 100 hm^2 = 10000 dam^2 = 1 000 000 m^2 olduğundan,

625865 m^2 = (6258465 : 100) dam^2 = 62584,65 dam^2'dir.

6258465 m^2 = (6258465 : 10000) hm^2 = 625,8465 hm^2'dir.

6258465 m^2 = (6258465 : 1000000) km^2 = 6,258465 km^2'dir.

2. Örnek : 256,3 dam^2'yi hm^2 ve km^2'ye çevirelim.

256,3 dam^2 = (256,3 : 100) hm^2 = 2,563 hm^2

256,3 dam^2 = (226,3 : 10000) km^2 = 0,02563 km^2'dir.

Metre karenin katları ve askatları aşağıdaki tabloda gösterilmiştir. İnceleyiniz.

Metre karenin katları	1 km^2	= 1 000 000	m^2	↓
	1 hm^2	= 10 000	m^2	(... × 100)
	1 dam^2	= 100	m^2	↓
Temel birim →	1 m^2			
				(... : 100)
Metre karenin askatları	1 dm^2	= 0,01	m^2	↑
	1 cm^2	= 0,0001	m^2	↑
	1 mm^2	= 0,000001	m^2	↑

Alan ölçüsü birimleri yüzer yüzer büyür ve küçülür.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki boş yerleri tamamlayınız.
   a) 315 m^2 = ... dam^2
   b) 856 dam^2 = ... hm^2
   c) 2518 hm^2 = ... km^2
   d) 28946 dam^2 = ... km^2

2. Aşağıdaki boş yerleri örneklerine uygun olarak tamamlayınız.
   a) 625 m^2 = 6 dam^2 25 m^2
      1242 m^2 = ... dam^2 ... m^2
   b) 231,7 dam^2 = 2 hm^2 31 dam^2 70 m^2
      562,84 dm^2 ... hm^2 ... dam^2 ... m^2
   c) 271,84 hm^2 = 2 km^2 71 hm^2 84 dam^2
      3628, 56 hm^2 = ... km^2 ... hm^2 ... dam^2

Arazi Ölçüsü Birimleri

1. Bağ, bahçe, tarla gibi yeryüzü parçaları arazi ölçüsü birimleri ile ölçülür. 100 m^2'lik alan, arazi ölçüsü birimi olarak seçilir. Adına "1' ar" denir, kısaca "1 a" biçiminde yazılır.

   1 a = 100 m^2'dir.

2. **Dekar :** Ar'ın 10 katına dekar **denir** Kısaca "daa" ile gösterilir.
   1 daa = 10 a = 1000 m^2'dir.

3. **Hektar :** Ar'ın 100 katına **hektar denir.** Kısaca "ha" ile gösterilir.
   1 ha = 10 daa = 100 a = 10 000 m^2'dir.

4. **Desiar :** Ar'ın onda birine **desiar** denir. Kısaca "da" ile gösterilir.
   1 da = 0,1 a = 10 m^2'dir.

5. **Santiar :** Ar'ın yüzde birine **santiar** denir. Kısaca "ca" ile gösterilir.

   1 ca = 0,1 da = 0,01 a = 1 m^2'dir.

Arazi ölçüsü birimleri aşağıdaki tabloda gösterilmiştir. İnceleyiniz.

1 ha	= 10 000 m^2		↓
1 daa	= 1 000 m^2		(... × 10)
1 a	= 100 m^2		↓
da	= 0,1 a = 10 m^2		(... : 10)
ca	= 0,1 da = 0,01 a = 1 m^2		↑

Arazi ölçüsü birimleri onar onar büyür ve küçülür.

Arazi ölçüsü birimleri ile alan ölçüsü birimleri arasındaki ilişki aşağıdaki tabloda gösterilmiştir. İnceleyiniz.

1 a	= 1 dam^2	= 100 m^2
1 ha	= 100 a	= 1 hm^2 = 10 000 m^2

Örnekler

1. **Örnek :** 7,385 a'nın kaç da ve ca olduğunu bulalım.
   7,385 a = (7,385 × 10) da = 73,85 da'dır.
   7,385 a = (7,385 × 100) ca = 738,5 ca'dır.

2. **Örnek :** 5648 a'ın kaç daa ve ha olduğunu bulalım.
5648 a = (5648 : 10) daa = 564,8 daa'dır.
5648 a = (5648 : 100) ha = 56,48 ha'dır.

3. **Örnek :** 2675 m^2'nin kaç daa ettiğini bulalım.
2575 m^2 = 2575 ca = (2575 : 1000) daa = 2,575 daa

4. **Örnek :** 6,82 ha'ın kaç metre kare olduğunu bulalım.
6,82 ha = 6,82 hm^2 = 6,82 × 10000 m^2 = 68200 m^2 'dir.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki boş yerleri tamamlayınız.
   a) 9,25 a = ... da
   b) 0,527 a = ... ca
   c) 5,324 da = ... ca
   d) 0,346 a = ... ca

2. Aşağıdaki boş yerleri tamamlayınız.
   a) 564 a = ... daa
   b) 248 a = ... ha
   c) 3576 a = ... ha
   d) 384 daa= ... ha

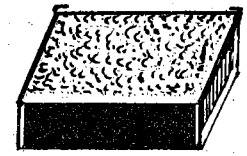
3. Aşağıdaki boş yerleri örneklerine uygun olarak tamamlayınız.
   a) 5,8 daa = 5 daa 8 a
      3,4 daa = ... daa ... a
   b) 7,34 ha = ha 3 daa 4 a
      6,54 ha = ... ha ... daa ... a
   c) 12,548 ha = 12 ha 5 daa 4 a 8 da
      38,714 ha = ...

4. Aşağıdaki boş yerleri örneklerine uygun olarak tamamlayınız.
   a) 17,8 ha = 17,8 hm^2
      14,3 ha = ... hm^2
   b) 3,9 ca = 3,9 m^2
      91,8 ca = ... m^2
   c) 24,365 ha = 24,365 hm^2 = 24 3650 m^2
      7, 4528 ha = ... hm^2 = ... m^2

8-2. Dikdörtgenler Prizması, Alan ve Hacmi

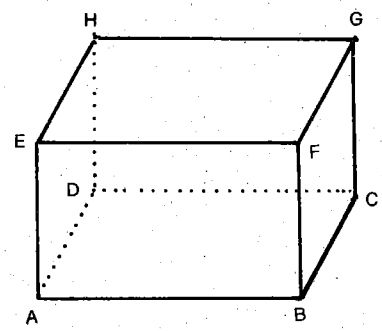
Dikdörtgenler Prizması

1. Elimize bir kibrit kutusu alarak inceleyelim. Kibrit kutusunun 6 tane yüzü olduğunu görürüz. Bu 6 yüzün her biri birer dikdörtgensel bölgedir. Bu altı yüzün oluşturduğu kapalı bölgeye (noktalar kümesine), **dikdörtgenler prizması** denir.



Sınıfınız bir dikdörtgenler prizması mıdır?

2. Yanda resmini gördüğümüz ABCDEFGH dikdörtgenler prizmasında :



a) (ABCD) yüzüne **taban,**

b) (ABCD) ve (EFGH) gibi birbirini kesmeyen yüzlere **karşılıklı yüzler,**

c) İki yüzün arakesitleri olan [AB], [BC], [AD] gibi doğru parçalarına **ayrıt,**

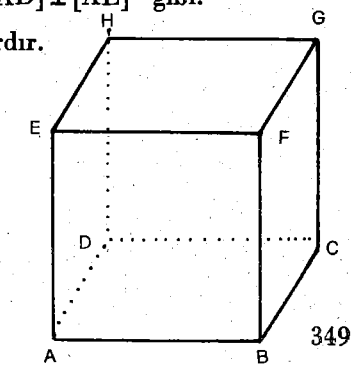
d) [AB] ile [DC] gibi birbirini kesmeyen ayrıtlara **karşılıklı ayrıtlar,**

e) Üç yüzün ortak bir elemanı olan A, B, C, ... noktalarına **köşeler,**

f) Bir köşeden çıkan ayrıtların uzunluklarına, **uzunluk, genişlik, yükseklik** ve bunların üçüne birden **boyut** denir.

3. Dikdörtgenler prizmasında :
   a) Karşılıklı yüzler birbirine paraleldir. (ABCD) // (EFGH) gibi.
   b) Karşılıklı ayrıtlar eştir. [AB] ≅ [DC] ≅ [EF] ≅ [HG] gibi.
   c) Aynı köşeden çıkan ayrıtlar birbirine diktir.
      [AB] ⊥ [AD], [AB] ⊥ [AE], [AD] ⊥ [AE] gibi.
   d) Her yüzde 4 tane dik açı vardır.

4. Boyutları birbirine eş olan dikdörtgenler prizmasına **küp** denir. Yanda resmini gördüğünüz ABCDEFGH küpünde :



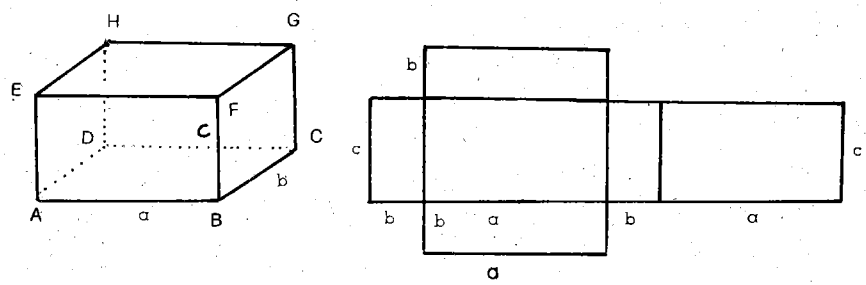
   a) Bütün yüzler karedir.
   b) Bütün ayrıtlar birbirine eştir.

Dikdörtgenler Prizmasının Alanı

1. Dikdörtgenler prizmasının bütün yüzlerinin alanları toplamına, dikdörtgenler prizmasının **alanı** denir.

Uzunluğunun ölçüsü a birim, genişliğinin ölçüsü b birim, yüksekliğinin ölçüsü c birim olan dikdörtgenler prizmasının alanını bulalım.

Dikdörtgenler prizmasının açınımı aşağıda gösterilmiştir. İnceleyiniz.



Dikdörtgenler prizmasında :

$|AB| = |DC| = |EF| = |HG| = a$

$|AD| = |BC| = |EF| = |FG| = b$

$|AE| = |BF| = |DH| = |CG| = c$ olduğundan,

S (ABCD) = a b birim kare

S (EFGH) = a × b " "

S (ABFE) = a × c " "

S (DCGH) = a × c " "

S (ADHE) = b × c " "

S (BCGF) = b × c " " 'dir. Bu 6 dikdörtgenin alanını toplarsak, dikdörtgenler prizmasının alanını buluruz.

$A = a \times b + a \times b + a \times c + a \times c + b \times c + b \times c$

$A = 2 \times (a \times b) + 2 \times (a \times c) + 2 \times (b \times c)$

$A = 2 \times (a \times b + a \times c + b \times c)$ birim karae olur.

Not : S (ABCD), ABCD dikdörtgenler prizmasının alanını gösterir.

Örnek : Boyutları 6 cm, 5 cm ve 3 cm olan dikdörtgenler prizmasının alanını bulalım.

$A = 3$ cm, $b = 5$ cm ve $c = 3$ cm'dir.

$A = 2 \times (6 \times 5 + 6 \times 3 + 5 \times 3)$ cm²

$A = 2 \times (30 + 18 + 15)$ cm²

$A = 2 \times (30 + 18) + 15$ **(Toplamada birleşme özeliği)**

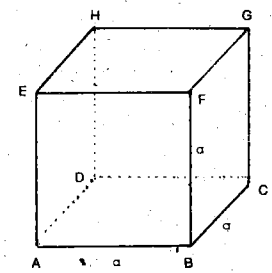
$A = 2 \times (48 + 15)$

$A = 2 \times 63$

$A = 126$ cm² olur.

2. Bir ayrıtının uzunluğu a birim olan küpün alanını bulalım.

Küpün, bütün ayrıtları eş olduğundan, 6 yüzü de eştir. Öyleyse, bir yüzün alanını bulup 6 ile çarparız.



S (ABCD) = axa = a² ve

$A = 6 \times a^2$ birim kare'dir.

Örnek : Ayrıtının ölçüsü 5 cm olan küpün alanını bulalım.

$a = 5$ cm 'dir.

$A = 6 \times a^2$ birim kare

$A = 6 \times 5^2$ cm²

$A = 6 \times 25$ cm²

$A = 150$ cm² olur.

Alıştırmalar

1. Aşağıda, boyutları verilen dikdörtgenler prizmalarının alanlarını hesaplayınız.

a) $a = 12$ cm, $b = 8$ cm, $c = 7$ cm

b) $a = 5\frac{1}{2}$ dm, $b = 4\frac{2}{3}$ dm, $c = 3\frac{3}{4}$ dm

c) $a = 2{,}36$ m, $b = 1{,}25$ m, $c = 0{,}86$ m

2. Aşağıda, ayrıtlarının uzunlukları verilen küplerin alanlarını hesaplayınız.

a) 23 cm b) $3\frac{1}{2}$ dm c) 0,75 m

Dikdörtgen prizmasının Hacmi

1. Sınıflarınız genellikle dikdörtgenler prizması biçimindedir. Bir sinek sınıfınızda uçarken, sınıfın içinde; pencereden dışarıya çıkıp uçarken, sınıfın dışında ve sınıfda duvara konmuşsa, dikdörtgenler prizmasının üzerindedir. Dikdörtgenler prizması uzayı, aşağıdaki biçimde üç kümeye ayırır.

a) Dikdörtgenler prizmasının içindeki noktaların kümesi,

b) Dikdörtgenler prizmasının dışındaki noktaların kümesi,

c) Dikdörtgenler prizmasının kendisi.

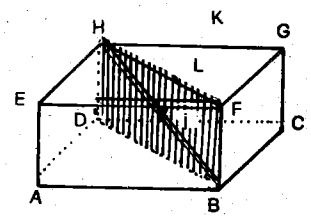
Dikdörtgenler prizmasının içindeki noktalarını oluşturduğu kümeye dikdörtgenler prizmasının **iç bölgesi,** dışındaki noktaların oluşturduğu kümeye de **dış bölgesi** denir.

Yandaki ABCDEFGH dikdörtgenler prizmasında :

a) İ noktası dikdörtgenler pirizmasının içindedir.

b) K noktası dikdörtgenler prizmasının dışındadır.

c) A, B, C, D, E, F, G, H, L noktaları dikdörtgenler prizmasının üzerindedir.



Bir dikdörtgenler prizması ile iç bölgesinin birleşim kümesine, **dikdörtgensel cisim** denir.

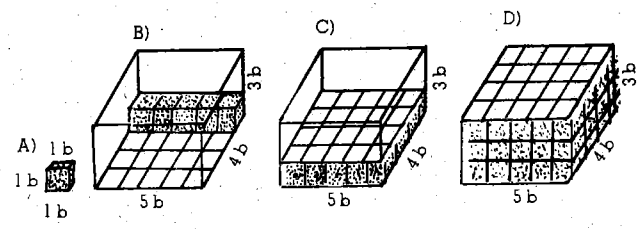
2. Her dikdörtgensel cismin bir **hacmi** vardır. Dikdörtgensel cismin hacmi yerine, dikdörtgenler prizmasının hacmi diyeceğiz. Dikdörtgenler prizmasının hacmi sürekli bir nicelik olduğundan, büyüklüğü kendi cinsinden seçilen bir hacim ile karşılaştırılarak bulunur.

Cisimlerin hacimlerini ölçmede, bir ayrıtı birim uzunlukta olan küpün hacmi ölçü birimi olarak seçilir. Cisimler seçilen bu ölçü birimlerine ayrılır. Cisim ne kadar ölçü birimine ayrılmışsa, hacmi o kadar ölçü birimi olur.

Örnekler

1. Örnek : Boyutları 5 birim, 4 birim ve 3 birim olan dikdörtgenler prizmasının hacmini bulalım.

Aşağıdaki şekilleri inceleyiniz.



a) A'da ayrıtı 1 birim olan küpün hacmi ölçü birimi olarak seçilmiştir.

b) B şeklinde dikdörtgenler prizmasının tabanında bir sıraya 5 tane birim küp yerleştirilmiştir.

c) C şeklinde dikdörtgenler prizmasının tabanına, B'deki sıradan 4 sıra, 4×5 birim küp yerleştirilmiştir.

d) D şeklindeki dikdörtgenler prizması içine, C şeklinin tabanına yerleştirilen birim küplerden 3 kat, $3 \times (4 \times 5$ birim küp) yerleştirilmiştir.

Yukarıdaki açıklamalara göre, boyutları 5 birim, 4 birim ve 3 birim olan dikdörtgenler prizmasının hacmi :

Tabanda bir sırada : 5 birim küp vardır.
Tabanda 4 sırada : 4×5 birim küp $= 20$ birim küp vardır.
3 katta : 3×20 birim küp $= 60$ birim küp vardır.

Dikdörtgenler prizmasının hacmini H ile gösterelim.

$H = 5 \times 4 \times 3$ birim küp
$H = (5 \times 4) \times 3$ birim küp **(Çarpmada birleşme özeliği)**
$H = 20 \times 3$ birim küp
$H = 60$ birim küp'tür.

2. Örnek : Boyutları $5\frac{1}{2}$ birim, $4\frac{2}{3}$ birim ve $3\frac{3}{4}$ birim olan dikdörtgenler prizmasının hacmini bulalım.

$$H = 5\frac{1}{2} \times 4\frac{2}{3} \times 3\frac{3}{4} \text{ birim küp}$$

$H = \frac{11}{2} \times \frac{14}{3} \times \frac{15}{4}$ birim küp

$H = \left(\frac{11}{2} \times \frac{14}{3}\right) \times \frac{15}{4}$ birim küp **(Çarpmada birleşme özeliği)**

$H = \frac{154}{6} \times \frac{15}{4}$ birim küp

$H = \frac{2310}{24}$ birim küp

$H = \frac{385}{4}$ birim küp

$H = 96\frac{1}{4}$ birim küp'tür.

Dikdörtgenler prizmasının hacmi, aynı birimle ölçülen uzunluk, genişlik ve yüksekliğinin ölçüleri çarpımına eşittir.

Genel olarak, dikdörtgenler prizmasının uzunluğu a birim, genişliği b birim ve yüksekliği c birim olduğuna göre,

$H = a \times b \times c$ birim küp'tür.

3. Örnek : Uzunluğu a = 8 cm, genişliği b = 6 cm ve yüksekliği c = 4 cm olan dikdörtgenler prizmasının hacmini bulalım.

$H = a \times b \times c$ birim küp
$H = 8 \times 6 \times 6$ cm^3
$H = (8 \times 6) \times 6$ cm^3 " **(Çarpmada birleşim özeliği)**
$H = 48 \times 6$ cm^3 "
$H = 288$ cm^3 " 'tür.

4. Örnek : Ayrıtı a birim uzunlukta olan küpün hacmini bulalım.

Küp bir dikdörtgenler prizması olduğundan,

$H = a \times a \times a$ birim küp
$H = a^3$ birim küp olur.

5. Örnek : Ayrıt a = 5 cm olan küpün hacmini bulalım.

$H = a^3$ birim küp
$H = 5^3$ cm^3
$H = 5 \times 5 \times 5$ cm^3 **(Çarpmada birleşme özeliği)**
$H = 25 \times 5$ cm^3
$H = 125$ cm^3 'tür.

Alıştırmalar

1. Aşağıda, boyutları verilen dikdörtgenler prizmalarının hacimlerini hesaplayınız.

a) a = 12 cm, b = 7 cm, c = 4 cm

b) $a = 4\frac{1}{3}$ dm, $b = 3\frac{1}{2}$ dm, $c = 5\frac{2}{4}$ dm

c) a = 2,4 m, b = 1,6 m, c = 0,6 m

2. Aşağıda, boyutları verilen küplerin hacimlerini hesaplayınız.

a) 15 cm b) $6\frac{3}{4}$ dm c) 0,9 m

Hacim Ölçüsü Birimleri

1. Ayrıt uzunluğu 1 m olan küp, hacim ölçüsü birimi olarak seçilir. Adına "1 metre küp" denir. kısaca "1 m^3" ile gösterilir.

Metre Küpün Askatları :

1 m^3 = 1 000	dm^3	→ 1 dm^3	= 0,001 m^3
1 m^3 = 1 000 000	cm^3	→ 1 cm^3	= 0,000 001 m^3
1 m^3 = 1 000 000 000	mm^3	→ 1 mm^3	= 0,000 000 001 m^3

2. Desimetre küp : Ayrıt uzunluğu 1 dm olan küpe, **desimetre küp** denir. Kısaca "dm^3" ile gösterilir. 1 m = 10 dm olduğundan,

1 $m^3 = 10 \times 10 \times 10$ $dm^3 = 1000$ dm^3'tür.

3. Santimetre küp : Ayrıt uzunluğu 1 cm olan küpe, **santimetre küp** denir. Kısaca "cm^3" ile gösterilir. 1 m = 100 cm olduğundan,

1 $m^3 = 100 \times 100 \times 100$ $cm^3 = 1\,000\,000$ cm^3'tür.

4. Milimetre küp : Ayrıt uzunluğu 1 mm olan küpe, **milimetre küp** denir. Kısaca "mm^3" ile gösterilir. 1 m = 1000 mm olduğundan,

1 $m^3 = 1000 \times 1000 \times 1000$ $mm^3 = 1\,000\,000\,000$ mm^3'tür.

Örnekler

1. Örnek : 5,648 m^3 kaç dm^3'tür? Hesaplayalım.

1 m^3 = 1000 dm^3 olduğundan,

5,648 m^3 = (5,648 × 1000) dm^3 = 5648 dm^3'tür.

2. Örnek : 0,975 m^3 kaç cm^3'tür? Hesaplayalım.

1 m^3 = 1 000 000 cm^3 olduğundan,

0,975 m^3 = (0,975 × 1 000 000) cm^3 = 975 000 cm^3'tür.

3. Örnek : 0,084 m^3 kaç mm^3'tür? Hesaplayalım.

1 m^3 = 1 000 000 000 mm olduğundan,

0,084 m^3 = 0,084 × 1 000 000 000 mm^3 = 84 000 000 mm^3'tür.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki boş yerleri tamamlayınız.
   a) 6,55 m^3 = ... dm^3
   b) 0,716 dm^3 = ... cm^3
   c) 9,015 dm^3 = ... mm^3
   d) 0,246 m^3 = ... cm^3

2. Aşağıdaki boş yerleri örneklerine uygun olarak tamamlayınız.
   a) 2,549 m^3 = 2 m^3 549 dm^3
      16,056 m^3 = ...
   b) 45,718 dm^3 = 45 dm^3 718 cm^3
      343,542 dm^3 = ...
   c) 746,1856 dm^3 = 746 dm^3 185 cm^3 600 mm^3
      29,0365 dm^3 = ...

Metre küpün Katları

1 dam^3 = 1 000 m^3
1 hm^3 = 1 000 dam^3 = 1 000 000 m^3
1 km^3 = 1 000 hm^3 = 1 000 000 dam^3 = 1 000 000 000 m^3

1. Dekametre küp : Ayrıt uzunluğu 1 dam olan küpe **dekametre küp** denir. Kısaca "dam^3" ile gösterilir. 1 dam = 10 m olduğundan,

1 dam^3 = 10 × 10 × 10 m^3 = 1000 m^3'tür.

2. Hektometre küp : Ayrıt uzunluğu 1 hm olan küpe **hektometre küp** denir. Kısaca "hm^3" ile gösterilir. 1 hm = 100 m olduğundan,

1 hm^3 = 100 × 100 × 100 m^3 = 1 000 000 m^3'tür.

3. Kilometre küp : Ayrıt uzunluğu 1 km olan küpe **kilometre küp** denir. Kısaca "km^3" ile gösterilir. 1 km = 1 000 m olduğundan,

1 km^3 = 1000 × 1000 × 1000 m^3 = 1 000 000 000 m^3'tür.

Örnekler :

1. Örnek : 5386 m^3 kaç dam^3'tür? Hesaplayalım.

1 dam^3 = 1 000 m^3 olduğundan,

5386 m^3 = (5386 : 1000) dam^3 = 5,386 dam^3'tür.

2. Örnek : 2527 dam^3 kaç hm^3'tür? Hesaplayalım.

1 hm^3 = 1000 dam olduğundan,

2527 dam^3 = (2527 : 1000) hm^3 = 2,527 hm^3'tür.

3. Örnek : 7248 hm^3 kaç km^3'tür? Hesaplayalım.

1 km^3 = 1000 hm^3 olduğundan,

7248 hm^3 = (7248 : 1000) km^3 = 7,248 km^3'tür.

Metre küpün katları ve askatları aşağıdaki tabloda gösterilmiştir. İnceleyiniz.

Metre küpün katları	1 km^3	= 1 000 000 000	m^3	↓ (... × 1000)
	1 hm^3	= 1 000 000	m^3	
	1 dam^3	= 1 000	m^3	
Temel birim ⟶	1 m^3			(... : 1000)
Metre küpün askatları	1 dm^3	= 0,001	m^3	↑
	1 cm^3	= 0,000 001	m^3	
	1 mm^3	= 0,000 000 001	m^3	

Hacim ölçüsü birimleri biner biner büyür ve küçülür.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki boş yerleri tamamlayınız.
   a) 22387 m^3 = ... dam^3
   b) 48716 dam^3 = ... hm^3
   c) 7863 hm^3 = ... km^3
   d) 248716 m^3 = ... hm^3

2. Aşağıdaki boş yerleri örneklerine uygun olarak tamamlayınız.
   a) 5748 m^3 = 5 dam^3 748 m^3
      26317 m^3 = ...
   b) 52674 dam^3 = 52 hm^3 674 dam^3
      3718 dam^3 = ...
   c) 348765 hm^3 = 348 km^3 765 hm^3
      25304 hm^3 = ... km^3 ... hm^3

Sıvı ölçüsü Birimleri

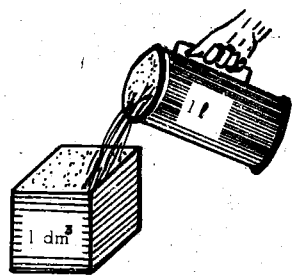
1. Süt, sirke, benzin, gazyağı gibi sıvı cisimlerin hacimlerini ölçmek için, 1 dm^3'lük hacim, ölçü birimi olarak seçilir. Adına "**1 litre**" denir, kısaca "*l*" ile gösterilir.

Biçimi ne olursa olsun,
1 dm^3'lük hacim 1 litredir.

1 *l* = 1 dm^3 hacmindedir.

Litrenin Askatları :

1 *l* = 10	dl	→ 1 dl = 0,1 · *l*
1 *l* = 100	cl	→ 1 cl = 0,01 *l*
1 *l* = 1000	ml	→ 1 ml = 0,001 *l*



2. **Desilitre** : Litrenin onda birine **desilitre** denir, kısaca "dl" ile gösterilir.

1 *l* = 10 dl'dir.

3. **Santilitre** : Litrenin yüzde birine **santilitre** denir, kısaca "cl" ile gösterilir.

1 *l* = 100 cl'dir.

4. **Mililitre** : Litrenin binde birine **mililitre** denir, kısaca "ml" ile gösterilir.

1 *l* = 1000 ml'dir.

Örnekler :

1. Örnek : 0,578 l'yi litrenin askatları türünden ifade edelim.
   1 *l* = 10 dl = 100 cl = 1000 ml olduğundan,
   0,578 *l* = (0,578 × 10) dl = 7,58 dl'dir.
   0,578 *l* = (0,578 × 100) cl = 57,8 cl'dir.
   0,578 *l* = (0,578 × 1000) ml = 578 ml'dir.

2. Örnek : 6,385 dl'i cl ve ml'ye çevirelim.
   6,385 dl = (6,385 × 10) cl = 63,85 cl'dir.
   6,385 dl = (6,385 × 100) ml = 638,5 ml'dir.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki boş yerleri tamamlayınız.
   a) 7,86 l = ... dl.
   b) 0,963 *l* = ... cl.
   c) 7,314 *l* = ... ml

2. Aşağıdaki boş yerleri örneklerine uygun olarak tamamlayınız.
   a) 9,843 *l* = 9 *l* 8 dl 4 cl 3 ml
      9,528 *l* = ...
   b) 0,48 dl = 4 cl 8 ml
      0,75 dl = ...
   c) 25,3 cl = 2 dl 5 cl 3 ml
      37,8 cl = ...
   d) 5,84 *l* = 5 *l* 8 dl 4 cl
      2,34 *l* = ...

Litrenin Katları

1 dal	= 10 *l*		
1 hl	= 10 dal	= 100 *l*	
1 kl	= 10 hl	= 100 dal	= 1000 *l*

1. Dekalitre : Litrenin on katına **dekalitre** denir, kısaca "dal" ile gösterilir.

1 dal = 10 *l*'dir.

2. Hektolitre : Litrenin yüz katına **hektolitre** denir, kısaca "hl" ile gösterilir.

3. Kilolitre : Litrenin bin katına **kilolitre** denir, kısaca "kl" ile gösterilir.

1 kl = 1000 *l*'dir.

Örnekler :

1. Örnek : 2386 *l*'yi litrenin katları türünden yazalım.

1 kl = 10 hl = 100 dal = 1000 *l* olduğundan,

2386 *l* = (2386 : 10) dal = 238,6 dal'dir.

2386 *l* = (2386 : 100) hl = 23,86 hl'dir.

2386 *l* = (2386 : 1000) kl = 2,386 kl'dir.

2. Örnek : 582,4 dal'yi hl ve kl'ye çevirelim.

582,4 dal = (582,4 : 10) hl = 58,24 hl'dir.

582,4 dal = (582,4 : 100) kl = 5,824 kl'dir.

Litrenin katları ve askatları aşağıdaki tabloda gösterilmiştir. İnceleyiniz.

Litrenin katları	1 kl = 1000 *l*	
	1 hl = 100 *l*	
	1 dal = 10 *l*	↓
		(... × 10)
Temel birim ⟶	1 *l*	
		(... : 10)
	1 dl = 0,1 *l*	↑
Litrenin askatları	1 cl = 0,01 *l*	
	1 ml = 0,001 *l*	

Sıvı ölçüsü birimleri onar onar büyür ve küçülür.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki boş yerleri tamamlayınız.
   a) 2718 *l* = ... dal
   b) 3728 dal = ... hl
   c) 587 hl = ... kl

2. Aşağıdaki boş yerleri örneklerine uygun olarak tamamlayınız.
   a) 6527 *l* = 6 kl 5 hl 2 dal 7 *l*
      2434 *l* = ...
   b) 248,576 *l* = 2 hl 4 dal 8 *l* 5 dl 7 cl 6 ml
      564,043 *l* = ...

3. Aşağıdaki boş yerleri örneklerine uygun olarak tamamlayınız.
   a) 1 dm^3 = 1 *l* b) 1 m^3 = 1000 dm^3 = 1000 *l*
      315 dm^3 = ... *l* 6 m^3 = ... = ...
   c) 2548 dm^3 = 2548 *l* = 2 kl 5 hl 4 dal 8 *l*
      7627 dm^3 = ... = ...
   d) 518 *l* = 518 dm^3
      736 *l* = ...
   e) 5628 *l* = 5628 dm^3 = 5 m^3 628 dm^3
      3936 *l* = ... = ...

8-3. Kütle, Ölçmesi ve Birimleri

Kütle ve Ağırlık

1. 7. bölümde doğru parçası ve açıları ölçmeyi, 8. bölümde alan ve hacimleri ölçmeyi öğrendiniz. Bu ölçülerin hepsi uzayla ilgilidir. Uzayla ilgili olmayan, fakat ölçülebilen ağırlık, zaman, sıcaklık gibi şeyler de vardır. Bunlardan ağırlığı ele alalım.

2. Uzaya fırlattığınız bir taş, ağaçta olgunlaşan bir elma, uçaktan atılan bir cisim hızla yere düşer. Cisimler, **yer çekimi kuvveti** denilen bir kuvvet tarafından, yerkürenin merkezine doğru çekilirler. Bir cisme etki eden yerçekimi kuvvetine, cismin **ağırlığı** denir.

3. Bir cismin ağırlığı (cisme etki eden yerçekimi kuvveti), her yerde aynı değildir. Bir cisim, İstanbul'da başka, Londra'da başka, Ağrı Dağı'nın doruğunda başka ve uzay gemisinde başka ağırlıktadır. Ci-

simler yerkürenin merkezinden uzaklaştıkça ağırlıkları azalır. Bir cismin ağırlığı yerkürenin merkezine olan uzaklığına göre değiştiği halde, cismi oluşturan maddenin miktarı değişmez. Cismin değişmeyen madde miktarına, cismin **kütlesi** denir. Bir cismin kütlesini ölçmek için, + 4°c derecedeki 1 dm^3'lük arı suyun kütlesi ölçü birimi olarak seçilir. Adına "**1 kilogram**" denir, kısaca "kg" ile gösterilir.

Bir cismin kütlesi, terazide kütle birimi olan kilogram, kilogramın askatları ya da kilogramın katları ile dengelenerek ölçülür.

+ 4°c derecedeki 1 cm^3'lük arı suyun kütlesi de ölçü birimi olarak seçilebilir. Adına "1 gram" denir, kısaca "g" ile gösterilir.

Ağırlık Ölçüsü Birimleri

Gramın katları :

1 dag = 10 g
1 hg = 10 dag = 100 g
1 kg = 10 hg = 100 dag = 1000 g

1. Dekagram : Gramın on katına **dekagram** denir. Kısaca "dag" ile gösterilir.

1 dag = 10 g'dır.

2. Hektogram : Gramın yüz katına **hektogram** denir. Kısaca "hg" ile gösterilir.

1 hg = 100 'dır.

3. Kilogram : Gramın bin katına **kilogram** denir. Kısaca "kg" ile gösterilir.

1 kg = 1000 g'dır.

Örnekler

1. Örnek : 5384 g'ı gramın katları türünden ifade edelim.

1 kg = 10 hg = 100 dag = 1000 kg olduğundan,

5384 g = (5384 : 10) dag = 538,4 dag'dır.

5384 g = (5384 : 100) hg = 53,84 hg'dır.

5384 g = (5384 : 1000) kg = 5,384 kg'dır.

2. Örnek : 789,3 dag'ı hg ve kg'a çevirelim.

789,3 dag = (789,3 : 10) hg = 78,93 hg'dır.

789,3 dag = (789,3 : 100) kg = 7,893 kg'dır.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki boş yerleri tamamlayınız.

a) 5346 g = ... dag

b) 387 hg = ... kg

c) 738 dag = ... hg

d) 1387 g = ... kg

2. Aşağıdaki boş yerleri örneklerine uygun olarak tamamlayınız.

a) 8945 g = 8 kg 9 hg 4 dag 5 g

2072 g = ...

b) 736,4 dag = 7 kg 3 hg 6 dag 4 g

317,9 dag = ...

c) 0,716 kg = 7 hg 1 dag 6 g

4,028 kg = ...

Gramın Askatları

1 g = 10 dg ⟶ 1 dg = 0,1 g
1 g = 100 cg ⟶ 1 cg = 0,01 g
1 g = 1000 mg ⟶ 1 mg = 0,001 g

1. Desigram : Gramın onda birine **desigram** denir. Kısaca "dg" ile gösterilir.

1 g = 10 dg'dır.

2. Santigram : Gramın yüzde birine **santigram** denir. Kısaca "cg" ile gösterilir.

1 g = 100 cg'dır.

3. Miligram : Gramın binde birine **miligram** denir. Kısaca "mg" ile gösterilir.

1 g = 1000 mg'dir.

Örnekler

1. Örnek : 2,728 g'ı gramın askatları türünden ifade edelim.

1 g = 10 dg = 100 cg = 1000 mg olduğundan,

2,728 g = (2,728 × 10) dg = 27,28 dg'dır.

2,728 g = (2,728 × 100) cg = 272,8 cg'dır.

2,728 g = (2,728 × 1000) mg = 2728 mg'dır.

2. Örnek : 4,348 dg'ı cg ve mg'a çevirelim.

4,348 dg = (4,348 × 10) cg = 43,48 cg'dır.

4,348 dg = (4,348 × 100) mg = 434,8 mg'dır.

Gramın katları ve askatları aşağıdaki tabloda gösterilmiştir. İnceleyiniz.

Gramın katları	1 kg = 1000 g	
	1 hg = 100 g	
	1 dag = 10 g	↓ (... × 10)
Temel birim	→ 1 g	
		(... : 10) ↑
Gramın askatları	1 dg = 0,1 g	
	1 cg = 0,01 g	
	1 mg = 0,001 g	

Ağırlık ölçüsü birimleri onar onar büyür ve küçülür.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki boş yerleri tamamlayınız.

a) 7,324 g = 7 g 3 dg 2 cg 4 mg

5,741 g = ...

b) 2,51 dg = 2 dg 5 cg 1 mg

6,63 dg = ...

c) 548,736 g = 5 hg 4 dag 8 g 7 dg 3 cg 6 mg

2327,359 g = ...

2. Aşağıdaki boş yerleri örneklerine uygun olarak tamamlayınız.

a) 3,752 g = 3 g 5 dg 7 cg 2 mg

8,265 g = ...

b) 0,58 dg = 5 cg 8 mg

0,93 dg = ...

c) 3786,564 g = 3 kg 7 hg 8 dag 6 g 5 dg 6 cg 4 mg

5074,943 g = ...

Kilogramın Katları

1 q = 100 kg

1 t = 10 q = 1000 kg

1. Kental : Kilogramın yüz katına **kental** denir. Kısaca "q" ile gösterilir.

q = 100 kg'dır.

2. Ton : Kilogramın bin katına **ton** denir. Kısaca "t" ile gösterilir.

1 t = 1000 kg'dır.

Örnekler

1. Örnek : 7856 kg'ı kilogramın katları türünden ifade edelim.

7856 kg = (7856 : 100) q = 78,56 q'dir.

7856 kg = (7856 : 1000) t = 7,856 t'dır.

2. Örnek : 786 q kaç tondur. Hesaplayalım.

786 q = (786 : 10) t = 78,6 t'dur.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki boş yerleri tamamlayınız.

a) 2345 kg = ... q b) 5823 q = ... t

c) 6782 hg = ... q d) 3528 dag = ... t

2. Aşağıdaki boş yerleri örneklerine uygun olarak tamamlayınız.

a) 5,327 t = 5 t 3 q 27 kg

7,543 t = ...

b) 25,84 q = 2 t 5 q 84 kg

c) 26,5327 t = 26 t 5 q 32 kg 7 hg

t = ...

8-4. Zaman, Ölçülmesi ve Birimleri

Zaman ve ölçülmesi

Günlük yaşantımızda :

Maça saat kaçta gideceksiniz?

Kaç yaşındasınız?

Bir ders kaç dakika sürüyor?

Saat kaçta yatıyorsunuz?

Geziniz kaç gün sürdü?

gibi sorularla karşılaşırız. Böyle soruların hepsi zamanla ilgilidir. Bu sorulara cevap verirken zaman ölçüsü birimlerini kullanırız. Zamanı ölçmek için kendi türünden bir ölçü birimi seçilir. Yerkürenin kendi ekseni etrafında bir kez tam dönmesi için geçen süre, zaman ölçüsü birimi olarak seçilir. Adına "1 gün" denir, kısaca "gü" ile gösterilir.

Zaman Ölçüsü birimleri

$1\ \text{Sa} = \frac{1}{24}\ \text{gü} \longrightarrow 1\ \text{gü} = 24\ \text{Sa}$

$1\ \text{d} = \frac{1}{60}\ \text{Sa} \longrightarrow 1\ \text{sa} = 60\ \text{d}$

$1\ \text{sn} = \frac{1}{60}\ \text{d} \longrightarrow 1\ \text{d} = 60\ \text{sn}$

1 hafta = 7 gü

1 ay ≈ 4,5 hafta ≈ 30 gü

1 yıl = 12 ay ≈ 52 hafta ≈ 365 gü

1 yüzyıl (asır) = 100 yıllık süre

1. Saat : Bir günün yirmi dörtte birine **saat** denir. Kısaca "sa" ile gösterilir.

1 gü = 24 sa'tır.

2. Dakika : Bir saatin altmışta birine **dakika** denir. Kısaca "d" ile gösterilir.

1 sa = 60 d'dır.

3. Saniye : Bir dakikanın altmışta birine **saniye** denir. Kısaca "sn" ile gösterilir.

1 d = 60 sn'dir.

4. Hafta : Yedi günlük süreye **hafta** denir.

1 hafta = 7 gü

5. Yerkürenin Güneş etrafında bir kez tam dönmesi için geçen süreye, "**1 yıl**" denir. Bu süre ya da bir yıl, yaklaşık olarak 365 gün 6 saattir. Bir yıl, 365 gün olarak alınır. Artan 6 saatler dört yılda bir, birleştirilerek elde edilen 1 gün, 365 güne katılır. Böylece dört yılda, 1 yıl, 366 gün olur. 366 gün süreli yıllara **artık yıl** denir.

1 yıl ≈ 365 gü'dür.

Yılları gösteren sayılar 4 ile bölünebiliyorsa, o yıllar artık yıllardır. Örneğin, 1972, 1976, 1980 yılları gibi. Yalnız yılları gösteren sayıların son iki rakamı sıfır ise, bu iki sıfır atıldıktan sonra elde edilen sayılar 4 ile bölünebiliyorsa, o yıllar artık yıllardır. Örneğin, 1600, 1200 yılları artık yıl : 1500, 1700 yılları ise artık yıl değildir.

6. Ay : 30 ya da 31 güne **bir ay** denir. Kimi aylar 30 gün, kimi aylar 31 gündür. Şubat ayı 28 gündür. Şubat ayı artık yıllarda 29 gündür.

7. Yüzyıl (Asır) : 100 yıla, "1 asır ya da yüzyıl" denir.

1 yüzyıl (Asır) = 100 yıl

8. Milattan Önce (M. Ö.) ve Milattan Sonra (M. S.) :

İsa Peygamberin doğumundan önce geçen zamana, Milattan önce denir, kısaca (M. Ö.) ile gösterilir. İsa Peygamber'in doğumundan sonra geçen zamana da Milattan Sonra denir. Kısaca (M. S.) ile gösterilir.

Örnekler

1. Örnek : 1 günü, sa, d ve sn türünden ifade edelim.

1 gü = 24 Sa'dır.

1 gü = (24 × 60) d = 1440 d'dır.

1 gü = 24 sa = 1440 d = (1440 × 60) sn = 86400 sn'dir.

2. Örnek : Sabah saat 7'yi 25 dakika geçe ile akşam 7'yi 25 dakika geçeyi nasıl yazarız?

Yazalım.

Sabah 7'yi 25 dakika geçe, 7.25 biçiminde akşam, 7'yi 25 dakika geçe de, 19.25 biçiminde yazılır.

3. Örnek : Bir öğrenci akşam yemeğinden sonra 1 sa 40 d 50 sn, sabah kalkınca da 1 sa 30 d 40 sn ders çalışıyor. Öğrencinin akşam ve sabah ders çalışma süresini hesaplayalım.

$$\begin{array}{r} 1 \text{ sa } 40 \text{ d } 50 \text{ sn} \\ +\ 1 \text{ sa } 30 \text{ d } 40 \text{ sn} \\ \hline 2 \text{ sa } 70 \text{ d } 90 \text{ sn} \end{array} = 2 \text{ sa } 71 \text{ d } 30 \text{ sn}$$

$$= 3 \text{ sa } 11 \text{ d } 30 \text{ sn olur.}$$

4. Örnek : Yalçın, 3.8.1973'de doğdu. Yalçın'ın 1.4.979 da yaşı ne olur?

1.4.1979'a kadar geçen süreyi : 1979 yıl 4 ay 1 gü

3.8.1973'e kadar geçen süreyi : 1973 yıl 8 ay 3 gü

biçimlerinde yazalım ve iki süre arasındaki farkı bulalım.

$$\begin{array}{r} 1979 \text{ yıl } 4 \text{ ay } 1 \text{ gü} \\ -\ 1973 \text{ yıl } 8 \text{ ay } 3 \text{ gü} \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{aligned} 1979 \text{ yıl } 4 \text{ ay } 1 \text{ gü} &= 1978 \text{ yıl } 1 \text{ yıl } 4 \text{ ay } 1 \text{ gü} \\ &= 1978 \text{ yıl } 12 \text{ ay } 4 \text{ ay } 1 \text{ gü} \\ &= 1978 \text{ yıl } 16 \text{ ay } 1 \text{ gü} \\ &= 1978 \text{ yıl } 15 \text{ ay } 1 \text{ ay } 1 \text{ gü} \\ &= 1978 \text{ yıl } 15 \text{ ay } 30 \text{ gün } 1 \text{ gü} \\ &= 1978 \text{ yıl } 15 \text{ ay } 31 \text{ gü} \end{aligned}$$ biçiminde yazılır, sonra çıkarma işlemi yapılır.

$$\begin{array}{r} 1978 \text{ yıl } 15 \text{ ay } 31 \text{ gü} \\ -\ 1973 \text{ yıl } 8 \text{ ay } 3 \text{ gü} \\ \hline 5 \text{ yıl } 7 \text{ ay } 28 \text{ gü} \end{array}$$ olur.

Yalçın, 1.4.1979'da 5 yaşını 7 ay 28 gün geçmiş olur.

5. Örnek : Alp, 2 sa 12 d sn; Yalçın'da 1 sa 18 d 45 sn oyun oynadılar. Alp'in Yalçın'dan ne kadar süre fazla oynadığını bulalım.

$$\begin{array}{rcl} 2 \text{ sa } 12 \text{ d } 35 \text{ sn} & = & 1 \text{ sa } 71 \text{ d } 95 \text{ sn} \\ 1 \text{ sa } 18 \text{ d } 45 \text{ sn} & = & 1 \text{ sa } 18 \text{ d } 45 \text{ sn} \\ \hline & & \hline \\ & & 53 \text{ d } 50 \text{ sn} \end{array}$$

Alp, Yalçın'dan 53 d 50 sn fazla oyun oynar.

6. Örnek : 2 gü 15 sa 24 d 46 sn'lik zamanın 4 katını hesaplayalım.

$$\begin{array}{r} 2 \text{ gü } 15 \text{ sa } 24 \text{ d } 46 \text{ sn} \\ \times \qquad\qquad\qquad 4 \\ \hline 8 \text{ gü } 60 \text{ sa } 96 \text{ d } 184 \text{ sn} \end{array} = 8 \text{ gü } 60 \text{ sa } 99 \text{ d } 4 \text{ sn}$$

$$= 8 \text{ gü } 61 \text{ sa } 39 \text{ d } 4 \text{ sn}$$

$$= 10 \text{ gü } 13 \text{ sa } 39 \text{ d } 4 \text{ sn olur.}$$

7. Örnek : 2 gü 23 sa 35 d 40 sn'lik zamanın dörtte birini bulalım.

2 gü 23 sa 35 d 40 sn | 4

2 gü → + 48 sa

71 sa

− 4

31

− 28

3 sa → + 180

215 d

− 20

15

− 12

3 d → + 180 sn

220

− 20

20

− 20

0

17 sa 53 d 55 sn

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki boş yerleri tamamlayınız.

a) 3 gü = ... sa b) 7 sa = ... d

c) 12 d = ... sn d) 5 sa = ... sn

e) 8 gü = ... sa f) 72 sa = ... gü

g) 240 d = ... sa h) 180 sn = ... d

i) 1265 d = ... sa ... d j) 3 sa 12 d 7 sn = ... d

2. Sabah saat 10'u 5 dakika geçe ile akşam 10'u 5 dakika geçeyi yazınız.

3. 6 Mart 1953'de doğan bir kimsenin, 10 Şubat 1979'da yaşı ne olur?

4. 1900, 1924, 2400, 1975 yıllarından hangileri artık yıldır?

5. Büyük Hun İmparatorluğu M. Ö. 204 yılında kurulduğuna ve M. S. 216 yılında yıkıldığına göre, kaç yıl yaşamıştır?

6. Osmanlı İmparatorluğu 1299 yılında kuruluyor ve 1922 yılında yıkılıyor. Osmanlı İmparatorluğu kaç yıl yaşamıştır?

7. Aşağıdaki toplama işlemlerini yapınız.

a) 5 gü 18 sa 20 d 7 sn
+ 16 gü 7 sa 43 d 56 sn

b) 20 sa 5 d 14 sn
+ 9 sa 18 d 56 sn

8. Aşağıdaki çıkarma işlemlerini yapınız.

a) 21 gü 14 sa 44 d 26 sn
— 6 gü 8 sa 32 d 12 sn

b) 14 gü 5 sa 23 d 7 sn
— 7 gü 9 sa 36 d 12 sn

9. Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapınız ve sonuçları en sade biçimde yazınız.

a) (4 gü 5 sa 16 d 22 sn) × 5 = ?

b) (8 sa 17 d 28 sn) × 8 = ?

10. Aşağıdaki bölme işlemlerini yapınız.

a) (5 gü 6 sa 7 d 14 sn) : 3 = ?

b) (17 sa 34 d 24 sn) : 12 = ?

8. BÖLÜM ÜZERİNDE ALIŞTIRMA ve PROBLEMLER

1. Aşağıda, boyutları verilen dikdörtgenlerin çevrelerini bulunuz.

a) a = 5,8 m, b = 4,7 m
b) a = 2,5 dm, b = 1,5 dm
c) a = 18 cm, b = 12 cm
d) a = 5,8 dam, b = 42 m

2. Aşağıda, kenar uzunlukları verilen karelerin çevrelerini bulunuz.

a) 4,8 m b) 3,8 dm c) 72 cm d) 3,54 m

3. Dikdörtgen biçimindeki bir futbol sahasının boyu 110 m, eni 70 m'dir. Futbol sahasının çevresi kaç metredir?

4. Kare biçimindeki bir bahçenin bir kenarı 40 m'dir. Bahçenin çevresini bulunuz.

5. Genişliği 16 cm olan dikdörtgenin uzunluğu, genişliğinden 8 cm fazladır. Dikdörtgenin çevresini bulunuz.

6. Uzunluğu 75 m olan bir dikdörtgenin genişliği uzunluğundan 18 m kısadır. Dikdörtgenin çevresini bulunuz.

7. Çevresi 58 cm olan dikdörtgenin uzunluğu 17 cm'dir. Dikdörtgenin genişliğini bulunuz.

8. Çevresi 240 m olan kare biçimindeki bir bahçenin bir kenarı kaç metredir?

9. Aşağıda, kenarlarının uzunlukları verilen dikdörtgenlerin alanlarını bulunuz.

a) a = 5,3 m, b = 4,7 m
b) a = 2,4 dm, b = 1,5 dm
c) a = 27 cm, b = 14 cm

10. Aşağıda, kenarlarının uzunlukları verilen karelerin alanlarını hesaplayınız.

a) $12\frac{1}{2}$ m b) 3,8 dm c) 24 cm

11. Dikdörtgen biçimindeki bir tarlanın uzunluğu 62 m, genişliği 45 m'dir. Bu tarla dekarı 15000 liradan satılıyor. Tarlanın satış fiyatını bulunuz.

12. Aşağıdaki boş yerleri tamamlayınız.

a) 7,28 m^2 = ... dm^2 b) 2,367 dm^2 = ... cm^2

c) 23,7 cm^2 = ... mm^2 d) 0,378 m^2 = ... dm^2

e) 526 m^2 = ... dam^2 f) 2718 dam^2 = ... hm^2

g) 348 hm^2 = ... km^2 h) 25718 m^2 = ... hm^2

i) 3,18 a = ... da k) 6,582 da = ... ca

i) 225 m^2 = ... a m) 548 a = ... daa

n) 7816 daa = ... ha o) 5376 m^2 = ... daa

13. Aşağıdaki boş yerleri örneklerine uygun olarak tamamlayınız.

a) 5,72 dam^2 = 5 dam^2 72 m^2
3,44 dam = ...

b) 24,275 dm^2 = 24 dm^2 27 cm^2 50 mm^2
60,548 dm^2 = ...

c) 3,18 daa = 3 da 1 a 8 da
6,43 daa = ...

d) 27,48 a = 2 daa 7 a 4 da 8 ca

14. Aşağıda, boyutları verilen dikdörtgenler prizmalarının alan ve hacimlerini hesaplayınız.

a) a = 8 m, b = 6 m, c = 3 m

b) a = 12,5 dm, b = 9 dm, c = 4,5 dm

c) a = 36 cm, b = 21 cm, c = 14 cm

15. Aşağıda ayrıt uzunlukları verilen küplerin alan ve hacimlerini hesaplayınız.

a) 3,4 m b) $2\frac{1}{3}$ dm c) 48 cm

16. Aşağıdaki boş yerleri tamamlayınız.

a) 0,345 m^3 = dm^3 b) 7,867 dm^3 = ... cm^3

c) 2516 m^3 = ... dam^3 d) 582 dam^3 = ... hm^3

e) 61 dm^3 = ... l f) 582 l = ... dm^3

g) 762 l = ... hl h) 3,48 l = ... dl.

17. Bir su deposunun boyutları 5,4 m; 3,2 m; 1,6 m'dir. Bu su deposu kaç litre su alır?

18. Küp biçimindeki zeytinyağı deposunun bir kenarı 2,4 m'dir. Bu depo, 1,8 m'sine kadar zeytinyağı doludur. Depoda kaç litre zeytinyağı vardır?

19. Uzunluğu 2,8 dm, genişliği 1,7 dm, yüksekliği 0,8 dm olan dikdörtgenler prizması biçimindeki demirin 1 dm^3'nün ağırlığı 7,8 kg'dır. Bu demirin ağırlığı kaç kilogramdır?

20. Aşağıdaki boş yerleri tamamlayınız.

a) 582 g = ... dag b) 723 dag = ... hg

c) 2750 g = ... kg d) 3,28 g = ... dg

e) 5,346 g = ... cg f) 0,236 g = ... mg

g) 5,46 dg = ... cg h) 258 kg = ... g :0

i) 569 kg = ... q j) 2716 kg = ... t

k) 536 q = ... t ı) 2,325 t = ... kg

m) 5,68 q = ... kg n) 24,816 t = ... kg

21. Aşağıdaki boş yerleri örneklerine uygun olarak tamamlayınız.

a) 2,564 t = 2 t 5 q 64 kg
6,743 t = ...

b) 5,38 q = 5 q 38 kg
9,56 q = ...

c) 25,247 hg = 2 kg 5 hg 2 dag 4 g 7 dg
245,758 hg = ...

d) 563,976 g = 5 hg 6 dag 3 g 9 dg 6 mg
3716,824 g = ...

22. Tonu 1250 liradan 750 kg odun aldık. Kaç lira öderiz?

23. Bir çiftçi bir yılda 135 t şeker pancarı üretiyor. Şeker pancarının bir kilogramı 110 kuruş olduğuna göre, çiftçinin eline geçen parayı bulunuz.

24. Kilogramı 120 liradan 250 gram peynir aldık. Ödediğimiz parayı bulunuz?

25. Aşağıdaki boş yerleri tamamlayınız.

a) 7 gü = ... sa
b) 18 sa = ... d
c) 9 sa = ... sn
d) 36 d = ... sn
e) 600 d = ... sa
f) 83862 = ... sa ... d ... sn
g) 1700 yıl = ... yüzyıl
h) 7 gü 12 sa 36 d = ... d

26. Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a) 18 gü 15 sa 26 d 45 sn
+ 7 gü 13 sa 42 d 53 sn

b) 20 gü 8 sa 15 d 42 sn
— 12 gü 15 sa 32 d 55 sn

c) (6 gü 7 sa 25 d 36 sn) × 5 = ?

d) (18 sa 45 sn) : 15 = ?

27. 25.11.1974'de doğan bir kimsenin, 7.8.1979'da yaşı ne olur?

28. 1453, 1500, 1532, 1800, 1972 yıllarından hangilerinde şubat ayları 29'dur?

DEĞERLENDİRME SORULARI : VIII

Aşağıdaki sorulara verilen yanıtlardan bir tanesi doğru, öbürleri yanlıştır. Doğru yanıtı bularak, yanıt kartında, her sorunun karşısındaki dört paralel çizgiden birisinin içini karalayınız.

Yanıt Kartı

	a	b	c	b		a	b	c	d
1.	=	=	=	=	11.	=	=	=	=
2.	=	=	=	=	12.	=	=	=	=
3.	=	=	=	=	13.	=	=	=	=
4.	=	=	=	=	14.	=	=	=	=
5.	=	=	=	=	15.	=	=	=	=
6.	=	=	=	=	16.	=	=	=	=
7.	=	=	=	=	17.	=	=	=	=
8.	=	=	=	=	18.	=	=	=	=
9.	=	=	=	=	19.	=	=	=	=
10.	=	=	=	=	20.	=	=	=	=

Sorular

1. Dikdörtgen kaç boyutludur?
   a) 2 b) 3 c) 1 d) 5

2. Kare kaç boyutludur?
   a) 1 b) 3 c) 2 d) 5

3. Boyutları 8 cm ve 7 cm olan dikdörtgenin çevresi kaç santimetredir?
   a) 30 cm b) 56 cm c) 23 cm d) 22 cm

4. Bir kenarının uzunluğu 15 cm olan karenin çevresi kaç santimetredir?
   a) 45 cm b) 30 cm c) 60 cm d) 120 cm

5. Çevresi 56 dm olan dikdörtgenin uzunluğu 16 dm'dir. Dikdörtgenin genişliği kaç dm'dir?
   a) 14 dm b) 8 dm c) 10 dm d) 12 dm

6. Kare biçimindeki bir arsanın çevresi 72 m'dir. Arsanın bir kenarının uzunluğu kaç metredir?

a) 18 m b) 18 m c) 40 m d) 20

7. Alan ölçüsü birimleri kaçar kaçar büyür ve küçülür?

a) 10 b) 1000 c) 100 d) 1

8. Dikdörtgen biçimindeki bir tarlanın boyu 400 m, eni 350 m'dir. Tarlanın alanı kaç daa'dır?

a) 150 daa b) 140 daa c) 650 daa d) 120 daa

9. 3,8 m^2 kaç cm^2'dir?

a) 38 cm^2 b) 380 cm^2 c) 3800 cm^2 d) 38000 cm^2

10. 7800 cm^2 kaç m^2'dir?

a) 78 m^2 b) 7,8 m^2 c) 0,78 m^2 d) 780 m^2

11. Bir kenarı 15 cm olan karenin alanı kaç santimetre karedir?

a) 60 cm^2 b) 225 cm^2 c) 150 cm^2 d) 30 cm^2

12. 7,35 hl kaç litredir?

a) 73,51 b) 0,7351 c) 7351 d) 73501

13. 1 dm^3 kaç litredir?

a) 1 l b) 10 l c) 0,1 l d) 100 l

14. 25,8 dm^3 kaç litredir?

a) 2,58 l b) 25,8 l c) 258 l d) 2580 l

15. 2,58 kg kaç gramdır?

16. 35,48 g aşağıdakilerden hangisine eşittir?

a) 3 dag 5 g 4 dg 8 cg b) 35 dag 4 g 8 dg

c) 3 dag 5 g 48 dg d) 3 dag 4 g 4 dg 8 mg

17. Hacim ölçüleri kaçar kaçar büyür ve küçülür?

a) 10 b) 100 c) 1000 d) 1

18. Boyutları 8 m, 4 m olan dikdörtgenler prizmasının hacmi kaç metreküptür?

a) 52 m^3 b) 160 m^3 c) 72 m^3 d) 44 m^3

19. 1 m^3 kaç litredir?

a) 100 l b) 1000 l c) 10 l d) 1000 l

20. Bir gün kaç saniyedir?

a) 3600 sn b) 360 sn c) 36000 sn d) 86400 sn

DEĞERLENDİRME SORULARI YANIT ANAHTARI

	SORULAR							
Sorular	I	II	III	IV	V	VI	VII	VII
1.	b	c	d	c	b	b	b	a
2.	a	b	c	a	c	a	c	c
3.	c	d	a	d	a	c	a	a
4.	b	a	d	a	d	d	d	c
5.	c	c	b	b	b	a	b	d
6.	d	d	c	c	d	b	a	b
7.	d	c	d	d	c	d	c	c
8.	c	b	a	b	a	b	d	b
9.	b	d	b	c	b	d	a	d
10.	b	a	d	d	d	d	d	c
11.	–	–	c	a	b	a	a	b
12.	–	–	a	b	c	c	b	c
13.	–	–	b	a	d	d	c	a
14.	–	–	c	b	b	c	b	b
15.	–	–	d	a	a	b	d	d
16.	–	–	a	d	c	a	a	a
17.	–	–	d	b	d	b	c	c
18.	–	–	c	d	b	d	a	b
19.	–	–	b	b	d	b	c	b
20.	–	–	c	d	a	b	c	d

SÖZLÜK

A

Açı : Aynı noktadan çıkan, doğrusal olmayan iki ışının birleşim kümesi.

Açısal bülge : Açı ile iç bölgesinin birleşim kümesi.

Alan : Kapalı bölgenin büyüklüğünün ölçüsü.

Alt küme (küme parçası) : Bir A kümesinin tüm elemanları B kümesinin de elemanları ise, A kümesi B kümesinin alt kümesidir.

Ar : 100 m^2 tutarında yüzey ölçü birimi.

Arada olma : Aynı doğru üzerindeki farklı üç noktadan, birisinin diğer ikisi arasında olması.

Aralarında asal sayı : Ortak bölenlerinin en büyüğü 1 olan iki sayıya, **aralarında asal sayı** denir.

Asal Çarpanlara ayırma : Herhangi bir sayma sayısını asal sayıların çarpımı biçiminde yazma.

Asal sayı : 1 ve kendisinden başka böleni olmayan bir sayma sayısı.

Aykırı doğrular : Bütün noktaları farklı düzlemlerde bulunan doğrular.

Ayrık kümeler : Ortak elemanları olmayan kümeler.

Ayrıt : Dikdörtgenler prizmasında iki yüzün arakesiti.

B

Bire - bir eşleme : İki kümenin elemanları arasında, bir elemana karşı yalnız bir eleman alınarak yapılan eşleme.

Birleşme işlemi : Kümelerin tüm elemanlarından oluşan kümenin bulunması.

Birleşim kümesi : Kümelerin tüm elemanlarının oluşturduğu küme.

Birleşme özeliği : Bir kümenin üç elemanı arasında yapılan bir işlemde, herhangi iki eleman arasında yapılan işlemle üçüncü eleman arasında yapılan işlem aynı sonucu verirse, bu özeliğe **birleşme özeliği** denir. Örneğin, a, b, c birer doğal sayı ise, $(a + b) + c = a + (b + c)$ eşitliği vardır. Bu, doğal sayılar kümesinde birleşme özeliğidir.

Boş küme : Elemanı olmayan küme.

Boyut : Doğrular, yüzeyler ya da cisimlerin ölçülmesinde ele alınan üç doğrultudaki uzunluk, genişlik ve yükseklikten her biri.

Bölen : Bir bölme işleminde, bölenin kaç eşit parçaya ayrıldığını gösteren sayı.

Bölüm : Bölme işlemi sonunda elde edilen sayı.

Bölünen : Bölme işleminde eşit kısımlara ayrılmak istenilen nesne ya da sayı.

Ç

Çap : Çemberin merkezinden geçen ve uç noktaları çember üzerinde bulunan doğru parçası.

Çarpan : Bir çarpma işlemindeki sayılardan her biri. Örneğin, $a \times b = c$ çarpma işleminde a ve b birer çarpandır.

Çarpanlara ayırma : Bir sayma sayısını en az iki sayının çarpımı biçiminde yazma. Örnek : $12 = 3 \times 4$

Çarpım : Çarpma işleminin sonucu.

Çember : Düzlemde bir noktadan eşit uzaklıkta bulunan noktaların oluşturduğu küme.

Çift sayı : 2'nin katı olan doğal sayı.

Çıkan : Çıkarma işleminde, çıkarılması istenilen nesne ya da sayı.

D

Dağılma özeliği : Doğal ya da rasyonel sayılar kümesinde a, b, c elemanları arasında yapılan toplama ve çarpma işlemleri, $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$ eşitliği yazılır. Buna çarpmanın toplama üzerine **dağılma özeliği** denir.

Daire : Çember ile iç bölgesinin birleşim kümesi.

Değişme özeliği : Bir kümenin iki elemanı arasında yapılan bir işlemde, elemanların yerleri değiştirildiğinde, aynı sonucun elde edilmesi.

Dekar : 10 ar ya da 1000 m^2'lik arazi ölçü birimi.

Denk kümeler : Eleman sayıları eşit ya da bire-bir eşlenebilen kümeler.

Derece : Yarım çember 180 eş parçaya bölünerek merkezinden çıkan ve bölüm noktalarından geçen ışınlar çizilirse, elde edilen açılardan her biri 1 derecelik açı olur.

Dikdörtgen : Düzlemde üçü doğrusal olmayan, A, B, C, D noktaları arka arkaya birleştirilince, bu doğruların belirttiği açılar dik ise, [AB], [BC], [CD], [AD] doğru parçalarının birleşim kümesine **dikdörtgen** denir.

Dikdörtgenler prizması : Altı tane dikdörtgensel bölgenin oluşturduğu kapalı bölge.

Dikdörtgensel bölge : Dikdörtgen ile iç bölgesinin oluşturduğu küme.

Dikdörtgensel cisim : Dikdörtgenler prizması ile iç bölgesinin oluşturduğu küme.

Doğal sayı : Doğal sayılar kümesinin her elemanı.

Doğal sayılar kümesi : $D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$ kümesidir.

Doğru : Cetvel hizasındaki noktaların oluşturduğu küme.

Doğru parçası : Doğrunun alt kümesi.

Düşünce : Düşünme sonucu varılan görüş, fikir.

Düzlem : Düzgün masa yüzündeki noktalar gibi sonsuz sayıdaki noktaların oluşturduğu küme.

E

Eksilen : Çıkarma işleminde azaltılması istenilen nesne ya da sayı.

Eleman : Bir kümeyi oluşturan nesnelerden her biri.

Eşit : Yapısı, niteliği, değeri, boyutları bir olan şeyler.

Eşitlik : İki ya da daha çok şeyin eşit olma hali.

Eşit kümeler : Aynı elemanlardan oluşan kümeler.

Etkisiz (birim) eleman : Bir işlemde etkisi olmayan eleman. Örneğin, doğal sayılar kümesinde, $a + 0 = 0 + a = a$'dır. "0" sayısı toplama işleminin etkisiz elemanıdır.

F

Fark : Çıkarma işleminin sonucu.

G

Genişlik (en) : Dikdörtgen ya da dikdörtgenler prizmasındaki boyutlardan biri.

H

Hacim : Bir cismin uzayda doldurduğu uzay parçası.

Hektar : 100 ar ya da 1 0000 m^2'lik arazi ölçüsü birimi.

I

Işın : Doğruda ayırma noktası ile herhangi bir yanındaki noktaların birleşim kümesi.

İ

İkili : İki nesnenin oluşturduğu sıralı çift.

İkili işlem : Bir kümenin iki elemanı arasında yapılan bir işlemle kümeye ait yeni bir elemanın bulunması.

İki kümenin farkı : A ile B kümelerinin farkı, A da bulunan B'de olmayan elemanların oluşturduğu küme.

K

Kalan : Bölme işleminde bölünenden artan nesne ya da sayı.

Kapalı bölge : Basit bir eğri ile bu eğrinin iç bölgesindeki tüm noktaların oluşturduğu küme.

Kapalılık özeliği : Bir kümenin elemanları arasında, tanımlanan bir işlem ile bulunan tüm elemanların bu kümenin elemanı olması.

Kapsama : Bir kümenin başka bir küme içinde bulunması.

Kare : Kenarları eş olan dikdörtgen.

Karşılaştırma özeliği : Aynı cinsten iki geometrik şekil ya da kümeyi ölçme anlamında karşılaştırmak.

Kental : 100 kg'a kental denir.

Kesir : Bütünün eş parçalarından bir ya da bir kaçını gösteren sayı.

Kesişen doğrular : Ortak bir noktası olan doğrular.

Kesişim işlemi : Kümelerin ortak clemanlarından oluşan kümenin bulunması.

Kesişim kümesi : Kümelerin ortak elemanlarından oluşan küme.

Küme : Canlı, cansız varlıkların, nesnelerin topluluğu.

Kuvvet : $2 \times 2 \times 2$ gibi çarpanları eşit olan bir çarpma, 2^3 biçiminde üslü çokluk olarak yazılır. Burada 3 kuvveti gösterir.

N

Nesne : "Kişi" ya da "kimse" ile anlatılan varlıkların dışında kalan ağırlığı, kütlesi olan her türlü varlık, şey.

Niceliik : Bir şeyin sayılabilen, ölçülebilen ya da azalıp çoğalabilen özeliği, miktar.

Nokta : Kalemin sivri ucunun kâğıt üzerinde bıraktığı iz.

O

Ondalık sayı : Paydaları 10 ve 10'un kuvveti olan rasyonel sayıların onluk sayma düzeninde virgül kullanılarak yazılışı. 0,3 : 5,48 gibi.

Ortak bölen : İki ya da ikiden çok sayma sayılarının her birini bölen bir sayma sayısı.

Ortak bölenlerin en büyüğü (obeb) : İki ya da ikiden çok sayma sayılarının ortak bölenlerinin en büyüğü.

Ortak kat : İki ya da ikiden çok sayma sayılarının her birinin katı olan bir sayma sayısı.

Ortak katların en küçüğü (okek) : İki ya da ikiden çok sayma sayılarının ortak katlarının en küçüğü olan bir sayma sayısı.

P

Paralel doğrular : Bir düzlem içinde olup, kesişmeyen doğrular

R

Rasyonel sayı : a, b birer doğal sayı ($b \neq 0$) olduğuna göre, a/b biçimindeki sayılar.

S

Sayma sayısı : Sayma sayıları kümesinin elemanlarından her biri

Sayma sayıları kümesi : $S = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$ kümesidir.

Sayı doğrusu : Bir doğru üzerinde bir başlangıç noktası alıp, sağa doğru eşit aralıklarla noktalar işaretlenir ve başlangıç noktası 0, diğer noktalara sıra ile 1, 2, 3, ... doğal sayıları yazılırsa elde edilen şekle **sayı doğrusu** denir.

Sembol : Kararlaştırılmış anlamı olan resim, harf, bitki, hayvan gibi işaret, simge.

T

Taban : Bir cismin ya da bir şeklin yüksekliğini ölçmek için aşağıdan yukarıya doğru başlama noktası alınan yüzey.

Tek sayı : 2'nin katı olmayan doğal sayılar.

Terim : 1. Bir bilim, sanat, meslek dalıyla ya da bir konu ile ilgili özel ve belirli bir kavramı olan sözcük.
2. Toplama işleminde toplanan sayılardan her biri.

Ters rasyonel sayılar : Çarpımları 1 olan iki rasyonel sayıya, çarpma işlemine göre **ters rasyonel sayılar** denir.

U

Uzay : Sonsuz sayıda noktanın oluşturduğu küme.

Uzunluk (Boy) : Dikdörtgen ya da dikdörtgenler prizmasındaki boyutlardan biri.

Ü

Üçgen : Doğrusal olmayan üç noktayı ikişer, ikişer birleştiren doğru parçalarının birleşim kümesi.

Üçgensel bölge : Üçgen ile iç bölgesinin birleşim kümesi.

Üs : Bir kuvvete yükseltilmiş bir sayının üzerine yazılan ve kaçıncı kuvvete yükseltildiğini gösteren sayı. 2^3 ifadesinde 3 sayısı üstür.

V

Venn şeması : Kümenin elemanlarının kapalı bir eğri içine yazılarak gösterilmesi.

Y

Yarıçap : Çemberin merkezini herhangi bir noktasına birleştiren doğru parçası.

Yarı doğru : Doğruda ayırma noktasının herhangi bir yanındaki noktaların oluşturduğu küme.

Yarı düzlem : Düzlemde ayırma doğrusunun herhangi bir yanındaki noktaların oluşturduğu küme.

Yatay : Durgun su yüzüne paralel ya da düşey doğrultuya dik olan.

Yarı uzay : Bir düzlemin herhangi bir yanındaki noktaların oluşturduğu küme.

Yükseklik (derinlik) : Dikdörtgenler prizmasında üç boyuttan biri.

Z

Zıt ışın : Başlangıç noktaları aynı olan iki ışının birleşimi bir doğru ise, bu ışınlara **zıt ışınlar** denir.

YENİ ORTAOKUL KİTAPLARI

MATEMATİK

ORTAOKUL—II

YAZANLAR

Süleyman ÖLÇEN Tahsin ÇİZENEL İsmail GÖKMEN

DEVLET KİTAPLARI

TÜRK TARİH KURUMU BASIMEVİ, ANKARA, 1978